

## CONJUNTOS, APLICACIONES Y RELACIONES

### ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

**Ejercicio 1.-** Dados los conjuntos:

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

$$B = \{e, f, g, h, i, j\}$$

$$C = \{a, e, i, o, u\}$$

Determinar los siguientes conjuntos:

$$A \cup B \cup C, A \cap B \cap C, A \setminus (B \cup C), (A \cap B) \cup C, C \cap (A \setminus B)$$

**Ejercicio 2.-** Dado el conjunto  $X = \{a, b, c, d\}$ , determinar el conjunto  $\mathcal{P}(X)$ .

**Ejercicio 3.-** Dar un ejemplo de conjuntos  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  verificando

$$(X_1 \times Y_1) \cup (X_2 \times Y_2) \neq (X_1 \cup X_2) \times (Y_1 \cup Y_2).$$

**Ejercicio 4.-** Determinar cuáles de las siguientes aplicaciones son inyectivas, sobreyectivas o biyectivas.

a)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n^2$ .

b)  $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x$ .

c)  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(n) = n + 1$ .

d)  $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, f(x) = \frac{3x+2}{4}$ .

e)  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = +\sqrt{x}$ .

**Ejercicio 5.-** Dadas dos aplicaciones  $\varphi : X \rightarrow Y$  y  $\psi : Y \rightarrow Z$ . Demostrar

a) Si  $\varphi$  y  $\psi$  son inyectivas entonces  $\psi \cdot \varphi$  es inyectiva.

b) Si  $\psi \cdot \varphi$  es inyectiva, entonces  $\varphi$  es inyectiva.

c) Si  $\psi \cdot \varphi$  es inyectiva y  $\varphi$  sobre, entonces  $\psi$  es inyectiva.

d) Si  $\varphi$  y  $\psi$  son sobreyectivas, entonces  $\psi \cdot \varphi$  es sobreyectiva.

e) Si  $\psi \cdot \varphi$  es sobreyectiva entonces  $\psi$  es sobreyectiva.

f) Si  $\psi \cdot \varphi$  es sobreyectiva y  $\psi$  es inyectiva entonces  $\varphi$  es sobreyectiva.

**Ejercicio 6.-** Sea  $\mathbb{R}$  el conjunto de los números reales. Definimos sobre  $\mathbb{R}$  la siguiente relación:

$$xRy \text{ si } x - y \in \mathbb{Z}.$$

a) Probar que  $R$  es una relación de equivalencia.

b) Describir el conjunto cociente  $\mathbb{R}/R$ .

**Ejercicio 7.-** En el conjunto  $\mathbb{Q}$  de los números racionales se define la siguiente relación

$$xRy \text{ si existe } h \in \mathbb{Z} \text{ tal que } x = \frac{3y+h}{3}.$$

a) Probar que  $R$  es una relación de equivalencia.

b) ¿Están  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{4}{5}$  en la misma clase?

c) Describir el conjunto cociente  $\mathbb{Q}/R$ .

**Ejercicio 8.-** Sea el conjunto  $X = \{1, 2, 3\}$ . En el conjunto  $\mathcal{P}(X)$  definimos la siguiente relación:

$A R B$  si la suma de los elementos de  $A$  es igual a la suma de los elementos de  $B$ .

a) Probar que  $R$  es una relación de equivalencia.

b) Describir el conjunto cociente  $\mathcal{P}(X)/R$ .

**Ejercicio 9.-** Dado el conjunto ordenado  $(\mathbb{N}^2, \leq_p)$ , calcula los elementos notables de

$$\{(1, 0), (0, 1), (2, 1), (3, 1)\}.$$

**Ejercicio 10.-** Ordena de menor a mayor con el orden lexicográfico los elementos del siguiente conjunto

$$\{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 2), (2, 3, 1), (1, 0, 4)\}.$$