

Relación de ejercicios del tema 2

Matemáticas. Ciencias Ambientales
Curso 2025/26. Grupo C.

1. Calcula las siguientes integrales indefinidas.

$$(a) \int \frac{dx}{x^2}$$

$$(g) \int e^{2x} dx$$

$$(m) \int \sin^5(x) \cos(x) dx$$

$$(b) \int (2x^2 - 6x + 2) dx$$

$$(h) \int \frac{2}{e^x + 1} dx$$

$$(n) \int \sin^2(x) \cos^3(x) dx$$

$$(c) \int \frac{x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^2} dx$$

$$(i) \int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx$$

$$(o) \int x \cot(g(x^2)) dx$$

$$(d) \int (x^3 + x^2)^4 x dx$$

$$(j) \int \tan(3x) dx$$

$$(p) \int e^{3\cos(2x)} \sin(2x) dx$$

$$(e) \int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx$$

$$(k) \int \sin(x/2) dx$$

$$(q) \int \frac{dx}{1 + \cos^2(x)}$$

$$(f) \int \frac{dx}{2x + 1}$$

$$(l) \int \cos^3(x) \sin(x) dx$$

$$(r) \int \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$$

2. Calcula las siguientes integrales indefinidas.

$$(a) \int \frac{2x + 1}{x^2 - 2x + 1} dx$$

$$(f) \int \tan(x) dx$$

$$(k) \int \cos(x) e^x dx$$

$$(b) \int \frac{dx}{x^2 - 4}$$

$$(g) \int \ln(x) dx$$

$$(l) \int \sin(2x) e^{2x} dx$$

$$(c) \int \frac{x dx}{2x^2 - 6x + 4}$$

$$(h) \int x \ln(x) dx$$

$$(m) \int x e^{-x} dx$$

$$(d) \int \frac{dx}{9 + x^2}$$

$$(i) \int x^2 e^x dx$$

$$(n) \int \cos(x) e^{-2x} dx$$

$$(e) \int \frac{x + 1}{4 + x^2} dx$$

$$(j) \int (2x + 3) \cos(x) dx$$

$$(o) \int \arcsin(x) dx$$

3. Resolver por el método de sustitución:

$$(a) \int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx \quad (t^2 = x)$$

$$(b) \int \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$$

$$(c) \int \frac{(\arcsen(x))^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(d) \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} dx$$

$$(e) \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}} dx$$

$$(f) \int \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}} dx.$$

4. Resolver por partes:

$$(a) \int \ln^2 x \, dx$$

$$(b) \int x^2 \ln(x) \, dx$$

$$(c) \int x \operatorname{arctg}(x) \, dx$$

$$(d) \int x^2 e^{3x} \, dx$$

$$(e) \int x \operatorname{sen}(x) \cos(x) \, dx$$

$$(f) \int \operatorname{sen}(\ln(x)) \, dx$$

$$(g) \int \frac{\ln(x)}{x^2} \, dx$$

$$(h) \int \frac{x}{(\cos x)^2} \, dx$$

5. Resolver las siguientes integrales racionales:

$$(a) \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$$

$$(b) \int \frac{dx}{x^2 + 2x}$$

$$(c) \int \frac{3x-2}{x^2 - 4x + 5} dx$$

$$(d) \int \frac{(x-1)^2}{x^2 + 3x + 4} dx$$

$$(e) \int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6} dx$$

$$(f) \int \frac{dx}{x(x+1)^2}$$

6. Resolver las siguientes integrales trigonométricas:

$$(a) \int \operatorname{sen}^5 x \, dx$$

$$(b) \int \operatorname{sen}^2 x \cos^3 x \, dx$$

$$(c) \int \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x \, dx$$

$$(d) \int \frac{dx}{\operatorname{sen} x + \cos x}$$

$$(e) \int \frac{\cos x}{1 + \cos x} \, dx$$

$$(f) \int \frac{1 - \operatorname{sen} x + \cos x}{1 + \operatorname{sen} x - \cos x} \, dx$$

$$(g) \int \frac{1}{1 + 2(\operatorname{sen} x)^2} \, dx$$

7. Hallar las siguientes integrales definidas:

$$\int_1^2 3x^3 - \operatorname{sen}(x) dx, \quad \int_0^\pi (\operatorname{sen}(x))^3 dx, \quad \int_1^e \frac{1}{2+x} dx.$$

8. Calcular el área comprendida entre el eje de abscisas y las siguientes curvas:

- (a) $y = 4x - x^2$.
- (b) $y = x^3 + x^2 - 6x$.

9. Se considera una circunferencia de radio r centrada en el origen. Hallar el área del círculo, la longitud de la circunferencia, y el área y volumen de la esfera que engendra.

10. Calcula el área comprendida por las siguientes curvas:

- (a) $y = 6x - x^2$, $y = x^2 - 2x$
- (b) $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 0$, $x = 4$
- (c) $y = 2x - x^2$, $y = -x$
- (d) $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = x^2/2$

11. Calcula la longitud de las siguientes curvas

- (a) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ con $x \in [-1, \pi/4]$
- (b) $y = \ln(\cos x)$ con $x \in [0, \pi/4]$
- (c) $y = e^x$ con $x \in [0, 1]$
- (d) $x^2 + y^2 = r^2$

12. Hallar el volumen del cuerpo engendrado al girar, alrededor del eje x , la curva $y = \operatorname{sen}^2 x$, en el intervalo $x = 0$ hasta $x = \pi$.

13. Hallar el área de la superficie engendrada por la rotación de la parte de la tangente $y = \tan(x)$ comprendida entre $x = 0$ y $x = \pi/4$, alrededor del eje x .

14. Hallar el área de la superficie engendrada que resulta al girar una semionda de $y = \operatorname{sen}(x)$ alrededor del eje x .

15. Hallar el área limitada por la parábola $y = -x^2 + 4x$ y las tangentes a la curva en los puntos de intersección el eje x .

16. Para la función $f(x) = 2x\sqrt{1-x^2}$, hallar el área encerrada por la función y el eje de abscisas y el volumen engendrado al girar la curva alrededor del eje x .

17. Hallar la longitud de la curva $y = 2x\sqrt{x}$ entre $x = 0$ y $x = 2$.
18. Hallar la longitud de la curva $y = \ln(x)$ entre $x = \sqrt{3}$ y $\sqrt{8}$.
19. Hallar el área de la superficie de revolución engendrada por $y = 2\sqrt{x}$ al girar respecto del eje x entre los valores $x = 0$ y $x = 2$.