



## EXAMEN DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

### PROBLEMAS

1. Una empresa química produce dos disolventes, CS-01 y CS-02, en una de sus plantas. La planta trabaja durante la semana un número de horas que establece la empresa empleando a una serie de trabajadores a tiempo completo y a otros a tiempo parcial para hacer funcionar las máquinas que mezclan ciertos productos químicos para producir cada disolvente. Esta fuerza de trabajo proporciona al menos 230 horas de trabajo disponible en el departamento de mezclado. Los productos, una vez mezclados, son refinados en el departamento de purificación, que actualmente tiene una cantidad de purificadores y emplea a trabajadores a tiempo completo y a tiempo parcial. Esto proporciona al menos 250 horas de trabajo disponible en el departamento de purificación. Las horas requeridas en los departamentos de mezclado y purificación para producir mil galones de cada uno de los disolventes se presentan en la siguiente tabla

Mezclado y purificación  
(h/1000galones)

	CS-1	CS-02
Mezclado	2	1
Purificación	1	2

La empresa tiene una provisión casi ilimitada de la materia prima que necesita para producir los disolventes. Puede proporcionar cualquier cantidad de CS-01, pero para CS-02 está limitada hasta un máximo de 120000 galones por semana. El departamento de contabilidad estima un costo de 3 u.m. por 1000 galones de CS-01 y de 2 u.m. por 1000 galones de CS-02.

Determinar el plan de producción semanal de forma que se minimice el costo. (Utilizar el método Simplex o cualquiera de sus variantes.)

2. Las siguientes tablas del simplex son la tabla inicial y óptima de un problema de maximizar en forma estándar.

Máquina	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$b_i$
$s_1$	10	4	9	3600
$s_2$	40	1	1	2400
Beneficio	20	6	10	

	20	6	10	0	0	
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$b_i$
$x_2$	0	1	7/3	4/15	-1/15	800
$x_1$	1	0	-1/30	-1/150	4/150	40

- a) Determinar el rango de variación del beneficio de  $x_2$  para que la tabla siga siendo óptima. ¿Cuál es la solución si disminuye en tres unidades?
- b) Determinar el rango de variación del segundo recurso para que la tabla siga siendo óptima. Si este recurso aumenta en 300 unidades ¿cuál es la solución óptima?
- c) Se introduce una variable cuyo beneficio es 12 u.m. y las tasas de uso son 10 y 8 respectivamente. ¿Influye en el beneficio?
- d) Determinar las soluciones del problema para  $t \in (-\infty, 120)$ , si  $b^0 = (150, 0)$ .

3. En una ciudad pequeña se tiene la necesidad de un cierto número de autobuses para tres barrios de la ciudad, que llamaremos A, B y C. Para cubrir los servicios en los distintos barrios se necesitan 3, 3 y 4 autobuses para cada barrio. Estos provienen de dos garajes,  $G_1$  y  $G_2$  de manera que el primero dispone de 2 y  $G_2$  tiene 6 autobuses preparados para el servicio. Los tiempos de recorrido entre el primer garaje y cada uno de los barrios son, 10, 8 y 4 respectivamente y los de  $G_2$  9, 6 y 3. El responsable de transportes deber distribuir éstos de manera que los tiempos de recorrido sean mínimos.

- a) Determinar la distribución a tiempo mínimo. ¿Cómo es la solución de este problema?
- b) Formular el problema como un problema de programación lineal.

### SOLUCIONES

1. Planteamiento del problema lineal

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a. } 2x_1 + x_2 &\geq 230 \\ x_1 + 2x_2 &\geq 250 \\ x_2 &\leq 120 \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Solución:  $x_1 = 70, x_2 = 90$  y  $Z = 390$ .

2. a) Si el beneficio  $c_2$  está en  $(32/7, 8)$ , la solución se mantiene y el valor de la función objetivo es  $Z = 800c_2 + 800$ . Si aumenta en 3 unidades, la solución óptima es  $x_1 = 40, x_2 = 800, x_3 = 0$  y  $Z = 3200$ .
- b) El rango de variación de  $b_2$  es  $(900, 14400)$  para que la tabla permanezca óptima. Si disminuye 300 unidades, la solución óptima es  $x_1 = 40, x_2 = 780, x_3 = 0$  y  $Z = 5480$ .
- c) No influye ya que la solución dual no verifica la correspondiente restricción dual y la nueva variable no pasaría a ser básica.
- d)

Rango	Solución	Función objetivo
$t \in (-\infty, -24)$	Infactible	
$t \in (-24, -20)$	$x_1 = 360 + 15t, x_2 = 0, x_3 = 0$	$Z = 7200 + 300t$
$t \in (-20, 40)$	$x_1 = 40 - t, x_2 = 800 + 40t, x_3 = 0$	$Z = 5600 - 220t$
$t \in (40, 120)$	$x_1 = 0, x_2 = 3600 - 30t, x_3 = -1200 + 30t$	$Z = 9600 + 120t$

### 3. Planteamiento del problema de transporte como un problema lineal

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= 10x_{11} + 8x_{12} + 4x_{13} + 9x_{21} + 6x_{22} + 3x_{23} \\ \text{s.a. } & \quad x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 2 \\ & \quad x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 6 \\ & \quad x_{11} + x_{21} \geq 3 \\ & \quad x_{12} + x_{22} \geq 3 \\ & \quad x_{13} + x_{23} \geq 4 \\ & \quad x_{ij} \in \mathbb{Z}^+, \forall i, j \end{aligned}$$

Solución: El problema tiene óptimos alternativos y una solución óptima es  $x_{11} = 2, x_{12} = 0, x_{13} = 0, x_{21} = 1, x_{22} = 3, x_{23} = 2$  y  $Z = 41$ .