

HACIA UNA TEORÍA DE LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA SIGNIFICATIVA¹

Juan D. Godino²

ÍNDICE

1. Introducción
 2. El proceso de instrucción como unidad de análisis didáctico
 3. Aprendizaje interaccionista. Teoría de situaciones
 4. Modelización de la instrucción como proceso estocástico multidimensional
 5. Trayectorias muestrales de los procesos instruccionales
 - 5.1. Trayectoria epistémica
 - 5.2. Trayectoria docente
 - 5.3. Trayectoria discente
 - 5.4. Trayectoria mediacional
 6. Trayectoria didáctica. Patrones de interacción
 7. Síntesis e implicaciones
- REFERENCIAS

1. INTRODUCCIÓN

En Godino (en prensa) hemos desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran *un enfoque ontológico-semiótico* de la cognición matemática, por el papel central que asignamos al lenguaje y a los procesos de comunicación e interpretación y la variedad de objetos intervinientes. El conocimiento matemático se modeliza en términos de funciones semióticas, cuyos contenidos pueden ser entidades de naturaleza diversa, lo que permite unificar dentro de un mismo sistema teórico los enfoques cognitivo³ y sociocultural. Se atribuye también un papel clave a la actividad de solución de problemas como esencial en la constitución del conocimiento matemático.

Aunque hemos mostrado en diversos trabajos la utilidad de este modelo para analizar los conocimientos matemáticos, reconocemos, sin embargo, que aún no hemos abordado el problema verdaderamente didáctico, esto es, el estudio de los procesos de generación y comunicación de los conocimientos en el seno de los sistemas didácticos. Es por ello que consideramos necesario iniciar una nueva fase de indagación y desarrollo teórico orientada hacia el sujeto que aprende en interacción con un medio instruccional, en el que figura el profesor y los dispositivos o medios instruccionales.

¹ Documento de trabajo del curso de doctorado "Teoría de la educación Matemática". Recuperable en Internet, <http://www.ugr.es/local/jgodino/>

² Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

³ En el sentido de cognición del sujeto.

Desde el punto de vista de la investigación no podemos conformarnos con adoptar teorías genéricas del aprendizaje y la enseñanza, como el conductismo, o los diversos constructivismos. Necesitamos modelos más finos que permitan analizar los roles de los agentes participantes (alumnos, profesor, currículo) a propósito de los distintos componentes del conocimiento matemático, entendido éste de acuerdo al enfoque ontológico-semiótico que hemos desarrollado.

En este trabajo esbozamos algunas nociones de una posible teoría de la instrucción matemática que siga los principios presentados, incorporando elementos del interaccionismo simbólico⁴ (patrones de interacción didáctica) y de la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997). Estos elementos se articulan modelizando la instrucción matemática como proceso estocástico multidimensional. Las nociones claves serán las de *trayectoria didáctica* (compuesta de cuatro subtrayectorias, epistémica, docente, discente y mediacional), estados potenciales de las trayectorias y patrones de interacción didáctica. Atribuimos un papel clave en el logro del aprendizaje matemático a la interacción comunicativa entre los propios estudiantes y sobre todo a la interacción entre el profesor y los alumnos.

La instrucción matemática en este modelo se refiere a la enseñanza y aprendizaje organizado de un contenido en el seno de un sistema didáctico. Intervienen, por tanto, unos determinados sistemas de prácticas (conocimientos institucionales), unos sujetos (estudiantes) cuyo compromiso es la apropiación personal de dichas prácticas, el profesor o director del proceso de instrucción y unos recursos o medios instruccionales, entre los que incluimos el tiempo, dispositivos de cálculo, libros, materiales didácticos, situaciones problemáticas, etc.

2. UN MODELO DEL PROCESO DE INSTRUCCIÓN

En el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática descrito en Godino (en prensa) hemos considerado el objeto matemático O como entidad emergente de un sistema de prácticas ante una cierta clase de situaciones-problemas, concretado en un término o expresión matemática y su correspondiente regla de uso. La idea clave es asociar a O el sistema de prácticas del que emerge, entidad que hemos designado como "el significado sistémico de O ", atribuyéndole una doble dimensión: personal e institucional.

En esta nueva fase de nuestro trabajo, centraremos la investigación en los procesos de instrucción de un objeto matemático O , por ejemplo la "mediana", "derivada", etc. En dichos procesos, además del objeto matemático O junto con los diversos significados sistémicos $S(O)$ intervienen diversos "agentes", y es relativo o dependiente de un medio o contexto instruccional específico.

Como agentes consideraremos a los estudiantes (X), al profesor (Y) y a la "institución" que fija o condiciona los significados matemáticos de referencia a enseñar (Z). En consecuencia, un mismo objeto O , que es el objetivo educativo de un sistema didáctico específico (por ejemplo, el sistema didáctico organizado para enseñar la mediana en un aula de educación secundaria) da lugar a tres tipos de objetos y significados diferentes, aunque sean nombrados con el mismo léxico institucional. Se trata de los objetos y significados correspondientes a:

- 1) La institución (Z), donde se fija unos sistemas de prácticas o significado

⁴ Godino y Llinares (2000).

pretendido $S(O_Z)$. Sería el caso del significado de la mediana que se fija o es pretendido en la institución, previa a la instrucción.

- 2) El profesor, que implementa un cierto significado $S(O_Y)$, que será una adaptación del anterior; podemos hablar del significado implementado. En una clase particular, la enseñanza nunca transcurre exactamente igual a cómo se ha pretendido. Los problemas planteados a veces no son resueltos en la forma prevista, los alumnos hacen preguntas no esperadas, que obligan al profesor a improvisar ejemplos o incluso recordar conceptos o propiedades no planificadas.
- 3) Los estudiantes, al final del proceso de estudio, habrán adquirido unos elementos y no otros, construyendo sus significados personales $S(O_X)$, que serán diferentes en distintos alumnos y posiblemente no totalmente coincidentes con el significado implementado; hablamos de significado personal.

Cada uno de los significados se componen a su vez de los elementos lingüísticos, situacionales, actuativos, conceptuales, proposicionales y argumentativos que hemos descrito con anterioridad.

En el *medio* o contexto instruccional incluimos cualquier factor que pueda condicionar y relativizar el desarrollo del proceso de estudio, como el nivel educativo, el tiempo de estudio, los recursos tecnológicos, etc.

Describiremos un proceso de instrucción sobre un objeto matemático O como la secuenciación en el tiempo de los distintos elementos del significado de O_Y y su interacción con las diversas funciones docentes y discentes en un medio instruccional. El aprendizaje será el acoplamiento progresivo de $S(O_X)$ con $S(O_Y)$ como consecuencia del proceso de instrucción.

Puesto que en la clase el profesor adapta el contenido pretendido a las necesidades y posibilidades del alumno, que no siempre se pueden prever con anticipación, el proceso de apropiación progresiva de los significados por parte del alumno condiciona, a su vez, a los significados implementados y su secuenciación. La forma y el orden de presentación de las informaciones y tareas debe adaptarse a los conocimientos del estudiante en cada momento.

La tarea docente se centra, por tanto, en dos áreas básicas de actividad:

1. Adaptación de los significado de referencia a las restricciones específicas del medio instruccional (¿Qué enseñar?).
2. Organización, implementación y control de los procesos de instrucción (¿Cómo enseñar?).

La investigación didáctica deberá ofrecer al profesor dispositivos y técnicas para realizar estas tareas, justificadas mediante un cuerpo de conocimientos teóricos consistentes.

3. APRENDIZAJE INTERACCIONISTA. TEORÍA DE SITUACIONES

El aprendizaje por adaptación a un medio es el supuesto básico del constructivismo piagetiano. En este modelo el papel de la interacción entre los propios alumnos y con el profesor queda en cierta medida en un segundo plano.

Ciertamente que el conocimiento progresa como resultado de la construcción personal del sujeto enfrentado a tareas problemáticas. Pero la interacción con otras

personas, bien sujetos en la misma posición, y sobre todo con el profesor - experto es crucial para orientar e impulsar el aprendizaje. Esta es una consecuencia de tener en cuenta el componente discursivo (normativo y argumentativo) del conocimiento matemático, y no sólo el componente praxémico (situacional y actuativo).

Designaremos como *aprendizaje interaccionista* el que tiene en cuenta o atribuye un papel clave a la interacción social, la cooperación, el discurso, la comunicación, además de a la interacción del sujeto con las situaciones-problemas. El sujeto aprende mediante su interacción con un medio instruccional, apoyado en el uso de recursos simbólicos, materiales y tecnológicos disponibles en el entorno. Nuestro modelo de aprendizaje, es además, multidimensional, en concordancia con nuestros supuestos sobre el significado de los objetos matemáticos, la comprensión y competencia matemática. Consideramos, además, necesario incorporar elementos procedentes de la teoría del aprendizaje verbal significativo basado en la recepción desarrollada por Ausubel (2002), cuando se trata de los componentes discursivos del conocimiento matemático.

De dicho modelo y de los supuestos del aprendizaje interaccionista que hemos mencionado se derivan una serie de consecuencias sobre la instrucción matemática, entre las que resaltamos:

1. El estudio significativo de los objetos matemáticos debe poner en juego una muestra representativa de las prácticas que constituyen el significado de los mismos en el seno de un contexto institucional dado. Es por ello que la planificación de la enseñanza debe partir del análisis del significado institucional pretendido para dicho objeto, incluyendo los diferentes tipos de elementos de significado que hemos identificado. Puesto que el tiempo de enseñanza es limitado y no podremos proponer al estudiante toda la variedad de tales elementos, será necesario seguir los mismos criterios a que hemos hecho referencia sobre los procesos de evaluación, a la hora de seleccionar las prácticas a incluir en el proceso de enseñanza.
2. Los estudiantes deben tener oportunidad de plantearse y tratar de resolver problemas relevantes para ellos, formular hipótesis y conjeturas, confrontar diferentes sistemas de representación, comunicar y validar las soluciones propuestas para los problemas a sus compañeros, así como confrontarlas con las convenidas en la cultura matemática.
3. El significado construido por cada alumno participante en un proceso instruccional sobre un objeto matemático -o lo que viene a ser equivalente, su conocimiento, comprensión o relación personal a dicho objeto- será siempre parcial y relativa al contexto institucional, material y temporal en que tiene lugar el proceso.

El reconocimiento de la complejidad del conocimiento matemático debe llevarnos a suponerla también para el logro de la competencia y comprensión matemática, las cuales no pueden ser concebidas como estados dicotómicos, esto es, se tiene o no competencia, se comprende o no se comprende un tema matemático. Se tratan más bien de procesos en progresivo crecimiento y mejora, que además deberán ser valorados relativamente a los contextos institucionales correspondientes.

El logro de la competencia y comprensión por parte de los estudiantes de los distintos componentes de un saber matemático requiere el diseño y la implementación de procesos de instrucción que tengan en cuenta dichos componentes. Este es uno de los objetivos de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1997), quien propone el diseño de

situaciones de formulación/ comunicación, validación e institucionalización como complementos imprescindibles de las situaciones de acción o investigación personal.

El tipo de discurso, o sea la comunicación oral o escrita en el aula, realizada por el profesor y los alumnos es un aspecto central determinante de lo que los alumnos aprenden sobre matemáticas. Si el núcleo de la comunicación sólo se produce del profesor hacia los alumnos, de forma escrita a través de la pizarra, los alumnos aprenderán unas matemáticas distintas, y adquirirán una visión diferente de las matemáticas, que si tiene lugar una comunicación más rica entre profesor y alumnos y entre éstos entre sí.

Además, las situaciones de acción deben estar basadas en problemas genuinos que atraigan el interés de los alumnos a fin de que los asuman como propios y deseen resolverlos; constituyen un primer encuentro de los alumnos con los objetos matemáticos implícitos, en el que se les ofrece la oportunidad de investigar por sí mismos posibles soluciones, bien individualmente o en pequeños grupos.

4. MODELIZACIÓN DE LA INSTRUCCIÓN COMO PROCESO ESTOCÁSTICO

En esta sección vamos a introducir algunas nociones que ayudarán a analizar con detalle los procesos de instrucción matemática y, en consecuencia, identificar factores condicionantes de su desarrollo.

En cada uno de los componentes de un proceso de instrucción matemática (saber, docente, discentes y medio) podemos identificar un conjunto de elementos, funciones o tareas, los cuales se deben secuenciar en el tiempo. En cada realización de un proceso de instrucción matemática sobre un objeto matemático pretendido se pondrán en juego una muestra de elementos del significado sistémico del objeto, así como una muestra de las funciones docentes y discentes. También se seleccionarán unos recursos instruccionales específicos. Parece natural modelizar esta distribución temporal de funciones y componentes mediante un proceso estocástico (variable aleatoria que cambia con el tiempo), considerando tales funciones o componentes como sus estados posibles.

En cada realización del proceso instruccional (cada experiencia particular de enseñanza de un contenido) se producen una serie de estados posibles y no otros. Es decir, se produce una *trayectoria muestral* del proceso, que describe la secuencia particular de funciones o componentes que ha tenido lugar. Distinguiremos cuatro tipos de trayectorias muestrales:

- (1) Trayectoria epistémica, que es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del sistema de prácticas implementado. Estos componentes (problemas, acciones, definiciones, propiedades, argumentos) se van sucediendo en un cierto orden en el proceso de instrucción.
- (2) Trayectoria docente, que representa la distribución de las funciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.
- (3) Trayectoria discente, que representa la distribución de las funciones del estudiante.
- (4) Trayectoria mediacional, que representa la distribución de los elementos o recursos temporales y tecnológicos utilizados.

Cada una de estas trayectorias es una realización (un caso posible) de un proceso estocástico, puesto que el proceso de instrucción tiene unas características aleatorias y

no deterministas. Incluso aunque la planificación haya sido cuidadosa, siempre hay elementos aleatorios que producen cambios en cada una de las cuatro trayectorias anteriores, por la necesidad de adaptar la enseñanza planificada a las características y requerimientos de los alumnos.

El proceso instruccional en su conjunto se representará por la conjunción interactiva de estas cuatro trayectorias muestrales. Llamaremos *patrón de interacción didáctica* a los tipos de interacción entre las trayectorias docentes y discentes relativos a determinados estados de las trayectorias epistémica y mediacional.

Al observar un proceso instruccional, las secuencias en el tiempo de estas muestras de componentes y funciones constituyen trayectorias muestrales empíricas. Desde un punto de vista teórico y a efectos de disponer de elementos de referencia sobre su representatividad interesa indagar las características potenciales de las trayectorias instruccionales. En la siguiente sección indicamos los principales estados posibles de cada una de las subtrayectorias en que descomponemos los procesos de instrucción matemática.

5. ESTADOS DE LAS TRAYECTORIAS DE LOS PROCESOS INSTRUCCIONALES

5.1. Trayectoria epistémica

El modelo cognitivo que hemos elaborado en los capítulos anteriores distingue seis categorías de entidades primarias como constituyentes de los sistemas de prácticas: lenguaje, situaciones, acciones, conceptos, proposiciones y argumentos. La trayectoria epistémica es la distribución en el tiempo de estos componentes en un proceso de estudio. Distinguiremos, por tanto, en ellas seis estados posibles, según el tipo de componente del significado sistémico que se estudia en cada momento.

- Situacional: se aborda el planteamiento de un ejemplar del tipo de problemas incluidos en el significado.
- Actuativo: se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas.
- Notacional: se introducen notaciones, representaciones gráficas, etc.
- Conceptual: se formulan, interpretan o aplican definiciones de los objetos puestos en juego.
- Proposicional: se enuncian, interpretan y aplican propiedades.
- Argumentativo: se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas.

Estos estados se suceden a lo largo del proceso instruccional relativo al estudio de un cierto tema.

El análisis de la trayectoria epistémica (análisis epistémico) de un proceso instruccional permitirá caracterizar el significado sistémico efectivamente implementado. Para analizarla, su desarrollo o crónica será dividido en unidades de análisis, considerando una nueva unidad cuando la trayectoria epistémica cambia de estado, esto es, el estudio se centra en un tipo de entidad primaria diferente.

A título de ejemplo analizaremos a continuación el proceso de estudio de la mediana realizado en una experiencia con estudiantes de Magisterio (Godino, en prensa; anexo 1). Para cada una de las unidades de análisis en que se dividió dicho texto,

hacemos una breve descripción de dicha unidad, identificado el estado de la trayectoria epistémica.

Tabla 1: Trayectoria epistémica del proceso instruccional (Anexo 1, Godino, en prensa)

Unidad	Descripción	Estado
E1	Asignación a la media aritmética de una propiedad: ser el mejor representante de un conjunto de datos.	Proposicional
E2	Jusficación de la propiedad asignada a la media.	Argumentativo
E3	Asignación de una propiedad al objeto nombrado como 'mediana'.	Proposicional
E4	Enunciado de una tarea problemática de búsqueda de un representante de una colección de datos.	Situacional
E5	Aplicación de una técnica ya conocida (cálculo de la media aritmética).	Actuativo
E6	Validación de la técnica aplicada; apreciación de que el valor obtenido no es adecuado ya que está alejado de la mayor parte de los datos por haber un valor atípico.	Argumentativo
E7	Asignación de una propiedad a la mediana (mejor representante que la media, en este caso).	Proposicional
E8	Definición de la mediana: valor que deja igual número de datos por encima de él que por debajo de él.	Conceptual
E9	Desarrollo de una nueva técnica (ordenación y centralización).	Actuativo
E10	Uso de una notación Me para representar la mediana.	Notacional
E11	"Cuando el número de datos es par". Se describe una subclase de problemas de búsqueda de un representante de una colección de datos (es un tipo de tareas problemáticas que no se puede resolver aplicando la técnica previamente desarrollada).	Situacional
E12	"la mediana es la media aritmética de los dos datos centrales". Nueva definición de mediana como resultado de una operación.	Conceptual
E13	Ejemplo particular del tipo de problemas descrito en E11.	Situacional
E14	Aplicación del método de solución fijado en E12.	Actuativo
E15	Justificación de la equivalencia de la definición E12 de mediana con la E8.	Argumentativo
E16	Asignación de una propiedad a la mediana, sin validación explícita (la mediana se puede utilizar con variables medibles en escala ordinal).	Proposicional
E17	Agrupación de tareas, técnicas y ostensivos que sistematizan	Actuativo

	las prácticas realizadas hasta este momento.	
E18	Agrupación de tareas que se proponen como ejercitación y aplicación de la tecnología desarrollada.	Situacional
E19	Enunciado de un nuevo tipo de problemas del campo considerado (tamaño de la colección de datos más grande y con valores repetidos).	Situacional
E20	Aplicación de la técnica desarrollada previamente.	Actuativo
E21	Evaluación de la técnica desarrollada previamente (dificultad de escribir en orden creciente todos los datos).	Argumentativo
E22	E22: Desarrollo de una nueva técnica.	Actuativo
E23	Nueva definición de mediana (generalización de la mediana al caso considerado). No se valida la equivalencia de esta definición con las anteriores.	Conceptual

Este ejemplo sugiere la complejidad de cualquier noción matemática, incluso en un proceso de estudio tan simple y limitado en el tiempo como el presentado. El término ‘mediana’ designa a un sistema de prácticas (operatorias, discursivas) que progresivamente se va enriqueciendo a medida que progresa el proceso de estudio de un campo de problemas, en este caso, la búsqueda de un valor representante de un conjunto de datos, cuando tal conjunto tiene valores atípicos, se distribuye asimétricamente, o la escala de medida es ordinal.

5.2. Trayectorias docente y discente

Llamaremos trayectoria docente (respectivamente, discente) a la secuencia de funciones docentes (discentes) a lo largo del proceso de estudio de un contenido o tema matemático.

Necesitamos identificar el catálogo de posibles funciones docentes y discentes (que interpretamos como estados de las trayectorias correspondientes). Teniendo en cuenta las aportaciones sobre este tema hechas por la pedagogía y la didáctica, un primer inventario de funciones docentes y discentes podría ser el siguiente:

Funciones docentes:

- 1) Planificación: diseño del proceso, selección de los contenidos y significados a estudiar (construcción del significado pretendido y de la trayectoria epistémica prevista).
- 2) Motivación: creación de un clima de afectividad, motivación y respeto.
- 3) Dirección/ catalización: control del proceso de estudio, mediante el cambio de tareas, la orientación y estímulo de las funciones del estudiante.
- 4) Enseñanza: presentación de información; recuerdo e interpretación de conocimientos previos.
- 5) Evaluación: observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos.

- 6) Investigación: reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo.

Funciones discentes:

La siguiente relación puede constituir un primer inventario de tipos potenciales de estados o funciones del estudiante en el proceso instruccional⁵.

- 1) Aceptación del compromiso educativo y adopción de una actitud positiva al estudio.
- 2) Exploración, indagación, búsqueda de conjeturas y modos de responder a las cuestiones planteadas (situaciones de acción).
- 3) Recuerdo, interpretación y seguimiento de reglas (conceptos y proposiciones) y del significado de los elementos lingüísticos en cada situación.
- 4) Formulación/comunicación: El sujeto que formula y comunica soluciones (situaciones de formulación-comunicación),
- 5) Validación: Argumentación y verificación de conjeturas (situaciones de validación).
- 6) Recepción: El sujeto receptor de información sobre modos de hacer, describir, nombrar, validar (situaciones de institucionalización);
- 7) Ejercitación: Realización de tareas rutinarias para dominar las técnicas específicas (situaciones de ejercitación).
- 8) Aplicación: El sujeto que aplica conocimientos aprendidos a resolver problemas reales (situaciones no-didácticas).
- 9) Evaluación: Estados en los cuales el alumno realiza pruebas de evaluación propuestas por el profesor, o de autoevaluación.

En el ejemplo de estudio de la mediana (Anexo 1) identificamos tres unidades de análisis en las que tiene lugar un cambio en el tipo de función desempeñada (cambio de estados de las trayectorias docente-discente):

D1: (Desde el comienzo hasta la unidad E17). El profesor presenta información y el alumno la recibe y memoriza (Patrón emisión –recepción).

D2: (Apartado de actividades). Función discente de ejercitación.

D3: (Apartado de datos repetidos). De nuevo se reproduce el patrón emisión -recepción.

Dado que el proceso instruccional analizado consiste en el uso del libro de texto usado predomina de manera casi exclusiva la función docente de presentación de información, no solo de las tareas, sino también de las técnicas de solución, definiciones y justificaciones. La redacción del texto supone una intensa labor de planificación del proceso instruccional por parte de los autores del libro que tiene lugar previamente al

⁵ Estas funciones discentes se corresponden con tipos de situaciones didácticas, propuestas en la teoría de situaciones de Brousseau (1997). Su consideración como estados de las trayectorias discentes nos lleva a proponer otros estados no considerados en dicha teoría.

segmento instruccional analizado; no figura un apartado en que se contemple la autoevaluación del proceso, aunque si una sección de resumen-sistematización de los conocimientos pretendidos.

En este sistema didáctico "atípico" las funciones discentes se limitan a:

- recibir y retener la información presentada;
- aplicación de los conocimientos adquiridos a realizar las tareas rutinarias propuestas.

No hay momentos de exploración de soluciones plausibles, de formulación y validación de las mismas. El ejercicio 3 podría haber sido una oportunidad de proponer una tarea no rutinaria en la que el alumno podría explorar una propiedad de la mediana: Cambiando el enunciado de modo que el peso del profesor sustituyera al de un alumno se comprueba que la mediana no cambia a pesar de haber cambiado uno de los valores.

5.3. Trayectoria mediacional

En el proceso instruccional se podrán utilizar diversos medios o recursos como dispositivos de ayuda al estudio. Esto incluirá medios de presentación de la información en clase (pizarra, retroproyector, etc.), dispositivos de cálculo y graficación (calculadoras, ordenadores), materiales manipulativos, etc. El uso de estos recursos (tipo, modalidad, secuenciación, articulación con los restantes elementos del procesos, etc.) debe ser objeto de atención en la práctica y en la investigación didáctica. La noción de trayectoria mediacional pretende servir de herramienta para analizar los usos potenciales y efectivamente implementados de los medios instruccionales y sus consecuencias cognitivas.

En el ejemplo, el único medio presentado ha sido el libro de texto que sirve de base al estudio del alumno.

6. TRAYECTORIAS DIDÁCTICAS. PATRONES DE INTERACCIÓN

Llamaremos trayectoria didáctica a la conjunción interactiva entre las trayectorias epistémica, docente, discente y mediacional relativas a un sistema de prácticas y a unas circunstancias dadas. Esto es, el modo específico en que los distintos componentes o facetas del significado sistémico son estudiados. Un *patrón de interacción didáctica* será cualquier regularidad entre las trayectorias didácticas. Como ejemplos de patrones de interacción docente y discente citamos los siguientes:

- Transmisión- recepción
- Heurístico-constructivo
- Reinención guiada
- Discursivo-participativo

Cada uno de estos tipos básicos de patrones de interacción se aplicarán en dosis diferentes en los distintos estados de la trayectoria epistémica. La noción de *contrato didáctico*⁶ se puede interpretar en este modelo como el conjunto de normas explícitas o implícitas que determinan la selección y articulación de patrones de interacción didáctica.

⁶ Brousseau (1986)

En las unidades D1 y D3 (proceso instruccional del Anexo 1, Godino, en prensa) se pueden distinguir varias subunidades si atendemos a las distintas facetas del significado que se tratan sucesivamente. Podemos observar cómo “el profesor” antepone sistemáticamente la presentación de los elementos conceptuales (definiciones y asignación de propiedades) a las facetas actuativas y validativas. Sin embargo, en primer lugar, plantea una tarea problemática que trata de motivar el estudio de la nueva técnica.

Los "fenómenos de didáctica" descritos por la teoría de situaciones (efectos Topace, Jourdain, deslizamiento metacognitivo, etc.), la tipología de situaciones didácticas (Brousseau, 1986), los momentos didácticos descritos por la teoría antropológica (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997) y los patrones de interacción descritos por las investigaciones realizadas bajo el enfoque del interaccionismo simbólico (Godino y Llinares, 2000) podrían ser descritos como ejemplos de regularidades en las trayectorias didácticas.

7 SÍNTESIS E IMPLICACIONES

En este trabajo hemos descrito algunos elementos teóricos que configuran el esbozo de una teoría de la instrucción matemática basada en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática y en los supuestos de una teoría interaccionista del aprendizaje matemático.

El proceso de instrucción será la unidad básica de análisis didáctico y lo modelizamos como un proceso estocástico multidimensional, distinguiendo cuatro subtrayectorias muestrales: las trayectorias epistémicas (relativas a los componentes del significado sistémico del objeto pretendido), docente (funciones del profesor), discente (funciones del estudiante) y mediacional (relativa a los recursos instruccionales temporales y materiales). En la tabla 2 resumimos los principales "estados" potenciales de cada una de ellas.

Una cuestión esencial para la instrucción matemática, que requiere nuevos desarrollos teóricos e investigaciones empíricas, es la caracterización de posibles trayectorias didácticas que optimicen el aprendizaje matemático. El abordaje de esta problemática supone adoptar modelos prescriptivos, lo que requiere asumir explícitamente principios epistemológicos y axiológicos complementarios. Uno de tales principios, coherentes con el enfoque ontológico-semiótico, es que las trayectorias didácticas contengan, siempre que sea posible, una muestra representativa de los diversos componentes del significado de referencia. Otro el que se creen las condiciones idóneas para resolver los conflictos semióticos potenciales.

Tabla 2: Estados potenciales de las trayectorias didácticas

Trayectoria	Estados
DOCENTE	Planificación
	Dirección
	Motivación
	Enseñanza
	Evaluación

	Investigación
EPISTÉMICA	Situacional
	Actuativa
	Notacional
	Conceptual
	Proposicional
	Argumentativo
DISCENTE	Aceptación
	Exploración
	Formulación/ comunicación
	Interpretación
	Validación
	Recepción
	Ejercitación
	Aplicación
	Evaluación
MEDIACIONAL	Tiempo
	Material manipulativos
	Ordenadores, tecnología
	Textos, materiales escritos

Aceptando estos supuestos y fijado un objeto matemático y un medio instruccional, una trayectoria didáctica óptima debería tener en cuenta el doble carácter de las matemáticas como actividad y como producto. Por ello los alumnos deberían tener oportunidad de poner en práctica la actividad matemática, pero también de conocer y dominar los productos culturales matemáticos que otras personas han elaborado como resultado de su propia actividad.

Esto nos lleva a sugerir la complementariedad de los patrones de interacción del tipo "emisión-recepción" y "reinención guiada", para cada componente de los contenidos matemáticos. Parece que el fomento del interés y la capacidad heurística por parte de los alumnos debe llevar a implementar siempre que sea posible un formato de tipo heurístico-constructivo; pero siendo conscientes que la apropiación del significado institucional de referencia exigirá en algún momento un tipo de formato de interacción emisión-recepción, e incluso un patrón conductista (ejercitación de ciertas técnicas básicas).

En consecuencia, la gestión de la dialéctica entre los distintos patrones de interacción deberá basarse en la negociación de los significados. De este modo el análisis semiótico se revela como un elemento crucial de los procesos de estudio de las matemáticas. Dicho análisis permitirá identificar los puntos críticos en que se deben

negociar los significados entre los distintos agentes que intervienen en el proceso educativo, aportar pautas para seleccionar los patrones de interacción más apropiados y caracterizar los aprendizajes logrados.

Pensamos finalmente que las nociones teóricas introducidas pueden permitir identificar nuevas regularidades y sesgos de los procesos de estudio. Por ejemplo, el uso abusivo de medios expresivos (notaciones formales innecesarias, esquemas, representaciones, etc), presentación de una muestra sesgada de situaciones-problemas, excesivos ejercicios rutinarios o ausencia de validaciones.

REFERENCIAS

- Ausubel, D. P. (2000). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognoscitiva*. Barcelona: Piados, 2002.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2): 33-115.
- Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: Horsori e ICE de la Universidad de Barcelona.
- Godino, J. D. (en prensa). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (en prensa).
<http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.
<http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Godino, J. D. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Educación Matemática*, 12 (1): 70-92.