

The Quermassintegral Preserving Mean Curvature Flow in the sphere

Esther Cabezas-Rivas

Universidad de Valencia

We introduce the first instance of a mean curvature flow with global term of convex hypersurfaces in the sphere, for which the global term can be chosen to keep any desired quermassintegral fixed. This includes a volume preserving mean curvature flow as a particular case. Notice that Huisken pointed out that the usual volume preserving mean curvature flow does not preserve convexity in general if the ambient space is a space form of positive curvature.

Then, starting from a convex initial hypersurface in the northern hemisphere, we will sketch how to prove that the new flow exists for all times converges smoothly to a geodesic sphere around the north pole. We also classify solutions for some constant curvature type equations as well as solitons in the sphere. This is joint work with Julian Scheuer.

Divisiones óptimas de un cuerpo convexo

Antonio Cañete

Universidad de Sevilla

Dado un cuerpo convexo $C \subset \mathbb{R}^d$, y una división de C en n subconjuntos convexos C_1, \dots, C_n , podemos considerar $\max\{F(C_1), \dots, F(C_n)\}$ (respectivamente, $\min\{F(C_1), \dots, F(C_n)\}$), donde F representa uno de los siguientes funcionales geomtricos clásicos: el diámetro, la anchura o el inradio.

En este trabajo estudiaremos las divisiones de C que minimizan (respectivamente, maximizan) el anterior valor. En particular, trataremos las cuestiones de existencia, unicidad y equilibrio de estas divisiones óptimas, cotas para los correspondientes valores óptimos, y algoritmos para determinar dichas divisiones.

Este es un trabajo conjunto con Isabel Fernández y Alberto Márquez (Universidad de Sevilla).

Referencias:

A. Cañete, I. Fernández, A. Márquez, *Optimal divisions of a convex body*, preprint, 2022.

Flujos de Euler estacionarios con soporte compacto vía problemas elípticos sobredeterminados

Miguel Domínguez-Vázquez

Universidade de Santiago de Compostela

En dinámica de fluidos, las ecuaciones de Euler rigen el comportamiento de un fluido incompresible y no viscoso. El problema de construcción de soluciones estacionarias y con soporte compacto a dichas ecuaciones en el espacio euclídeo tridimensional ha permanecido abierto durante décadas, hasta la reciente construcción de los primeros ejemplos por Gavrilov. En esta charla hablaré sobre este problema y sobre las líneas centrales de un trabajo conjunto con Alberto Enciso y Daniel Peralta Salas en el que proporcionamos un nuevo método de construcción de soluciones. Dicho método está basado en una curiosa relación con un tipo particular de problema elíptico sobredeterminado de valores de frontera.

Una extensión cuasiconforme al teorema de Hopf

José A. Gálvez

Universidad de Granada

En esta charla mostramos que cualquier esfera inmersa en \mathbb{R}^3 que satisface una desigualdad cuasiconforme entre sus curvaturas principales es una esfera redonda. Esto resuelve un viejo problema abierto de H. Hopf y da una versión esférica del teorema cuasiconforme de Bernstein probado por L. Simon. El resultado generaliza, entre otros, el teorema de Hopf para esferas de curvatura media constante, la clasificación de las esferas redondas como las únicas superficies de Weingarten elípticas compactas de género cero y el teorema de unicidad para ovaloides de Han, Nadirashvili y Yuan. La prueba se basa en la representación de Bers-Nirenberg de las soluciones a ecuaciones elípticas lineales con coeficientes discontinuos. Éste es un trabajo conjunto con Pablo Mira y Marcos P. Tassi.

Rigidez de planos sin puntos conjugados

Luis Guijarro

Universidad Autónoma de Madrid

Una variedad riemanniana no tiene puntos conjugados cuando la aplicación exponencial es un recubrimiento desde cualquier punto. En el caso simplemente conexo, estas variedades se caracterizan por tener solamente una geodésica conectando cualquier par de puntos, lo que las acerca, desde un punto de vista sintético, al espacio euclídeo: basta reemplazar “líneas rectas” por “geodésicas”. A pesar de la aparente sencillez de su geometría, muchas de las conjeturas más naturales siguen estando abiertas, incluso en dimensión baja. En esta charla nos centraremos en dos de ellas para el caso de planos Riemannianos sin puntos conjugados. Veremos que, bajo la hipótesis de curvatura total, un plano Riemanniano que satisface el quinto axioma de Euclides es Euclídeo, y que lo mismo ocurre para planos admitiendo foliaciones geodésicas por líneas con distancia de Hausdorff acotada. La charla será totalmente accesible y autocontenida.

Trabajo conjunto con Jian Ge (BICMR, Beijing) y Pedro Solórzano (UNAM).

Finsler spacetimes and its applications to cosmology and wildfire propagation

Miguel Ángel Javaloyes

Universidad de Murcia

We will first show how Finsler spacetimes naturally appear as a tool to solve the time-dependent Zermelo problem in a manifold M , or more generally, the problem of finding the shortest trajectory in time when the velocity is prescribed at any direction and any instant of time, namely, the velocity is a function of the direction and the time. It turns out that the shortest trajectories are the projections to M of lightlike geodesics in the non-relativistic spacetime $\mathbb{R} \times M$, where the first coordinate is the absolute time. These findings can be applied to wildfire propagation models as the velocity of the fire in every direction and instant of time is prescribed, namely, it depends on the wind, the slope, the vegetation, humidity... so the propagation of the fire can be obtained computing the orthogonal lightlike geodesics to the firefront. On the other hand, Finsler spacetimes can be used as cosmological models in situations with a certain degree of anisotropy. We will discuss the meaning of the stress-energy tensor in this context and some proposals for Einstein field equations.

Moments spectrum and first Dirichlet eigenvalue in Riemannian manifolds

Vicente Palmer

Universitat Jaume I

Optimal domains for the first curl eigenvalue

Daniel Peralta-Salas

ICMAT

The classical Faber-Krahn inequality for the Dirichlet eigenvalues of the Laplacian shows that the ball is the unique minimizer for the first eigenvalue. In this talk I will explore the analogous problem for the curl operator: for a fixed volume, what is the optimal domain for the first positive (or negative) eigenvalue of curl? In spite of being one of the most important vector-valued operators, which appears ubiquitously in contexts such as fluid mechanics, electromagnetism or magnetohydrodynamics, this question is rather unexplored and remains wide open.

In this talk I will survey recent results on this problem. In particular, I will show that there do not exist optimal domains that are axisymmetric with a convex section, and I will establish the existence of optimal domains within the class of bounded convex sets. This is based on joint works with Alberto Enciso and Wadim Gerner.

Torsión de Reidemeister para variedades hiperbólicas de dimensión tres

Joan Porti

Universitat Autònoma de Barcelona

La torsión de Reidemeister es un invariante de variedades equipadas con representaciones, que pueden definirse de manera combinatoria o mediante el espectro del laplaciano a coeficientes en un fibrado. En esta charla definiré una torsión para variedades hiperbólicas de dimensión tres y veré propiedades que se demuestran con uno u otro enfoque: combinatorio o mediante el espectro del laplaciano.

El primer valor propio del Laplaciano sobre las superficies compactas

Antonio Ros

Universidad de Granada

El tema que queremos presentar se origina con el siguiente resultado de Hersch (1970):

Teorema. *Para toda métrica ds^2 sobre la esfera S^2 , el primer valor propio del Laplaciano verifica la desigualdad*

$$\lambda_1(ds^2)Area(ds^2) \leq 8\pi$$

y la igualdad se alcanza solo para las métricas de curvatura constante.

Posteriormente Yang y Yau generalizan el teorema para superficies Riemannianas compactas Σ de género g y encuentran una cota del funcional anterior en términos del género. El estudio de esta desigualdad ha recibido bastante atención y se han podido entender diferentes cuestiones pero otras muchas siguen aun sin resolver:

(1) La estimación óptima se conoce solamente para los géneros $g = 0, 1, 2$.

(2) Para cada género g la métrica ds^2 que maximiza el funcional es regular con un número finito de singularidades cónicas y existe una inmersión mínima de (Σ, ds^2) en una esfera $S^m(1)$, $m \geq 2$, tal que las funciones coordenadas de la inmersión son primeras funciones propias del Laplaciano de ds^2 .

(3) El estudio del comportamiento asintótico del máximo del funcional es otra de las cuestiones que siguen pendientes.

En la charla presentaremos estos problemas, las aportaciones de distintos autores y alguna de nuestras propias contribuciones. En particular, trataremos el caso $g = 3$ y el control del máximo del funcional $\lambda_1(ds^2)Area(ds^2)$ cuando $g \rightarrow \infty$.

Further inequalities for the Wills functional of convex bodies

Jesús Yepes

Universidad de Murcia

The Wills functional of a convex body, defined in 1973 as the sum of its intrinsic volumes, turned out to have many interesting applications and properties in Convexity and Discrete Geometry.

In this talk, making a profit from the fact that it can be represented as the integral of a logconcave function, which is furthermore the Asplund product of other two log-concave functions, we will derive new properties of the Wills functional. Among others, we will show some Brunn-Minkowski and Rogers-Shephard type inequalities for this functional, as well as that the cube of edge-length 2 maximizes it among all 0-symmetric convex bodies in John position.

This is about joint work with David Alonso-Gutiérrez and María A. Hernández Cifre.