Estructura y clasificación de grupoides monoidales

María Calvo Cervera

En colaboración con Antonio Marinez Cegarra y Benjamín Alarcón Heredia
Universidad de Granada

19 de Septiembre de 2013
2º Congreso de Jóvenes Investigadores

Espacios vectoriales

Categorías monoidales

Espacios vectoriales

Conjuntos finitos

Categorías monoidales

Espacios vectoriales Conjuntos finitos R-módulos

Categorías monoidales

Espacios vectoriales	Conjuntos finitos	R-módulos
$\otimes$	$\cup$	$\otimes$

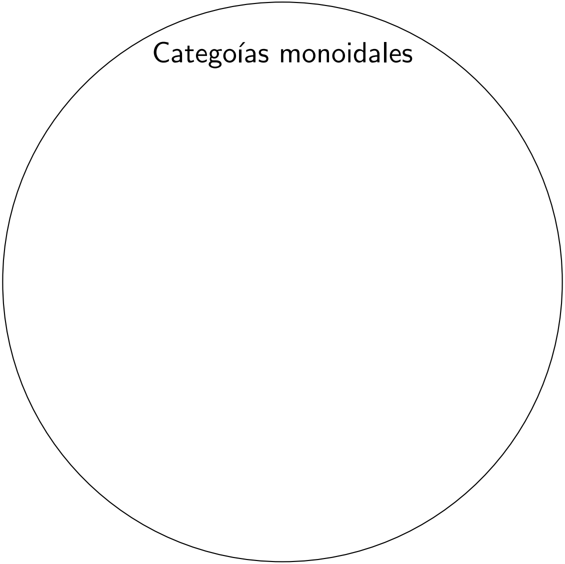
Categorías monoidales

Espacios vectoriales | Conjuntos finitos | R-módulos

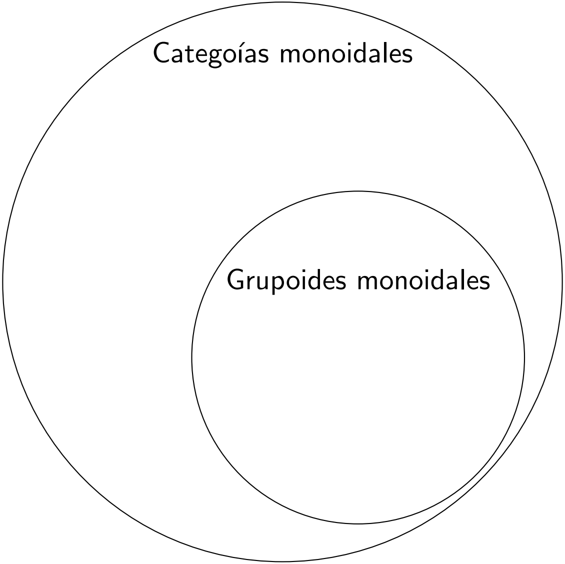
$$
\begin{tikzcd}
\otimes \arrow[dr] & \cup \arrow[d] & \otimes \arrow[dl] \\
 & \text{Producto} &
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{tikzcd}
\text{Espacios vectoriales} & \text{Conjuntos finitos} & \text{R-módulos} \\
\otimes \arrow[dr] & \cup \arrow[d] & \otimes \arrow[dl] \\
& \text{Producto} \arrow[d] & \\
& \text{Categoría monoidal} &
\end{tikzcd}
$$

Grupoides monoidales



Grupoides monoidales



Objetivo

Buscamos una clasificación algebraica de los grupoides monoidales.

Objetivo

Buscamos una clasificación algebraica de los grupoides monoidales.
Dos grupoides son **equivalentes** si hay una equivalencia monoidal $\mathcal{G} \overset{\sim}{\to} \mathcal{G}'$.

Objetivo

Buscamos una clasificación algebraica de los grupoides monoidales.
Dos grupoides son **equivalentes** si hay una equivalencia monoidal $\mathcal{G} \overset{\sim}{\to} \mathcal{G}'$.
Es decir, hay un funtor $F : \mathcal{G} \to \mathcal{G}'$, tal que

- F es monoidal, es decir, respeta la estructura de categoría monoidal.

Objetivo

Buscamos una clasificación algebraica de los grupoides monoidales.
Dos grupoides son **equivalentes** si hay una equivalencia monoidal $\mathcal{G} \stackrel{\sim}{\to} \mathcal{G}'$.
Es decir, hay un funtor $F : \mathcal{G} \to \mathcal{G}'$, tal que

- F es monoidal, es decir, respeta la estructura de categoría monoidal.
- F es una equivalencia de categorías.

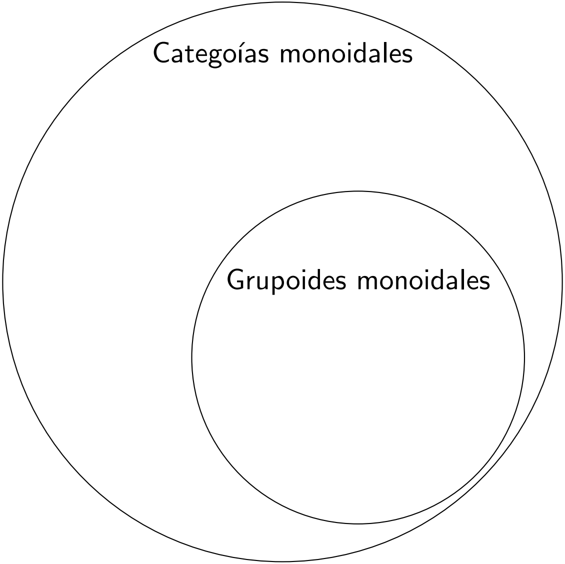
Objetivo

Buscamos una clasificación algebraica de los grupoides monoidales.
Dos grupoides son **equivalentes** si hay una equivalencia monoidal $\mathcal{G} \overset{\sim}{\to} \mathcal{G}'$.
Es decir, hay un funtor $F : \mathcal{G} \to \mathcal{G}'$, tal que

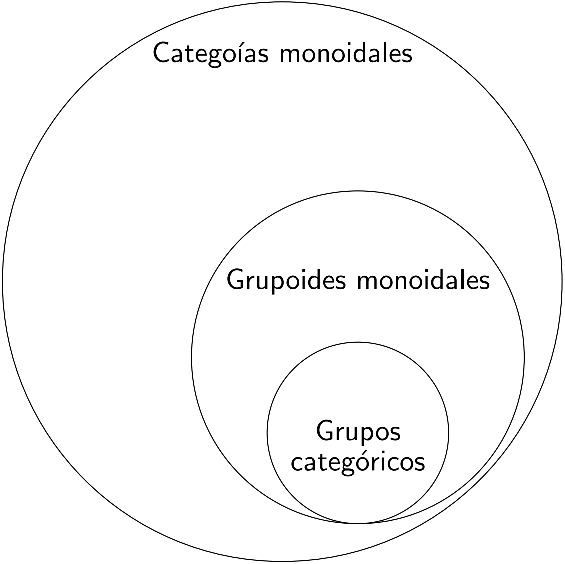
- F es monoidal, es decir, respeta la estructura de categoría monoidal.
- F es una equivalencia de categorías.

El objetivo es clasificar **clases de equivalencias monoidales** de grupoides monoidales.

Grupos categóricos



Grupos categóricos



Grupos categóricos

[Sihn, 1975]

La clase de equivalencia de un grupo categórico viene determinada por:

Grupos categóricos

[Sihn, 1975]

La clase de equivalencia de un grupo categórico viene determinada por:

- un grupo G

Grupos categóricos

[Sihn, 1975]

La clase de equivalencia de un grupo categórico viene determinada por:

- un grupo G
- un G-módulo $(A, \theta : G \to Aut(A))$

Grupos categóricos

[Sihn, 1975]

La clase de equivalencia de un grupo categórico viene determinada por:

- un grupo G
- un G-módulo $(A, \theta : G \to Aut(A))$
- $c \in H^3(G, (A, \theta))$

Grupos categóricos

[Sihn, 1975]

La clase de equivalencia de un grupo categórico viene determinada por:

- un grupo G
- un G-módulo $(A, \theta : G \to Aut(A))$
- $c \in H^3(G, (A, \theta))$

Conexión con la cohomología de grupos

Grupos categóricos

[Sihn, 1975]

La clase de equivalencia de un grupo categórico viene determinada por:

- un grupo G
- un G-módulo $(A, \theta : G \to Aut(A))$
- $c \in H^3(G, (A, \theta))$

Conexión con la cohomología de grupos

Los grupos categóricos son un modelo algebraico de 2-tipos de homotopía

¿Qué es una categoría monoidal?

¿Qué es una categoría monoidal?

Dados dos $\mathbb{R}$-espacios vectoriales V y W podemos "multiplicarlos" mediante el producto tensor

$$V \otimes W.$$

¿Qué es una categoría monoidal?

Dados dos $\mathbb{R}$-espacios vectoriales V y W podemos "multiplicarlos" mediante el producto tensor

$$V \otimes W.$$

Si tenemos dos funciones $f : V \to V'$ y $g : W \to W'$, podemos también multiplicar los morfismos

$$f \otimes g : V \otimes W \to V' \otimes W',$$

¿Qué es una categoría monoidal?

Dados dos $\mathbb{R}$-espacios vectoriales V y W podemos "multiplicarlos" mediante el producto tensor

$$V \otimes W.$$

Si tenemos dos funciones $f : V \to V'$ y $g : W \to W'$, podemos también multiplicar los morfismos

$$f \otimes g : V \otimes W \to V' \otimes W',$$

de forma que obtenemos un funtor

$$\otimes : \mathbf{Vect} \times \mathbf{Vect} \to \mathbf{Vect}$$

Dados dos $\mathbb{R}$-espacios vectoriales V y W podemos "multiplicarlos" mediante el producto tensor

$$V \otimes W.$$

Si tenemos dos funciones $f : V \to V'$ y $g : W \to W'$, podemos también multiplicar los morfismos

$$f \otimes g : V \otimes W \to V' \otimes W',$$

de forma que obtenemos un funtor

$$\otimes : \mathbf{Vect} \times \mathbf{Vect} \to \mathbf{Vect}$$

Existen ademas biyecciones

$$(U \otimes V) \otimes W \cong U \otimes (V \otimes W)$$

¿Qué es una categoría monoidal?

Dados dos $\mathbb{R}$-espacios vectoriales V y W podemos "multiplicarlos" mediante el producto tensor

$$V \otimes W.$$

Si tenemos dos funciones $f : V \to V'$ y $g : W \to W'$, podemos también multiplicar los morfismos

$$f \otimes g : V \otimes W \to V' \otimes W',$$

de forma que obtenemos un funtor

$$\otimes : \mathbf{Vect} \times \mathbf{Vect} \to \mathbf{Vect}$$

Existen ademas biyecciones

$$(U \otimes V) \otimes W \cong U \otimes (V \otimes W)$$

$$V \otimes \mathbb{R} \cong V \quad \mathbb{R} \otimes V \cong V$$

¿Qué es una categoría monoidal?

Definición

$\mathcal{M}$ una categoría,

¿Qué es una categoría monoidal?

Definición

$\mathcal{M}$ una categoría, un funtor

$$\otimes : \mathcal{M} \times \mathcal{M} \to \mathcal{M}, \qquad (X, Y) \mapsto X \otimes Y,$$

(el *producto tensor*)

¿Qué es una categoría monoidal?

Definición

$\mathcal{M}$ una categoría, un funtor

$$\otimes : \mathcal{M} \times \mathcal{M} \to \mathcal{M}, \quad (X, Y) \mapsto X \otimes Y,$$

(el *producto tensor*) el objecto unidad $\mathrm{I} \in \mathcal{M}$,

¿Qué es una categoría monoidal?

Definición

$\mathcal{M}$ una categoría, un funtor

$$\otimes : \mathcal{M} \times \mathcal{M} \to \mathcal{M}, \quad (X, Y) \mapsto X \otimes Y,$$

(el *producto tensor*) el objecto unidad $\mathrm{I} \in \mathcal{M}$, e isomorfismos naturales

$$\mathbf{a}_{X,Y,Z} : (X \otimes Y) \otimes Z \xrightarrow{\simeq} X \otimes (Y \otimes Z),$$

¿Qué es una categoría monoidal?

Definición

$\mathcal{M}$ una categoría, un funtor

$$\otimes : \mathcal{M} \times \mathcal{M} \to \mathcal{M}, \quad (X, Y) \mapsto X \otimes Y,$$

(el *producto tensor*) el objecto unidad $\mathrm{I} \in \mathcal{M}$, e isomorfismos naturales

$$\mathbf{a}_{X,Y,Z} : (X \otimes Y) \otimes Z \xrightarrow{\simeq} X \otimes (Y \otimes Z),$$

$$\mathbf{l}_X : \mathrm{I} \otimes X \xrightarrow{\simeq} X, \qquad \mathbf{r}_X : X \otimes \mathrm{I} \xrightarrow{\simeq} X,$$

sujetos a una serie de axiomas.

¿Qué es un grupoide?

Definición

Un grupoide $\mathcal{G}$ es una categoría donde todos los morfismos tienen inverso, es decir, son isomorfismos.

¿Qué es un grupoide?

Definición

Un grupoide $\mathcal{G}$ es una categoría donde todos los morfismos tienen inverso, es decir, son isomorfismos.

En particular, cada objeto de la categoría me proporciona un grupo, el grupo de endomorfismos.

$$\forall A \in Ob\mathcal{G} \; End(A) = Aut(A)$$

¿Qué es un grupoide monoidal?

Definición

Un grupoide monoidal es una categoría monoidal en la que todo morfismo tiene inverso.

¿Qué es un grupoide monoidal?

Definición

Un grupoide monoidal es una categoría monoidal en la que todo morfismo tiene inverso.

Ejemplos:

- $\mathfrak{F}in$: Conjuntos finitos y funciones biyectivas

¿Qué es un grupoide monoidal?

Definición

Un grupoide monoidal es una categoría monoidal en la que todo morfismo tiene inverso.

Ejemplos:

- $\mathfrak{F}in$: Conjuntos finitos y funciones biyectivas con unión disjunta de conjuntos como producto tensor.

¿Qué es un grupoide monoidal?

Definición

Un grupoide monoidal es una categoría monoidal en la que todo morfismo tiene inverso.

Ejemplos:

- $\mathfrak{F}in$: Conjuntos finitos y funciones biyectivas con unión disjunta de conjuntos como producto tensor. Es equivalente a la categoría $\mathfrak{G}$, cuyos objetos son los números naturales $\mathbb{N}$ y morfismos

$$\mathfrak{G}(m,n) = \begin{cases} \mathfrak{G}_n & \text{if } m = n \\ \emptyset & \text{if } m \neq n\,. \end{cases} \quad \rightarrow \text{ grupos simétricos}$$

¿Qué es un grupoide monoidal?

Ejemplos:

- $\mathcal{G}en$: grupoide monoidal de R-progeneradores. Los objetos son R-módulos proyectivos fieles y finitamente generados y los morfismos son los isomorfismos de módulos.

¿Qué es un grupoide monoidal?

Ejemplos:

- $\mathcal{G}en$: grupoide monoidal de R-progeneradores. Los objetos son R-módulos proyectivos fieles y finitamente generados y los morfismos son los isomorfismos de módulos.
- $\mathcal{A}z_R$: grupoide monoidal de las R-álgebras de Azumaya, con objetos las álgebras centrales separables y morfismos los isomorfismos

¿Qué es un grupoide monoidal?

- Por último, un ejemplo de topología algebraica.

¿Qué es un grupoide monoidal?

- Por último, un ejemplo de topología algebraica.
  X espacio topológico

¿Qué es un grupoide monoidal?

- Por último, un ejemplo de topología algebraica.
  X espacio topológico$\rightarrow$ πX grupoide fundamendal

¿Qué es un grupoide monoidal?

- Por último, un ejemplo de topología algebraica.
  X espacio topológico$\rightarrow \pi X$ grupoide fundamendal

$$\mathrm{Ob}\ \pi X = \quad \{x, x \in X\}$$

¿Qué es un grupoide monoidal?

- Por último, un ejemplo de topología algebraica.
  X espacio topológico$\rightarrow$ πX grupoide fundamendal

$$\mathrm{Ob}\ \pi X = \quad \{x, x \in X\}$$

$$\pi X(x,y) = \quad \{[\alpha] | \alpha : [0,1] \rightarrow X, \alpha(0) = x, \alpha(1) = y\}$$

- Por último, un ejemplo de topología algebraica.
  X espacio topológico$\rightarrow$ πX grupoide fundamendal

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Ob}\ \pi X = &\quad \{x, x \in X\} \\
\pi X(x,y) = &\quad \{[\alpha] | \alpha : [0,1] \rightarrow X, \alpha(0) = x, \alpha(1) = y\}
\end{aligned}
$$

X H-espacio, es decir,
existe

$$m : X \times X \rightarrow X,$$

asociativa y unitaria
salvo homotopía

¿Qué es un grupoide monoidal?

- Por último, un ejemplo de topología algebraica.
  X espacio topológico$\to \pi X$ grupoide fundamendal

$$\begin{aligned} \mathrm{Ob}\ \pi X &= \{x, x \in X\} \\ \pi X(x,y) &= \{[\alpha] | \alpha : [0,1] \to X, \alpha(0) = x, \alpha(1) = y\} \end{aligned}$$

X H-espacio, es decir, existe

$$m : X \times X \to X,$$

asociativa y unitaria salvo homotopía

$\Rightarrow$

πX grupoide monoidal fundamental del H-espacio

¿Cómo realizamos la clasificación?

Buscamos qué datos determinan un grupoide monoidal salvo equivalencia.

Buscamos qué datos determinan un grupoide monoidal salvo equivalencia.

Grupoide monoidal $\mathcal{G}$

¿Cómo realizamos la clasificación?

Buscamos qué datos determinan un grupoide monoidal salvo equivalencia.

$$\textit{Grupoide monoidal } \mathcal{G} \rightarrow \textit{Datos } \Delta(\mathcal{G})$$

¿Cómo realizamos la clasificación?

Buscamos qué datos determinan un grupoide monoidal salvo equivalencia.

Grupoide monoidal $\mathcal{G} \rightarrow$ *Datos* $\Delta(\mathcal{G})$

Datos $\mathcal{S}$

¿Cómo realizamos la clasificación?

Buscamos qué datos determinan un grupoide monoidal salvo equivalencia.

$$\textit{Grupoide monoidal } \mathcal{G} \to \textit{Datos } \Delta(\mathcal{G})$$

$$\textit{Datos } \mathcal{S} \to \textit{Grupoide monoidal } \Sigma(\mathcal{S})$$

¿Cómo realizamos la clasificación?

Buscamos qué datos determinan un grupoide monoidal salvo equivalencia.

$$\textit{Grupoide monoidal } \mathcal{G} \rightarrow \textit{Datos } \Delta(\mathcal{G})$$

$$\textit{Datos } \mathcal{S} \rightarrow \textit{Grupoide monoidal } \Sigma(\mathcal{S})$$

Los grupoides monoidales construidos a partir de los datos $\mathcal{S}$ son los representantes de las clases de equivalencia, es decir:

$$\mathcal{G} \simeq \Sigma(\Delta(\mathcal{G}))$$

Definición

Un *sistema de Schreier* $\mathcal{S} = (M, \mathbb{A}, \theta, \lambda)$ viene dado por:

Sistemas de Schreier

Definición

Un *sistema de Schreier* $\mathcal{S} = (M, \mathbb{A}, \theta, \lambda)$ viene dado por:

- un monoide M,

Sistemas de Schreier

Definición

Un *sistema de Schreier* $\mathcal{S} = (M, \mathbb{A}, \theta, \lambda)$ viene dado por:

- un monoide M,
- una familia de grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$,

Sistemas de Schreier

Definición

Un *sistema de Schreier* $\mathcal{S} = (M, \mathbb{A}, \theta, \lambda)$ viene dado por:

- un monoide M,
- una familia de grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$,
- una familia de homomorfismos de grupos $\Theta = (A_b \xrightarrow{a_*} A_{ab} \xleftarrow{b^*} A_a)_{a,b \in M}$,

Sistemas de Schreier

Definición

Un *sistema de Schreier* $\mathcal{S} = (M, \mathbb{A}, \theta, \lambda)$ viene dado por:

- un monoide M,
- una familia de grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$,
- una familia de homomorfismos de grupos $\Theta = (A_b \xrightarrow{a_*} A_{ab} \xleftarrow{b^*} A_a)_{a,b \in M}$,
- una familia de elementos $\lambda = (\lambda_{a,b,c} \in A_{abc})_{a,b,c \in M}$.

Definición

Un *sistema de Schreier* $\mathcal{S} = (M, \mathbb{A}, \theta, \lambda)$ viene dado por:

- un monoide M,
- una familia de grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$,
- una familia de homomorfismos de grupos $\Theta = (A_b \xrightarrow{a_*} A_{ab} \xleftarrow{b^*} A_a)_{a,b \in M}$,
- una familia de elementos $\lambda = (\lambda_{a,b,c} \in A_{abc})_{a,b,c \in M}$.

¿Cómo determinamos un sistema de Schreier a partir de un grupoide monoidal?

Sistemas de Schreier

Definición

Un *sistema de Schreier* $\mathcal{S} = (M, \mathbb{A}, \theta, \lambda)$ viene dado por:

- un monoide M,
- una familia de grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$,

¿Cómo determinamos un sistema de Schreier a partir de un grupoide monoidal?

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Sea $\mathcal{G}$ un grupoide monoidal, denotamos por

$$M(\mathcal{G}) = \mathrm{Ob}\mathcal{G}/\sim$$

al conjunto de clases de isomorfismos de objetos de $\mathcal{G}$.

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Sea $\mathcal{G}$ un grupoide monoidal, denotamos por

$$M(\mathcal{G}) = \mathrm{Ob}\mathcal{G}/\sim$$

al conjunto de clases de isomorfismos de objetos de $\mathcal{G}$. El productor tensor induce un producto

$$[X], [Y] \in M(\mathcal{G}) \Rightarrow [X] * [Y] = [X \otimes Y]$$

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Sea $\mathcal{G}$ un grupoide monoidal, denotamos por

$$M(\mathcal{G}) = \mathrm{Ob}\mathcal{G}/\sim$$

al conjunto de clases de isomorfismos de objetos de $\mathcal{G}$. El productor tensor induce un producto

$$[X], [Y] \in M(\mathcal{G}) \Rightarrow [X] * [Y] = [X \otimes Y]$$

que es asociativo

$$([X] * [Y]) * [Z] = [(X \otimes Y) \otimes Z] \overset{\mathbf{a}_{X,Y,Z}}{=} [X \otimes (Y \otimes Z)] = [X] * ([Y] * [Z])$$

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Sea $\mathcal{G}$ un grupoide monoidal, denotamos por

$$M(\mathcal{G}) = \mathrm{Ob}\mathcal{G}/\sim$$

al conjunto de clases de isomorfismos de objetos de $\mathcal{G}$. El productor tensor induce un producto

$$[X],[Y] \in M(\mathcal{G}) \Rightarrow [X]*[Y] = [X \otimes Y]$$

que es asociativo

$$([X]*[Y])*[Z] = [(X \otimes Y) \otimes Z] \overset{\mathbf{a}_{X,Y,Z}}{=} [X \otimes (Y \otimes Z)] = [X]*([Y]*[Z])$$

con $[I]$ el elemento neutro.

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Sea $\mathcal{G}$ un grupoide monoidal, denotamos por

$$M(\mathcal{G}) = \mathrm{Ob}\mathcal{G}/\sim$$

al conjunto de clases de isomorfismos de objetos de $\mathcal{G}$. El productor tensor induce un producto

$$[X],[Y] \in M(\mathcal{G}) \Rightarrow [X] * [Y] = [X \otimes Y]$$

que es asociativo

$$([X] * [Y]) * [Z] = [(X \otimes Y) \otimes Z] \overset{\mathbf{a}_{X,Y,Z}}{=} [X \otimes (Y \otimes Z)] = [X] * ([Y] * [Z])$$

con $[I]$ el elemento neutro.

$M(\mathcal{G})$ es un monoide.

$\forall X \in Ob\mathcal{G}$

$\forall X \in Ob\mathcal{G} \Rightarrow Aut(X)$ grupo.

$\forall X \in Ob\mathcal{G} \Rightarrow Aut(X)$ grupo.

Si $X \cong Y$, es decir, $[X] = [Y]$,

$\forall X \in Ob\mathcal{G} \Rightarrow Aut(X)$ grupo.

Si $X \cong Y$, es decir, $[X] = [Y]$, $\Rightarrow Aut(X) \cong Aut(Y)$.

$\forall X \in Ob\mathcal{G} \Rightarrow Aut(X)$ grupo.

Si $X \cong Y$, es decir, $[X] = [Y]$, $\Rightarrow Aut(X) \cong Aut(Y)$.

$\forall a = [X] \in M(\mathcal{G})$

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

$\forall X \in Ob\mathcal{G} \Rightarrow Aut(X)$ grupo.

Si $X \cong Y$, es decir, $[X] = [Y]$, $\Rightarrow Aut(X) \cong Aut(Y)$.

$\forall a = [X] \in M(\mathcal{G}) \longrightarrow Aut(X)$ grupo

$\forall X \in Ob\mathcal{G} \Rightarrow Aut(X)$ grupo.

Si $X \cong Y$, es decir, $[X] = [Y]$, $\Rightarrow Aut(X) \cong Aut(Y)$.

$\forall a = [X] \in M(\mathcal{G}) \longrightarrow Aut(X)$ grupo

El conjunto de grupos es

$$\mathbb{A}(\mathcal{G}) = (\mathrm{Aut}_{\mathcal{G}}(X_a))_{a \in M(\mathcal{G})}$$

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Monoide M $\leftrightarrow$ *Objetos y producto tensor en objetos*

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Monoide M	$\leftrightarrow$	*Objetos y producto tensor en objetos*
grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$	$\leftrightarrow$	*Morfismos (= isomorfismos)*

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Monoide M	$\leftrightarrow$	*Objetos y producto tensor en objetos*
grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$	$\leftrightarrow$	*Morfismos* (= *isomorfismos*)
$\Theta = (A_b \xrightarrow{a_*} A_{ab} \xleftarrow{b^*} A_a)_{a,b \in M}$	$\leftrightarrow$	*Producto tensor en morfismos*

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Monoide M	$\leftrightarrow$	*Objetos y producto tensor en objetos*
grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$	$\leftrightarrow$	*Morfismos (= isomorfismos)*
$\Theta = (A_b \xrightarrow{a_*} A_{ab} \xleftarrow{b^*} A_a)_{a,b \in M}$	$\leftrightarrow$	*Producto tensor en morfismos*
elementos $\lambda = (\lambda_{a,b,c} \in A_{abc})_{a,b,c \in M}$	$\leftrightarrow$	*Asociatividad*

Sistema de Schreier de un grupoide monoidal

Monoide M	$\leftrightarrow$	*Objetos y producto tensor en objetos*
grupos $\mathbb{A} = (A_a)_{a \in M}$	$\leftrightarrow$	*Morfismos* (= *isomorfismos*)
$\Theta = (A_b \xrightarrow{a_*} A_{ab} \xleftarrow{b^*} A_a)_{a,b \in M}$	$\leftrightarrow$	*Producto tensor en morfismos*
elementos $\lambda = (\lambda_{a,b,c} \in A_{abc})_{a,b,c \in M}$	$\leftrightarrow$	*Asociatividad*

Las técnicas usadas para los dos últimos datos están inspiradas en el trabajo de [Schreier, 1926] sobre la clasificación cohomológica de extensiones de grupos.

Teorema (Clasificación de grupoides monoidales)

(i) Para cualquier sistema de Schreier $(M, \mathbb{A}, \Theta, \lambda)$, hay un grupoide monoidal $\mathcal{G}$ y un isomorfismo $\Delta(\mathcal{G}) \cong (M, \mathbb{A}, \Theta, \lambda)$.

Teorema (Clasificación de grupoides monoidales)

(i) Para cualquier sistema de Schreier $(M, \mathbb{A}, \Theta, \lambda)$, hay un grupoide monoidal $\mathcal{G}$ y un isomorfismo $\Delta(\mathcal{G}) \cong (M, \mathbb{A}, \Theta, \lambda)$.

(ii) Dos grupoides monoidales $\mathcal{G}$ y $\mathcal{G}'$ son equivalentes si y sólo si sus sistemas de Schreier asociados $\Delta(\mathcal{G})$ y $\Delta(\mathcal{G}')$ son isomorfos.

Decimos que un grupoide monoidal $\mathcal{G}$ es abeliano si

$$\forall X \in Ob\mathcal{G}\ Aut(X)\ \textit{es abeliano}$$

Grupoides monoidales abelianos

Decimos que un grupoide monoidal $\mathcal{G}$ es abeliano si

$$\forall X \in Ob\mathcal{G} \ Aut(X) \ \textit{es abeliano}$$

Los sistemas de Schreier tienen una interpretación en términos de la cohomología de monoides.

¡GRACIAS POR VUESTRA ATENCIÓN!

Schreier, O. (1926).
Über die erweiterung von gruppen i.
Monatshefte für Mathematik, 34(1):165–180.

Sihn, H. (1975).
Gr-catégories.
PhD thesis, Université de Paris VII.