SISTEMAS DE ECUACIONES

ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Calcula el rango de la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 6 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_7).$$

Ejercicio 2.- Estudia el siguiente sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ 3x + y + 2z = 1 \\ x + 4y = 0 \end{array}\right\}.$$

Ejercicio 3.- Estudia el siguiente sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbf{Z}_7$ y que depende del parámetro a,

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = a \\ 2x + ay + z = 1 \\ 3x + 3y + az = 2 \end{array}\right\}.$$

Ejercicio 4.- Estudia el siguiente sistema con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$ y dependiendo de los parámetros a y b:

$$\left.\begin{array}{l} ax + y + z = b \\ bx + y + az = a \end{array}\right\}.$$

Ejercicio 5.- Prueba que el sistema

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ x + 2y + 4z = 2 \end{array}\right\}.$$

con coeficientes en $\mathbb{Z}_7$ es un sistema de Cramer. Encuentra sus soluciones utilizando la fórmula de Cramer.

Ejercicio 6.- Calcula una base de $U = \{(x, y, z) \in \mathbf{Z}_5^3 \mid 2x + 3y + z = 0, x + 4y + 3z = 0\}$.

Ejercicio 7.- Sea U el espacio de $\mathbb{Q}^4$ generado por $\{(1, 1, 1, 1), (1, 2, 1, 1), (0, -1, 0, 0)\}$. Calcula sus ecuaciones cartesianas (respecto de la base usual).

Ejercicio 8.- Sean U y W los subespacios vectoriales de $\mathbb{Z}_7^3$ generados por $\{(1, 0, 2), (0, 2, 3)\}$ y $\{(2, 3, 4), (2, 4, 1)\}$, respectivamente. Calcula una base de $U \cap W$ y determina cuántos elementos hay en $U \cap W$.

Ejercicio 9.- Sean

$$U = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \text{ t.q. } \begin{array}{l} x + y + z + t = 0 \\ x - y - z + t = 0 \end{array} \right\} \text{ y } W = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \text{ t. q. } \begin{array}{l} 2x + y + z + t = 0 \\ 2x + y - z + t = 0 \end{array} \right\}.$$

Calcula una base de $U + W$.