FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS I

Relación de Ejercicios N^o 1

(Fecha límite de entrega: 13 de octubre)

1. Probar la desigualdad de Cauchy-Schwartz y discutir la posible igualdad.

2. Probar la desigualdad triangular y discutir la posible igualdad.

3. *(Teorema de Pitágoras).* Comprobar que dos vectores $x, y \in \mathbb{R}^n$ son ortogonales si, y sólo si, $\|x+y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$.

4. Comprobar la *identidad de Lagrange:*

$$\|x\|^2 \; \|y\|^2 \; = \; \langle x|y\rangle^2 \; + \; \|x \times y\|^2 \quad (x, y \in \mathbb{R}^3)$$

y deducir el valor de $\|x \times y\|$.

5. Calcular el área del paralelogramo en $\mathbb{R}^3$ de vértices (0,0,0),(5,0,0),(2,6,6) y (7,6,6).

6. Calcular el área del paralelogramo en $\mathbb{R}^2$ de vértices (0,1),(3,0),(5,−2) y (2,−1).

7. Calcular el área del triángulo en $\mathbb{R}^3$ de vértices (−1,1,2),(1,−1,3) y (2,3,−1).

8. Calcular el volumen del paralelepípedo con aristas concurrentes AB, AC y AD, siendo $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 0, 3)$, $C = (4, 1, 7)$ y $D = (3, -1, -2)$.

9. Calcular la distancia del punto (1,1) a la recta que pasa por (-1,1) y (1,-1).

10. Hallar las ecuaciones paramétricas del plano en $\mathbb{R}^3$ que pasa por el punto (3,−1,2) y contiene a la recta de ecuación $(x, y, z) = (2, -1, 0) + t(2, 3, 0)$. Calcular también la distancia del origen de coordenadas a dicho plano.

11. Hallar las ecuaciones paramétricas del plano en $\mathbb{R}^3$ que pasa por los puntos (3,2,−1) y (1,−1,2), siendo paralelo a la recta de ecuación $(x, y, z) = (1, -1, 0) + t(3, 2, -2)$. Calcular también la distancia del origen de coordenadas a dicho plano.

12. Calcular la distancia en $\mathbb{R}^3$ del punto (1,1,1) al plano que pasa por (1,1,0), (1,0,1) y (0,1,1).