

Universidad de Granada. Modelos matemáticos. Primer examen.
31 de marzo de 2011

NOMBRE:

1. Calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ para las matrices $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 100 & -100 \\ 100 & -100 \end{pmatrix}$.

2. En el espacio vectorial S de las sucesiones reales se considera el operador lineal $L : S \rightarrow S$, $L(X) = X^*$ con $X = \{x_n\}_{n \geq 0}$, $X^* = \{x_n^*\}_{n \geq 0}$, $x_n^* = x_{n+2} - x_{n+1} + x_n$. Calcula $\text{Ker } L$.

3. En un modelo de la telaraña, $D(p_n) = O(p_{n-1})$, las funciones de demanda y oferta, $D = D(p)$ y $O = O(p)$, tienen las gráficas que se indican. Señala los valores de p_1 y p_2 sobre el eje horizontal.

4. Para cada $\epsilon > 0$ se considera la matriz $A_\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Comprueba que A_ϵ es diagonalizable. Se escribe

$$A_\epsilon = P_\epsilon D_\epsilon P_\epsilon^{-1}$$

$$\text{con } D_\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

¿Existen los límites $\lim_{\epsilon \downarrow 0} P_\epsilon$ y $\lim_{\epsilon \downarrow 0} P_\epsilon^{-1}$ simultáneamente?

5. Las compañías *Paga⁺* y *Paga⁻* se han repartido el mercado de la telefonía. A pesar de la agresiva campaña de *Paga⁺*, la otra compañía viene consiguiendo una mayor "fidelización". Se ha observado que cada año el 25 por ciento de los clientes de *Paga⁻* se pasan a *Paga⁺*, mientras que el 50 por ciento de los de *Paga⁺* se pasan a *Paga⁻*. ¿Qué se puede decir sobre el mercado de la telefonía a largo plazo?