Universidad de Granada

EXAMEN DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

PROBLEMAS

1. La Hudson Stove Company fabrica estufas que usan madera como combustible para el creciente mercado doméstico. En estos momentos, se fabrican tres tamaños de estufas: la Baby Burner, la Mama Burner y la Papa Burner. Esta compañía tiene plantas en Arbor y Michigan. La planta de Arbor puede fabricar 120 BB, 100 MB y 50 PB en una jornada de 8 horas, en tanto que en la planta de Michigan se pueden fabricar 150 BB, 90 MB y 60 PB. La demanda mensual de BB es por lo menos de 3000 unidades, de MB de como máximo 2500 unidades y de PB al menos 1500 unidades. El costo diario en la planta de Arbor es de 4700 dólares, en tanto que en la planta de Michigan el costo es de 3900 dólares por día.

a) A la compañía le gustaría saber cuántas jornadas se debe trabajar en cada planta para minimizar los costos y satisfacer las demandas.

b) Representar gráficamente la región factible de este problema. ¿Cómo es la región?

c) Resolver el problema dual gráficamente suponiendo que no se tiene en cuenta la demanda de 1500 unidades.

2. Una fábrica elabora tres productos que precisan de tres recursos: servicios técnicos, trabajo y administración. La siguiente tabla indica las necesidades en horas de cada uno de los recursos por unidad, de cada uno de los productos, así como el beneficio unitario (u.m.) de cada uno de ellos. La compañía dispone actualmente como máximo de 100h de servicio técnico, 600 de trabajo y 300 de administración. La cantidad de producto que debe elaborar la compañía para maximizar el beneficio está reflejada en la tabla óptima.

Prod.	S. téc.	Trab.	Adminis.	Benef.
A	1	10	2	600
B	1	4	1	360
C	1	5	6	240

Tabla óptima

	600	360	240	0	0	0	
	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	x_b
x_2	0	1	5/6	5/3	$-1/6$	0	200/3
x_1	1	0	1/6	$-2/3$	1/6	0	100/3
s_3	0	0	4	-2	0	1	100

a) Determinar la solución óptima del problema dual.

b) ¿Para qué intervalo del beneficio del producto A se mantiene dicha solución óptima? Si el beneficio aumenta en 100 unidades ¿cuál es la solución óptima?

c) Determinar el rango de variación de las horas disponibles de servicios técnicos para que la tabla permanezca óptima. Determinar la solución si el número de horas disminuye en 20.

d) Determinar las soluciones del problema para $t \in (-\infty, 100/65)$ sabiendo que el vector b^0 está dado por $b^0 = (30, 0, -5)$.

3. Una empresa energética dispone de tres plantas de generación para satisfacer la demanda eléctrica de tres ciudades. Las plantas P_1, P_2 y P_3 pueden satisfacer 20, 40 y 30 millones de Kw/h, respectivamente. El valor máximo de consumo ocurre a las 14h y es de 30, 20 y 20 millones de Kw/h en Madrid, Sevilla y Bilbao, respectivamente. El costo de enviar 1Kw/h depende de la distancia que deba recorrer la energía. La siguiente tabla muestra los costos de envío unitario desde cada planta a cada ciudad.

		Ciudades		
		Madrid	Sevilla	Bilbao
Plantas	P_1	1	2	1
	P_2	3	4	5
	P_3	2	3	3

a) Formular el modelo lineal que permita minimizar los costos.

b) Determinar el el suministro de energía a cada ciudad de forma que se satisfagan las demandas y disponibilidades a costo mínimo. (Recomendación: Utilizar el método del elemento mínimo)

SOLUCIONES

1. a Planteamiento del problema lineal

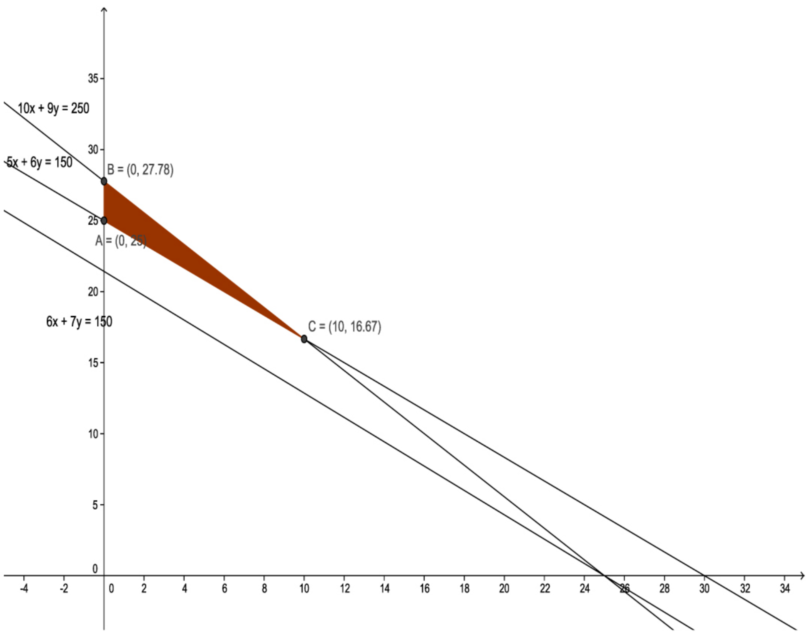
$$\text{Mín } Z = 4700x_1 + 3900x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.a. } 120x_1 + 140x_2 &\geq 3000 \\ 100x_1 + 90x_2 &\leq 2500 \\ 50x_1 + 60x_2 &\geq 1500 \end{aligned}$$

$$x_i \geq 0, \;\; i = 1, 2.$$

Solución: $x_1 = 0, x_2 = 25$ y $Z = 97500$.

b La región factible es acotada

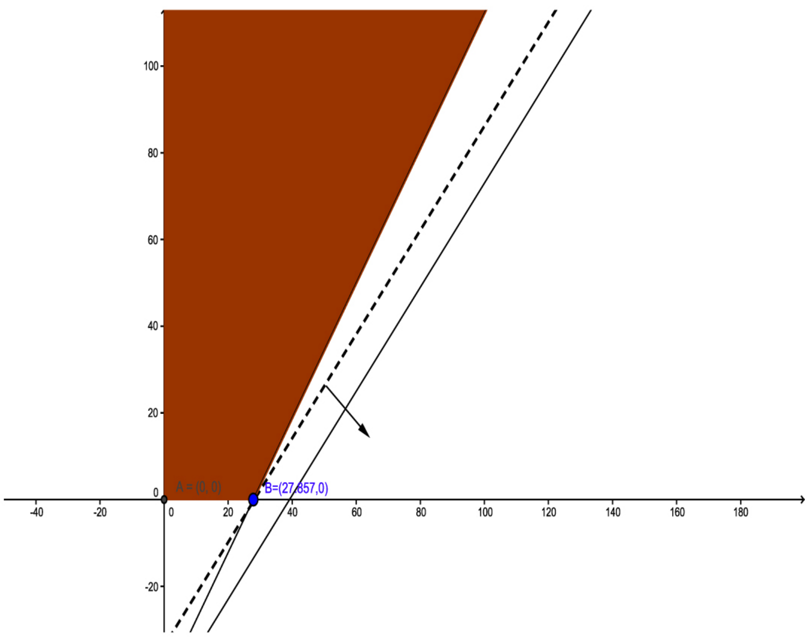


c Problema dual

$$\text{Máx } W = 3000y_1 - 2500y_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.a. } 120y_1 - 100y_2 &\leq 4700 \\ 140y_1 - 90y_2 &\leq 3900 \end{aligned}$$

$$y_j \geq 0, \;\; j = 1, 2.$$



Solución: $y_1 = 27.857, y_2 = 0$ y $W = 83571$.

2. a) La solución dual es $y_1 = 200, y_2 = 40, y_3 = 0$ y $W = 44000$

b) Si el beneficio c_1 está en $(360, 900)$, la solución se mantiene y el valor de la función objetivo es $Z = \frac{72000}{3} + \frac{100}{3}c_1$. Si aumenta en 100 unidades, la solución óptima es $x_1 = 100/3, x_2 = 200/3, x_3 = 0$ y $Z = 142000/3$

c) El rango de variación de b_1 es $(60, 150)$ para que la tabla permanezca óptima. Si el número de horas disminuye en 20, la solución óptima es $x_1 = \frac{140}{3}, x_2 = \frac{100}{3}, x_3 = 0$ y $Z = 40000$

d)

Rango	Solución	Función objetivo
$t \in (-\infty, \frac{-10}{3})$	Infactible	
$t \in (\frac{-10}{3}, \frac{-4}{3})$	$x_1 = 100 + 3t, x_2 = x_3 = 0$	$Z = 60000 + 18000t$
$t \in (\frac{-4}{3}, \frac{100}{65})$	$x_1 = \frac{100}{3} - 20t, x_2 = \frac{200}{3}800 + 50t, x_3 = 0$	$Z = 44000 + 6000t$

3. Planteamiento del problema de transporte como un problema lineal

$$\begin{array}{ll}
\text{Mín } Z = x_{11} + 2x_{12} + x_{13} + 3x_{21} + 4x_{22} + 5x_{23} + 2x_{31} + 3x_{32} + 3x_{33} & \\
\text{s.a.} \qquad x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 20 & \\
\qquad\qquad x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 40 & \\
\qquad\qquad x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 30 & \\
\qquad\qquad x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 30 & \\
\qquad\qquad x_{12} + x_{22} + x_{32} \geq 20 & \\
\qquad\qquad x_{13} + x_{23} + x_{33} \geq 20 & \\
\qquad\qquad x_{ij} \in \mathbb{Z}^+, \forall i, j &
\end{array}$$

Solución: $x_{11} = 0, x_{12} = 0, x_{13} = 20, x_{21} = 0, x_{22} = 20, x_{23} = 0, x_{31} = 30, x_{32} = 0, x_{33} = 0$ y $Z = 160$.