EXAMEN DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

PROBLEMAS

1. Una pequeña empresa tiene un presupuesto diario de al menos 3h. de mano de obra y 5 unidades de materia prima para fabricar tres productos. De ser necesario la compañía puede emplear hasta 4h. diarias de tiempo extra de mano de obra. Se necesitan una hora de mano de obra para fabricar el primer producto y 3h. de mano de obra para el tercero. Por otra parte, se necesitan 1 y 2 unidades de materia prima para producir una unidad del producto dos y tres, respectivamente. Se sabe por otras veces que se necesitan 1h. extra para fabricar los productos primero y segundo, respectivamente. Finalmente, se sabe que los costos que proporcionan estos productos son 2, 3 y 9 euros, respectivamente. Bajo estas condiciones determinar la cantidad que hay que producir de cada producto para obtener un costo mínimo.

2. Las siguientes tablas del simplex son la tabla inicial y óptima de un problema de maximizar en forma estándar.

TABLA INICIAL

	-1	3	-2	0	0	0	
	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	b_i
s_1	3	-1	2	1	0	0	7
s_2	-2	4	0	0	1	0	12
s_3	-4	3	8	0	0	1	10

TABLA ÓPTIMA

	-1	3	-2	0	0	0	
	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	b_i
x_1	1	0	0,8	0,4	0,1	0	4
x_2	0	1	0,4	0,2	0,3	0	5
s_3	0	0	10	1	$-0{,}5$	1	11

a) Determinar el rango de variación de c_2. Si este costo ha aumentado dos unidades, ¿cuál es la solución óptima?

b) Determinar el rango de variación del segundo recurso. Si se cambiara este recurso por 12 unidades ¿cuál es la solución óptima?

c) Se incorpora una nueva restricción con disponibilidad 8 y las tasas de uso correspondientes son (2, 3, 1) ¿Cambiaría la solución óptima?. Razonar la respuesta.

d) Determinar las soluciones del problema para $t \in \mathbb{R}$, si $b^0 = (10, 0, -20)$.

3. Una aerolínea pueda comprar gasolina de tres proveedores. Los proveedores tienen disponibles 2K, 6K y 6K galones, respectivamente. La compañía necesita gasolina en tres sitios, en cada sitio se requiere 5K, 3K y 2K galones, respectivamente. El precio establecido por K galones de gasolina entregada en cada sitio es como se observa a continuación.

Sitios

	1	2	3
1	2	1	1
2	4	2	5
3	1	8	9

a) ¿Cómo puede la compañía comprar gasolina a fin de minimizar el costo? (Sugerencia utilizar el elemento mínimo)

b) Formular el problema como un problema de programación lineal.

SOLUCIONES

1. Planteamiento del problema lineal

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 \\ \text{s.a. } x_1 + 3x_3 &\geq 3 \\ x_2 + 2x_3 &\geq 5 \\ x_1 + x_2 &\leq 4 \end{aligned}$$

$$x_i \geq 0, \ i = 1, 2, 3.$$

Solución: $x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = 1$ y $Z = 18$.

2. a) Si el beneficio c_2 está en $(2, \infty)$, la solución se mantiene y el valor de la función objetivo es $Z = 5c_2 - 4$. Si aumenta 2 unidades, la solución óptima es $x_1 = 4, x_2 = 5, x_3 = 0$ y $Z = 21$.

b) El rango de variación de b_2 es $(-4.6, 34)$ para que la tabla permanezca óptima. Si $b_2 = 12$, la solución óptima es la original.

c) La solución cambia ya que la solución del problema no verifica la nueva restricción.

d)

Rango	Solución	Función objetivo
$t \in (-\infty, -1)$	Infactible	
$t \in (-1, 1.1)$	$x_1 = 4 + 4t, x_2 = 5 + 2t, x_3 = 0$	$Z = 14 + 2t$
$t \in (1.1, 2.9)$	$x_1 = 6.6 + 2t, x_2 = 11.6 - 4t, x_3 = 0$	$Z = 28.2 - 14t$
$t \in (2.9, +\infty)$	Infactible	

3. Planteamiento del problema de transporte como un problema lineal

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z = \ & 2x_{11} + x_{12} + x_{13} + 4x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} + x_{31} + 8x_{32} + 9x_{33} \\ \text{s.a.} \quad & x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 2 \\ & x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 6 \\ & x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 6 \\ & x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 5 \\ & x_{12} + x_{22} + x_{32} \geq 3 \\ & x_{13} + x_{23} + x_{33} \geq 2 \\ & x_{ij} \in \mathbb{Z}^+, \ i, j = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Solución: $x_{11} = 0, x_{12} = 0, x_{13} = 2, x_{21} = 0, x_{22} = 3, x_{23} = 0, x_{31} = 5, x_{32} = 0, x_{33} = 0$ y $Z = 13$.