

FUNDAMENTOS DE BIOLOGÍA APLICADA I - (LDO. EN BIOLOGÍA. CUARTO CURSO)

Relación de ejercicios Nº 3. Curso 2009-2010.

1. Determina el retrato de fases para cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales autónomas.

a)  $x' = x(7 - x)$       b)  $x' = x^2(7 - x)$       c)  $x' = x(7 - x)^2$       d)  $x' = \cos x$

Estudia, en cada caso, las propiedades de estabilidad de los puntos de equilibrio.

2. Reconstruye la gráfica de la soluciones de la ecuación  $x' = f(x)$  según el retrato de fases dado.

a)

b)

c)

d)

Indica los puntos de equilibrio en cada caso y estudia la estabilidad de dichos puntos.

3. Esboza el retrato de fases para los siguientes sistemas correspondientes a modelos de interacción entre especies de tipo antagonismo.

$$\begin{array}{lll} a) \quad \begin{cases} x' = (3 - x - y)x \\ y' = (1 + x - y)y \end{cases} & b) \quad \begin{cases} x' = (2 - x - y)x \\ y' = (-1 + 2x - y)y \end{cases} & c) \quad \begin{cases} x' = (-3 + 3x - y)x \\ y' = (1 + x - y)y \end{cases} \end{array}$$

Realiza un análisis de los resultados obtenidos.

4. Ejercicio análogo al anterior para los siguientes modelos de competición.

$$\begin{array}{lll} a) \quad \begin{cases} x' = (2 - x - y)x \\ y' = (3 - 2x - y)y \end{cases} & b) \quad \begin{cases} x' = (3 - 2x - y)x \\ y' = (2 - x - y)y \end{cases} & c) \quad \begin{cases} x' = (3 - 2x - y)x \\ y' = (6 - 4x - 2y)y \end{cases} \end{array}$$

5. Ejercicio análogo al tercero para los siguientes modelos de mutualismo (cooperación).

$$\begin{array}{lll} a) \quad \begin{cases} x' = (4 - 2x + y)x \\ y' = (3 + x - 3y)y \end{cases} & b) \quad \begin{cases} x' = (-1 - x + y)x \\ y' = (3 + x - 2y)y \end{cases} & c) \quad \begin{cases} x' = (-x + y)x \\ y' = (1 + 2x - y)y \end{cases} \end{array}$$

6. Ejercicio análogo al tercero para los siguientes modelos.

$$\begin{array}{lll} a) \quad \begin{cases} x' = (2 - x)x \\ y' = (1 - y)y \end{cases} & b) \quad \begin{cases} x' = (1 - x)x \\ y' = (2 - x - y)y \end{cases} & c) \quad \begin{cases} x' = (1 - x + y)x \\ y' = (1 - y)y \end{cases} \end{array}$$

7. La dinámica de una población viene determinada por la ecuación diferencial

$$P' = P(P - 0'3)(8 - P),$$

siendo  $P(t)$  el número de individuos (en miles) que hay en el hábitat en el instante  $t$ .

- a) Determina los puntos de equilibrio de esta ecuación diferencial.
- b) Dibuja el retrato de fases correspondiente y estudia la estabilidad de los puntos de equilibrio.
- c) Explica el significado de lo que has obtenido en el apartado anterior en términos de la dinámica de la población.
- d) ¿Qué ocurrirá con esta población a largo plazo si en el instante inicial hay 250 individuos en el hábitat?  
¿Y si hay 500?

8. Se considera el siguiente modelo de interrelación entre especies

$$\begin{cases} x' = (1 - x - y)x \\ y' = (4 - 5x - ay)y \end{cases}$$

donde  $a$  es un parámetro estrictamente positivo.

- a) Para cada valor de  $a$ , ¿qué tipo de interrelación existe?
- b) Calcula los valores de  $a$  para los que existe un estado de coexistencia.