FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS I

Examen 16 de Diciembre de 2008

1. Se considera el campo vectorial $\mathbf{F}$ definido por

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{-y}{(x-1)^2+y^2}\,, \frac{x^2+y^2-x}{(x-1)^2+y^2} \right) \qquad \big((x,y)\in \mathbb{R}^2,\ (x,y)\neq (1,0)\big).$$

Calcular la integral de línea de $\mathbf{F}$ a lo largo de un camino γ que recorra una circunferencia centrada en el punto $(1,0)$. Probar que $\mathbf{F}$ no es conservativo en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(1,0)\}$ pero sí es conservativo en el dominio $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x+|y|>1\}$.

2. Usar el Teorema de la Divergencia para calcular la integral de superficie $\iint_S \overrightarrow{\mathbf{G}}\cdot\overrightarrow{\mathbf{ds}}$ siendo

$$\mathbf{G}(x,y,z) = (x^3+2yz)\mathbf{i} + (y^3-2xz)\mathbf{j} + (x^2+y^2)\mathbf{k} \qquad (x,y,z\in\mathbb{R}),$$

y S la mitad superior ($z\geq 0$) del elipsoide de ecuación $4x^2+4y^2+z^2=4$, orientado mediante la normal exterior.

3. Enunciar el Teorema de Stokes y la Fórmula de Green. Probar que la segunda es caso particular del primero.