

CONJUNTOS, APLICACIONES Y RELACIONES

ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Dados los conjuntos:

$$\begin{aligned}A &= \{a, b, c, d, e, f, g\} \\ B &= \{e, f, g, h, i, j\} \\ C &= \{a, e, i, o, u\}\end{aligned}$$

Determinar los siguientes conjuntos:

$$A \cup B \cup C, A \cap B \cap C, A \setminus B, A \setminus (B \cup C), (A \cap B) \cup C, C \cap (A \setminus B)$$

Ejercicio 2.- Dado el conjunto $X = \{a, b, c, d\}$, determinar el conjunto $\mathcal{P}(X)$.

Ejercicio 3.- Dar un ejemplo de conjuntos X_1, X_2, Y_1, Y_2 verificando

$$(X_1 \times Y_1) \cup (X_2 \times Y_2) \neq (X_1 \cup X_2) \times (Y_1 \cup Y_2).$$

Ejercicio 4.- Determinar cuáles de las siguientes aplicaciones son inyectivas, sobreyectivas o biyectivas.

- a) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n^2$.
- b) $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x$.
- c) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(n) = n + 1$.
- d) $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, f(x) = \frac{3x+2}{4}$.
- e) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = +\sqrt{x}$.

Ejercicio 5.- Dadas dos aplicaciones $\varphi: X \rightarrow Y$ y $\psi: Y \rightarrow Z$. Demostrar

- a) Si φ y ψ son inyectivas entonces $\psi \circ \varphi$ es inyectiva.
- b) Si $\psi \circ \varphi$ es inyectiva, entonces φ es inyectiva.
- c) Si $\psi \circ \varphi$ es inyectiva y φ sobre, entonces ψ es inyectiva.
- d) Si φ y ψ son sobreyectivas, entonces $\psi \circ \varphi$ es sobreyectiva.
- e) Si $\psi \circ \varphi$ es sobreyectiva entonces ψ es sobreyectiva.
- f) Si $\psi \circ \varphi$ es sobreyectiva y ψ es inyectiva entonces φ es sobreyectiva.

Ejercicio 6.- Sea \mathbb{R} el conjunto de los números reales. Definimos sobre \mathbb{R} la siguiente relación:

$$xRy \text{ si } x - y \in \mathbb{Z}.$$

- a) Probar que R es una relación de equivalencia.
- b) Describir el conjunto cociente \mathbb{R}/R .

Ejercicio 7.- En el conjunto \mathbb{Q} de los números racionales se define la siguiente relación

$$xRy \text{ si existe } h \in \mathbb{Z} \text{ tal que } x = \frac{3y + h}{3}.$$

- a) Probar que R es una relación de equivalencia.
- b) ¿Están $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ en la misma clase?
- c) Describir el conjunto cociente \mathbb{Q}/R .

Ejercicio 8.- Sea el conjunto $X = \{1, 2, 3\}$. En el conjunto $\mathcal{P}(X)$ definimos la siguiente relación:

$A \sim B$ si la suma de los elementos de A es igual a la suma de los elementos de B .

- a) Probar que R es una relación de equivalencia.
- b) Describir el conjunto cociente $\mathcal{P}(X)/R$.

Ejercicio 9.- Dado el conjunto ordenado (\mathbb{N}^2, \leq_p) , calcula los elementos notables de

$$\{(1, 0), (0, 1), (2, 1), (3, 1)\}.$$

Ejercicio 10.- Ordena de menor a mayor con el orden lexicográfico los elementos del siguiente conjunto

$$\{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 2), (2, 3, 1), (1, 0, 4)\}.$$