

TASAS DE VARIACIÓN

(véase “Introducción a la Estadística Económica y Empresarial. Teoría y Práctica”. Pág. 513-551. Martín Pliego, F. J. Ed. Thomson. Madrid. 2004)

Un aspecto del mundo económico que es de gran interés consiste en conocer las variaciones que ha experimentado la variable objeto de análisis a lo largo del tiempo. Por ello, se dedican los siguientes epígrafes al análisis y la medición de la variación. Como se verá, el cálculo de la media de las tasas de variación que ha experimentado la variable está conectado con la media geométrica, de ahí su inclusión en este lugar del programa.

VARIACIÓN ABSOLUTA

Sea una variable Y de la que hemos obtenido una serie de observaciones ordenadas en el tiempo:

$$\begin{array}{ccccccc} | & \dots & | & \dots & | & \dots & | \\ Y_0 & & Y_1 & & Y_2 & \dots & Y_{t-1} & Y_t & Y_{t+1} & \dots \end{array}$$

Se supone que estas observaciones se han obtenido en períodos temporales de la misma duración (observaciones mensuales, anuales, etc.).

La variación absoluta que ha experimentado la variable durante el período t (ΔY_t) se obtiene por diferencia entre el dato registrado en el momento t y el dato en el momento inmediato anterior, $t-1$:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

Esta diferencia viene dada en las mismas unidades de medida que la variable. En cuanto al signo:

$\Delta Y_t > 0 \Rightarrow$ evolución creciente de la variable en el período t

$\Delta Y_t < 0 \Rightarrow$ evolución decreciente de la variable en el período t

$\Delta Y_t = 0 \Rightarrow$ estancamiento de la variable en el período t

ΔY_t plantea problemas a la hora de efectuar comparaciones entre series de valores de distintas variables.

Ejemplo:

- Supongamos que el valor de la variable Y en el momento $t-1$ es 200 unidades y en el momento t es 220 unidades:

$$\begin{array}{c|c} \dots & | \\ Y_{t-1} = 200 & Y_t = 220 \end{array}$$

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = 220 - 200 = 20 \text{ unidades}$$

- El valor de otra variable X en el momento $t-1$ es 2000 unidades y en el momento t es 2020 unidades:

$$\begin{array}{c|c} \dots & | \\ X_{t-1} = 2000 & X_t = 2020 \end{array}$$

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = 2020 - 2000 = 20 \text{ unidades}$$

En ambos casos la variación absoluta es de 20 unidades, lo que indica un crecimiento de igual signo y cantidad. Sin embargo, es evidente que no marca una evolución temporal semejante el pasar desde 200 a 220, que hacerlo desde 2000 a 2020.

Para medir las variaciones de modo más preciso, eliminando las diferencias de escala para que sean comparables entre sí, es necesario expresar las variaciones en términos relativos.

VARIACIONES RELATIVAS: TASAS DE VARIACIÓN

La variación relativa de la serie en el período t o **tasa de variación** en el período t es:

$$T_t = \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - \frac{Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1$$

T_t viene dada en tanto por uno. Es habitual expresarla en porcentaje o tanto por ciento, para lo cual se multiplica por 100.

T_t puede ser positiva, negativa o nula. Si la variable Y sólo toma valores positivos, el signo de T_t está determinado por el signo de ΔY_t .

Ejemplo (continuación):

- En el primer caso la tasa de variación sería:

$$T_t = \frac{220 - 200}{200} = \frac{220}{200} - 1 = 1'10 - 1 = 0'10 \text{ (en tanto por uno)}$$

o lo que es equivalente: $0'10 \cdot 100 = 10\% \text{ (en tanto por ciento)}$

- En el segundo caso la tasa de variación sería:

$$T_t = \frac{2020 - 2000}{2000} = \frac{2020}{2000} - 1 = 1'01 - 1 = 0'01 \Rightarrow 1\%$$

Lo cual indica que aunque en ambos casos la variación absoluta fue de 20 unidades, en la primera serie esta variación suponía un 10% respecto del valor inicial tomado como referencia, mientras que en el segundo caso la variación relativa fue sólo del 1%. Por tanto, la tasa de variación afina más la información que la variación absoluta.

Otra ventaja de la tasa de variación es que es **adimensional**, lo que permite realizar comparaciones entre series, aunque vengan dadas en distintas unidades de medida.

A partir de la tasa de variación se deduce el concepto de **factor de variación unitaria**:

$$T_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1 \Leftrightarrow 1 + T_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$$

$1 + T_t$ es el factor de variación unitaria correspondiente al período t .

Al multiplicar el factor de variación unitaria por el valor de la serie en el momento $t-1$, se obtiene el valor de la serie en el momento t :

$$Y_{t-1}(1 + T_t) = Y_{t-1} \left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}} \right) = Y_t$$

Ejemplo:

- En el primer caso el factor de variación unitaria del período t sería:

$$1 + T_t = 1 + 0'10 = 1'10 \quad \left(1 + T_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} = \frac{220}{200} = 1'10 \right)$$

al multiplicarlo por Y_{t-1} se obtiene Y_t :

$$Y_{t-1} (1 + T_t) = 200 (1 + 0'10) = 200 + 200 \cdot 0'10 = 200 + 20 = 220 = Y_t$$

- Análogamente, en el segundo caso el factor de variación unitaria del período t sería:

$$1 + T_t = 1 + 0'01 = 1'01$$

al multiplicarlo por X_{t-1} se obtiene X_t :

$$X_{t-1} (1 + T_t) = 2000 (1 + 0'01) = 2000 + 2000 \cdot 0'01 = 2000 + 20 = 2020 = X_t$$

Como antes se ha comentado, si la variación absoluta es negativa también lo será la correspondiente tasa de variación, y el factor de variación unitaria será inferior a la unidad.

Ejemplo:

Supongamos que el valor de la variable Y en el momento t-1 es 250 unidades y en el momento t es 210 unidades:

$$\begin{array}{c|c} \dots & \dots \\ Y_{t-1} = 250 & Y_t = 210 \end{array}$$

Variación absoluta: $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = 210 - 250 = -40$ unidades

$$\text{Tasa de variación: } T_t = \frac{210 - 250}{250} = \frac{210}{250} - 1 = 0'84 - 1 = -0'16 \Rightarrow -16\%$$

Factor de variación unitaria: $1 + T_t = 1 + (-0'16) = 0'84$

al multiplicarlo por Y_{t-1} se obtiene Y_t : $Y_{t-1} (1 + T_t) = 250 \cdot 0'84 = 210 = Y_t$

EQUIVALENCIA ENTRE TASAS DE VARIACIÓN DE DIFERENTES PERÍODOS

Sea una serie mensual Y_0, Y_1, \dots, Y_{12} y sea T_1 la tasa de variación de un mes. Suponiendo que la tasa de variación mensual T_1 se mantiene a lo largo de los 12 meses del año, se ha pasado de un valor inicial Y_0 a un valor final Y_{12} .

T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	T_1	
$ \dots \dots $	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}

Vamos a calcular cuál sería la tasa de variación anual equivalente, T_{12} . La tasa anual equivalente será aquella que aplicada sobre el valor inicial Y_0 dé como resultado el mismo valor final Y_{12} . Sería equivalente aplicar la tasa anual T_{12} que aplicar 12 veces la tasa mensual T_1 .

Por ejemplo, se conoce que en el mes de enero la tasa de variación del IPC (variación relativa de la inflación) ha sido del 1'5% (0'015 por uno). Suponiendo que esta tasa mensual se mantuviera a lo largo de los 12 meses del año, podríamos hacer una previsión de la tasa de variación anual equivalente, que nos daría la variación relativa de los precios para el conjunto del año.

En el primer mes T_1 será:

$$T_1 = \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} = \frac{Y_1}{Y_0} - 1 \quad \text{por lo que}$$

$$Y_0$$

$$Y_1 = Y_0(1 + T_1)$$

$$Y_2 = Y_1(1 + T_1) = Y_0(1 + T_1)(1 + T_1) = Y_0(1 + T_1)^2$$

$$Y_3 = Y_2(1 + T_1) = Y_0(1 + T_1)^2(1 + T_1) = Y_0(1 + T_1)^3$$

$$\dots$$

$$Y_{12} = Y_{11}(1 + T_1) = Y_0(1 + T_1)^{11}(1 + T_1) = Y_0(1 + T_1)^{12}$$

En definitiva: $Y_{12} = Y_0(1 + T_1)^{12}$

Por otro lado, la tasa de variación anual será:

$$T_{12} = \frac{Y_{12} - Y_0}{Y_0} = \frac{Y_{12}}{Y_0} - 1 \quad \text{por lo que}$$

$$Y_{12} = Y_0(1 + T_{12})$$

Como Y_{12} ha de ser el mismo calculado por ambas vías:

$$\begin{aligned} Y_0(1 + T_{12}) &= Y_0(1 + T_1)^{12} \\ (1 + T_{12}) &= (1 + T_1)^{12} \\ T_{12} &= (1 + T_1)^{12} - 1 \end{aligned}$$

Para reflejar que T_{12} es una tasa anual calculada a partir de la tasa mensual T_1 , a T_{12} se denomina tasa de variación mensual elevada a anual.

- Si se conoce una tasa trimestral (T_3), para calcular la tasa anual equivalente (T_{12}):

Trimestres del año: $12/3 = 4$

$$T_{12} = (1 + T_3)^4 - 1$$

T_{12} se denominaría tasa de variación trimestral elevada a anual.

- Si se conoce una tasa cuatrimestral (T_4), para calcular la tasa anual equivalente (T_{12}):

Cuatrimestres del año: $12/4 = 3$

$$T_{12} = (1 + T_4)^3 - 1$$

T_{12} se denominaría tasa de variación cuatrimestral elevada a anual.

- Si se conoce una tasa semestral (T_6), para calcular la tasa anual equivalente (T_{12}):

Semestres del año: $12/6 = 2$

$$T_{12} = (1 + T_6)^2 - 1$$

T_{12} se denominaría tasa de variación semestral elevada a anual.

- Si se conoce una tasa de variación producida a lo largo de j días del año (T_j días), para calcular la tasa anual equivalente (T_{12}):

Grupos de j días que tiene el año: $365/j$

$$T_{12} = (1 + T_{j \text{ días}})^{365/j} - 1$$

T_{12} se denominaría tasa de variación de j días elevada a anual.

TASAS MEDIAS DE VARIACIÓN

Sea una serie mensual Y_0, Y_1, \dots, Y_n en donde se han producido unas tasas mensuales de variación que no tienen por qué ser iguales:

$$\begin{array}{ccccccc}
 T_1(1) & T_1(2) & T_1(3) & & T_1(n) \\
 | & | & | & | & | \\
 Y_0 & Y_1 & Y_2 & Y_3 & \dots & Y_{n-1} & Y_n
 \end{array}$$

$$Y_n = Y_0 (1 + T_1(1)) (1 + T_1(2)) (1 + T_1(3)) \cdot \dots \cdot (1 + T_1(n))$$

La tasa media de variación mensual (TM_1) que promedia a estas n tasas sería aquélla que aplicada sobre el valor inicial Y_0 de forma repetida a lo largo de los n meses diera como resultado el mismo valor final Y_n .

$$\begin{array}{ccccccc}
 TM_1 & TM_1 & TM_1 & & TM_1 \\
 | & | & | & | & | \\
 Y_0 & & & & & \dots & Y_n
 \end{array}$$

$$Y_n = Y_0 (1 + TM_1) (1 + TM_1) (1 + TM_1) \cdot \dots \cdot (1 + TM_1)^n = (1 + TM_1)^n$$

$$Y_0 (1 + TM_1)^n = Y_0 (1 + T_1(1)) (1 + T_1(2)) (1 + T_1(3)) \cdot \dots \cdot (1 + T_1(n))$$

$$1 + TM_1 = \sqrt[n]{(1 + T_1(1))(1 + T_1(2)) \dots (1 + T_1(n))} = G$$

$$TM_1 = \sqrt[n]{(1 + T_1(1))(1 + T_1(2)) \dots (1 + T_1(n))} - 1$$

La tasa media mensual (TM_1) es la media geométrica de los factores de variación unitaria de cada uno de los meses menos la unidad.

Obtenida la TM_1 puede interesarnos determinar su tasa anual equivalente, que, según lo estudiado con anterioridad, sería la obtenida tras aplicar 12 veces la TM_1 :

$$T_{12} = (1 + TM_1)^{12} - 1$$

T_{12} sería la tasa media mensual elevada a anual.

Esta tasa anual equivalente T_{12} también se podría haber calculado a partir de las observaciones mensuales Y_0, Y_1, \dots, Y_{12} :

$$T_{12} = \frac{Y_{12} - Y_0}{Y_0} = \frac{Y_{12}}{Y_0} - 1$$