FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS I

Relación de Ejercicios N^o 3

(Fecha límite de entrega: 17 de noviembre)

1. Un móvil recorre una trayectoria con origen en el punto $(0, -5, 1)$ y vector velocidad

$$\mathbf{v}(t) = (t, e^t, t^2) \qquad (0 \leq t \leq 1).$$

Calcular la posición del móvil en el instante $t = 1$.

2. Calcular las rectas tangente y normal a la hipérbola de ecuación

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (a, b > 0)$$

en un punto genérico (x_0, y_0) de la misma.

3. Calcular la longitud del camino (helicoidal) de ecuación

$$\gamma(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, t) \quad (0 \leq t \leq 4\pi).$$

4. Calcular la longitud de la cicloide:

$$x = t - \operatorname{sen} t \ , \ y = 1 - \cos t \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

5. Calcular la integral de línea del campo escalar f, definido en todo el plano por

$$f(x, y) \ = \ 2x \quad \big((x, y) \in \mathbb{R}^2\big),$$

a lo largo del camino γ dado por:

$$\gamma(t) \ = \ (t, t^2) \quad (-1 \leq t \leq 3/2).$$

6. Calcular $\displaystyle\int_\gamma f \, dl$ siendo

$$f(x, y, z) \ = \ y \operatorname{sen} z \ \ \big((x, y, z) \in \mathbb{R}^3\big) \ ; \ \gamma(t) \ = \ (\cos t, \, \operatorname{sen} t, \, t) \ \ (0 \leq t \leq 2\pi).$$

7. Calcular el área de la parte del cilindro de ecuación $x^2 + y^2 = 2x$ comprendida dentro de la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

8. Un trozo de cable tiene la forma del arco de la curva de ecuación $y = \log x$ comprendido entre los puntos de abcisas 1 y 2. Sabiendo que la densidad lineal del cable en cada punto es igual al cuadrado de su abcisa, calcular la masa total del cable.

9. Calcular la integral de línea del campo vectorial $\mathbf{F}$ en el espacio, definido por:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \qquad \big(\mathbf{x} \in \mathrm{I\!R}^3\big),$$

a lo largo del camino γ de ecuación

$$\gamma(t) = (2\cos t,\, \operatorname{sen} t,\, t) \qquad (0 \le t \le 2\pi).$$

10. Calcular $\displaystyle\int_\gamma \operatorname{sen} z\, dx + \cos z\, dy - (xy)^{1/3}\, dz$ siendo

$$\gamma(t) = \big(\cos^3 t,\, \operatorname{sen}^3 t,\, t\big) \qquad (0 \le t \le \pi/2).$$