

MATRICES

ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Calcula el determinante de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

cuyos coeficientes están en \mathbb{Z}_7 .

Ejercicio 2.- Da un ejemplo de matrices $A, B \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$ tales que $AB = 0$ y $BA \neq 0$.

Ejercicio 3.- Calcula las inversas de las siguientes matrices

- a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_7),$
b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{Z}_3),$
c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{Z}_7).$

Ejercicio 4.- Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ tales que $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $A - B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Calcula $A^2 - B^2$.

Ejercicio 5.- ¿Para qué valores de a la matriz

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{Z}_5)$$

es regular?

Ejercicio 6.- Sea A una matriz regular de forma que $A^2 = A$. Demuestra que forzosamente A es la matriz identidad.

Ejercicio 7.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$. Calcula A^n .

Ejercicio 8.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. Encuentra X tal que $AX = B$.