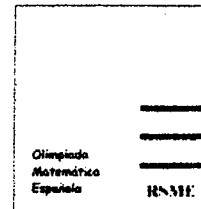




3



XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Fase nacional 2003 (Islas Canarias)

Primera sesión (3 de marzo)

Problema 1

Probar que para cualquier primo p distinto de 2 y de 5 existe un múltiplo de p cuyas cifras son todas nueve. Por ejemplo si $p = 13$, $999999 = 13 \cdot 76923$.

Problema 2

¿Existe algún conjunto finito M , de números reales, que contenga al menos dos números distintos, y que cumpla la propiedad siguiente:

Para dos números a, b cualesquiera de M , el número $2a - b^2$ también pertenece a M ?

Justificar la respuesta.

Problema 3

Las alturas de un triángulo ABC se cortan en el punto H . Se sabe que $AB = CH$. Determinar el valor del ángulo $\angle BCA$.

No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3,5 horas.



XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Fase nacional 2003 (Islas Canarias)

Segunda sesión (4 de marzo)

Problema 4

Sea x un número real tal que $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$. Demostrar que tanto x como x^2 son irracionales.

Problema 5

¿Cuáles son las posibles áreas de un hexágono con todos los ángulos iguales y cuyos lados miden 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en algún orden?

Problema 6

Ensamamos $2n$ bolas blancas y $2n$ bolas formando una cadena abierta. Demuestra que, se haga en el orden que se haga, siempre es posible cortar un segmento de cadena exactamente con n bolas blancas y n bolas negras.

No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3,5 horas.