

Relación de ejercicios del tema 2

Matemáticas. Ciencias Ambientales
Curso 2025/26. Grupo C.

1. Calcula las siguientes integrales indefinidas.

| | | |
|---|---------------------------------------|---------------------------------------|
| (a) $\int \frac{dx}{x^2}$ | (g) $\int e^{2x} dx$ | (m) $\int \sin^5(x) \cos(x) dx$ |
| (b) $\int (2x^2 - 6x + 2) dx$ | (h) $\int \frac{2}{e^x + 1} dx$ | (n) $\int \sin^2(x) \cos^3(x) dx$ |
| (c) $\int \frac{x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^2} dx$ | (i) $\int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx$ | (o) $\int x \cotg(x^2) dx$ |
| (d) $\int (x^3 + x^2)^4 x dx$ | (j) $\int \tg(3x) dx$ | (p) $\int e^{3 \cos(2x)} \sin(2x) dx$ |
| (e) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx$ | (k) $\int \sin(x/2) dx$ | (q) $\int \frac{dx}{1 + \cos^2(x)}$ |
| (f) $\int \frac{dx}{2x + 1}$ | (l) $\int \cos^3(x) \sin(x) dx$ | (r) $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$ |

2. Calcula las siguientes integrales indefinidas.

| | | |
|---|--------------------------------|-------------------------------|
| (a) $\int \frac{2x + 1}{x^2 - 2x + 1} dx$ | (f) $\int \tg(x) dx$ | (k) $\int \cos(x) e^x dx$ |
| (b) $\int \frac{dx}{x^2 - 4}$ | (g) $\int \ln(x) dx$ | (l) $\int \sin(2x) e^{2x} dx$ |
| (c) $\int \frac{x dx}{2x^2 - 6x + 4}$ | (h) $\int x \ln(x) dx$ | (m) $\int x e^{-x} dx$ |
| (d) $\int \frac{dx}{9 + x^2}$ | (i) $\int x^2 e^x dx$ | (n) $\int \cos(x) e^{-2x} dx$ |
| (e) $\int \frac{x + 1}{4 + x^2} dx$ | (j) $\int (2x + 3) \cos(x) dx$ | (o) $\int \arcsen(x) dx$ |

3. Resolver por el método de sustitución:

$$(a) \int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx \quad (t^2 = x)$$

$$(b) \int \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$$

$$(c) \int \frac{(\arcsen(x))^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(d) \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} dx$$

$$(e) \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$$

$$(f) \int \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}} dx.$$

4. Resolver por partes:

$$(a) \int \ln^2 x \, dx$$

$$(b) \int x^2 \ln(x) \, dx$$

$$(c) \int x \operatorname{arctg}(x) \, dx$$

$$(d) \int x^2 e^{3x} \, dx$$

$$(e) \int x \operatorname{sen}(x) \cos(x) \, dx$$

$$(f) \int \operatorname{sen}(\ln(x)) \, dx$$

$$(g) \int \frac{\ln(x)}{x^2} \, dx$$

$$(h) \int \frac{x}{(\cos x)^2} \, dx$$

5. Resolver las siguientes integrales racionales:

$$(a) \int \frac{dx}{x^2+2x+5}$$

$$(b) \int \frac{dx}{x^2+2x}$$

$$(c) \int \frac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$$

$$(d) \int \frac{(x-1)^2}{x^2+3x+4} dx$$

$$(e) \int \frac{x^2-5x+9}{x^2-5x+6} dx$$

$$(f) \int \frac{dx}{x(x+1)^2}$$

6. Resolver las siguientes integrales trigonométricas:

$$(a) \int \operatorname{sen}^5 x \, dx$$

$$(b) \int \operatorname{sen}^2 x \cos^3 x \, dx$$

$$(c) \int \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x \, dx$$

$$(d) \int \frac{dx}{\operatorname{sen} x + \cos x}$$

$$(e) \int \frac{\cos x}{1+\cos x} \, dx$$

$$(f) \int \frac{1-\operatorname{sen} x + \cos x}{1+\operatorname{sen} x - \cos x} \, dx$$

$$(g) \int \frac{1}{1+2(\operatorname{sen} x)^2} \, dx$$

7. Hallar las siguientes integrales definidas:

$$\int_1^2 3x^3 - \operatorname{sen}(x) dx, \quad \int_0^\pi (\operatorname{sen}(x))^3 dx, \quad \int_1^e \frac{1}{2+x} dx.$$

8. Calcular el área comprendida entre el eje de abscisas y las siguientes curvas:

(a) $y = 4x - x^2$.

(b) $y = x^3 + x^2 - 6x$.

9. Se considera una circunferencia de radio r centrada en el origen. Hallar el área del círculo, la longitud de la circunferencia, y el área y volumen de la esfera que engendra.

10. Calcula el área comprendida por las siguientes curvas:

(a) $y = 6x - x^2, y = x^2 - 2x$

(b) $y = e^x, y = e^{-x}, x = 0, x = 4$

(c) $y = 2x - x^2, y = -x$

(d) $y = \frac{1}{1+x^2}, y = x^2/2$

11. Calcula la longitud de las siguientes curvas

(a) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ con $x \in [-1, \pi/4]$

(c) $y = e^x$ con $x \in [0, 1]$

(b) $y = \ln(\cos x)$ con $x \in [0, \pi/4]$

(d) $x^2 + y^2 = r^2$

12. Hallar el volumen del cuerpo engendrado al girar, alrededor del eje x , la curva $y = \operatorname{sen}^2 x$, en el intervalo $x = 0$ hasta $x = \pi$.

13. Hallar el área de la superficie engendrada por la rotación de la parte de la tangente $y = \tan(x)$ comprendida entre $x = 0$ y $x = \pi/4$, alrededor del eje x .

14. Hallar el área de la superficie engendrada que resulta al girar una semionda de $y = \operatorname{sen}(x)$ alrededor del eje x .

15. Hallar el área limitada por la parábola $y = -x^2 + 4x$ y las tangentes a la curva en los puntos de intersección el eje x .

16. Para la función $f(x) = 2x\sqrt{1-x^2}$, hallar el área encerrada por la función y el eje de abscisas y el volumen engendrado al girar la curva alrededor del eje x .

17. Hallar la longitud de la curva $y = 2x\sqrt{x}$ entre $x = 0$ y $x = 2$.
18. Hallar la longitud de la curva $y = \ln(x)$ entre $x = \sqrt{3}$ y $\sqrt{8}$.
19. Hallar el área de la superficie de revolución engendrada por $y = 2\sqrt{x}$ al girar respecto del eje x entre los valores $x = 0$ y $x = 2$.