Diseño y optimización de un puente arco en el entorno de la ciudad de Granada sobre el río Genil

Raúl Maldonado Carrillo

Juan Manuel Martín Luque

Francisco José Cuadros Mantas

Índice

1. Introducción y objetivos

Centrándonos en el sector de la calidad de estructuras el trabajo va a consistir en la optimización de un puente arco, así que en el diseño se van a tomar una serie de simplificaciones, como considerar el puente biapoyado o modelizar el tablero como una viga el de 12 metros de ancho.

El objetivo principal es el de reducir al máximo el coste variable de la construcción y por tanto se trata de calcular el volumen mínimo necesario de material que cumpla con las restricciones estructurales que se definirán posteriormente.

2. Definición del puente

En este apartado vamos a definir la geometría del puente, que consiste en un tablero biapoyado suspendido por unos tirantes que se apoyan en un arco.

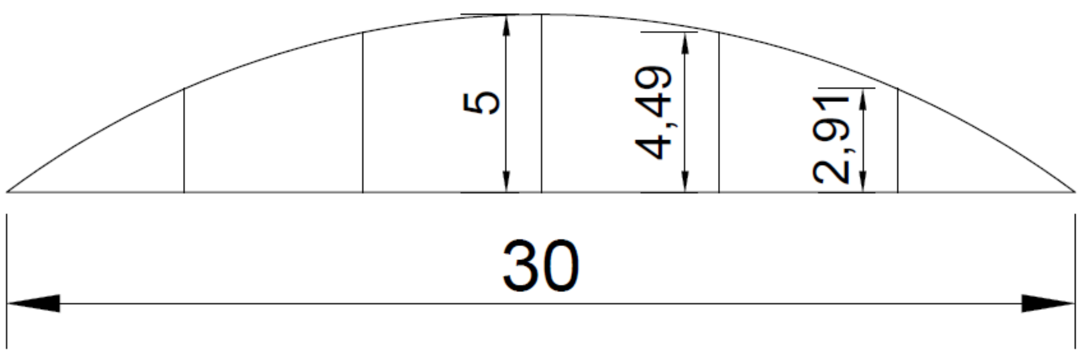
El material utilizado para todos los elementos es acero S275, cuyas características mecánicas son las siguientes.

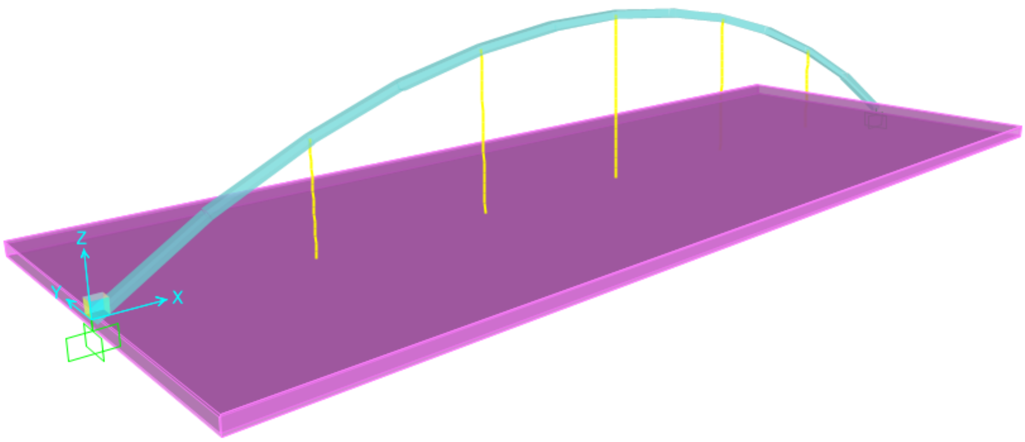
ρ	7850 kg/m^3
E	210 GPa
ν	0.3
f_y	275 MPa

En el caso de este puente vamos a distinguir tres tipos de elementos:

- Arco
- Tablero
- Cables

La geometría del puente es la siguiente:





3. Definición de las cargas

Las cargas que vamos a considerar en el cálculo son las que se indican a continuación.

- Carga permanente (G)

Vamos a considerar como carga muerta el peso propio de los elementos y el peso de la capa de asfalto.

El peso de la capa de asfalto lo vamos a calcular suponiendo una densidad de 23 kN/m^3 y un espesor de la misma de 9 cm.

Carga asfalto = 23 kN/m^3 * 0.09 m * 12 m =24.84 kN/m

El valor de carga de peso propio es calculado por el programa automáticamente al incluir las propiedades del material

- Sobrecarga (Q)

Vamos a considerar una sobrecarga de uso de 9 kN/m^2 que nos proporciona una carga lineal de:

Q = 9 kN/m^2 * 12 m = 108 kN/m

3.1. Estado Límite Último (ELU)[1]

El ELU es el estado límite resistente con las cargas mayoradas y la resistencia de los materiales minorada, en él vamos a comprobar que el acero no supera el límite elástico en ninguno de los elementos del puente.

La fórmula a emplear es la siguiente:

$$\text{ELU: } \Upsilon_G * G + \Upsilon_Q * Q$$

Donde:

- $\Upsilon_G = 1.35$
- $\Upsilon_Q = 1.50$

3.2. Estado Límite de Servicio (ELS)

Esta combinación de servicio, aquí vamos a comprobar que el puente no supera la flecha rápida, que va a ser más restrictiva que la resistencia en este caso.

La fórmula a emplear es la siguiente:

$$\text{ELS: } \Upsilon_G * G + \Upsilon_Q * Q$$

Donde:

- $\Upsilon_G = 1.00$
- $\Upsilon_Q = 1.00$

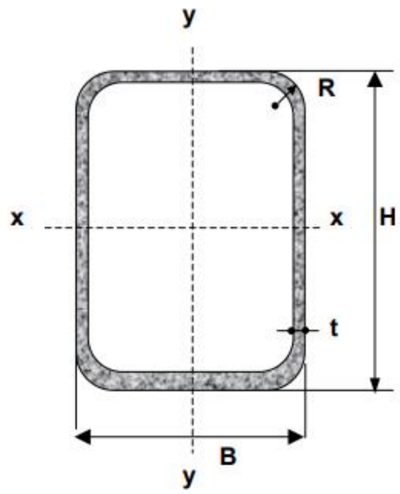
Por ser un puente en una zona peatonal, según la IAP-11, el valor máximo de la flecha tiene que ser menor a:

Flecha < $\frac{L}{1200} = \frac{30}{1200} = 0.025$ m

[1] Apartado 2.3.2 de la IAP-11 y artículos 12 y 13 de la EAE

4. Predimensionamiento

La sección utilizada para el tablero de acero.[2]



Las dimensiones empleadas en el primer tanteo han sido:

	H (m)	B (m)	t (m)
Tablero	0.5	12	0.05

Por su parte para los cables se van a emplear secciones macizas cilíndricas. El valor empleado en el primer tanteo ha sido el siguiente:

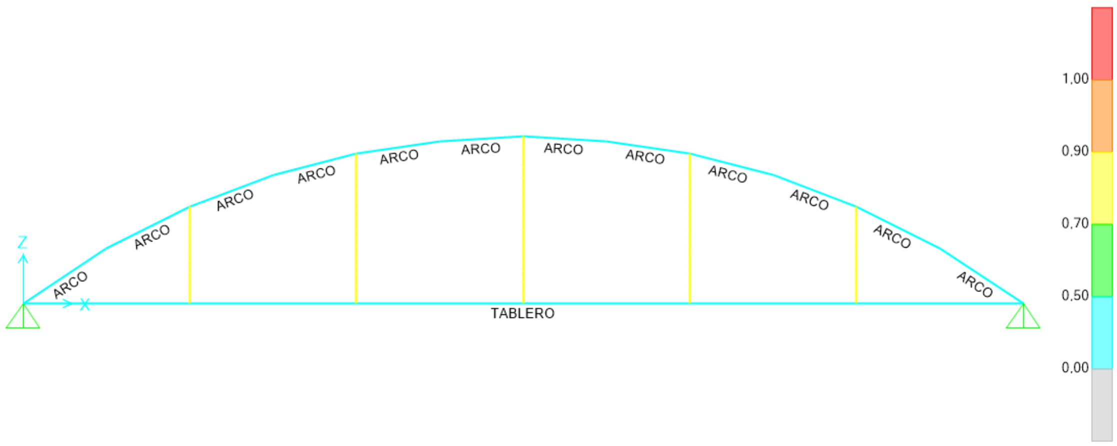
	D (m)
Cable	0.1

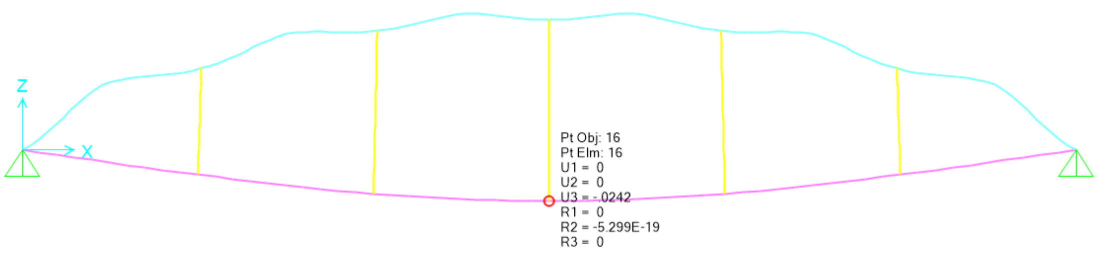
El arco está formado por una viga maciza de acero de sección cuadrada:

	B (m)	H(m)
Arco	0.25	0.25

[2] https://www.inti.gob.ar/cirsoc/pdf/publicom/tablas.pdf

A continuación, vamos a insertar la comprobación resistente efectuada por el programa SAP2000 así como la flecha.





Tal y como se puede observar en la figura se trata de una estructura que cumple a ELU y a ELS. En ella se muestra el porcentaje de esfuerzo al que está trabajando la estructura y como vemos el tablero y el arco se encuentra por debajo del 50 %, luego está sobredimensionado.

En el siguiente apartado vamos a buscar la solución que cumpliendo, es óptima económicamente.

5. Optimización[3]

La finalidad de la optimización de la estructura es obtener un diseño válido estructural con el mínimo coste posible. En este caso trataremos de recudir el volumen de acero a utilizar y de este modo minimizar el coste económico de construcción del puente.

El criterio de optimalidad viene dado por:

$$C = c1 * P + c2$$

Siendo:

- C: Coste
- P: Peso del acero

[3] Apuntes de la asignatura de END realizados por Guillermo Rus

- C1: Coste variable unitario
- C2: Coste fijo

Vamos a formular el problema como:

$$\boldsymbol{Min \quad f(x)}$$

$$\boldsymbol{Sujeto\ a\ g(x)\ <\ 0\ y\ h(x)\ =0}$$

Siendo:

- x: parámetros de diseño (geometría de la sección, características mecánicas del material)
- f: función objetivo a ser minimizada (Volumen de acero)
- g: restricciones de desigualdad (flecha-flecha máxima, tensión de tracción – f_y)
- h: restricciones de igualdad (en este caso nada)

Vamos a plantear unas preguntas previas antes de resolver el problema.

- ¿Es posible cumplir las restricciones?

Es posible modificando la geometría cumplir las restricciones de flecha y tensión máxima.

- ¿Existe un óptimo?

Existe un precio mínimo que cumple las restricciones, aunque sea muy difícil de acotar.

- ¿Cómo encontrarlo?

Realizando diferentes iteraciones con el programa SAP2000 encontramos las diferentes combinaciones que cumplen las restricciones, así como otras que solamente cumplen una de ellas. Representándolas en una gráfica obtenemos el mínimo por el criterio de optimalidad.

Para simplificar el proceso, reducimos el número de parámetros de diseño variables a dos, el diámetro de los cables y el canto del tablero.

Fijamos, por tanto, los siguientes parámetros utilizados en el predimensionamiento:

- Geometría

Sección del arco

	B (m)	**H(m)**
Arco	0.25	0.25

Sección del tablero

	B (m)	**t (m)**
Tablero	12	0.05

- Características mecánicas del material

Acero S275

ρ	7850 kg/m^3
E	210 GPa
ν	0.3
f_y	275 MPa

Tras establecer los anteriores supuestos, procedemos a construir nuestra función de coste total.

Teniendo que el coste total C es la suma del coste fijo y del proporcional al volumen de acero $C=c_1*V+c_2$. El coste base c2 vendrá dado por el pavimento, acerado y barreras, incluyendo en este también el coste del acero del arco, cuya sección hemos fijado previamente. El volumen de acero V será la suma del usado en el tablero y en los cables $V = \sum_i L_i * A_i$, siendo A_i el área de la sección y L_i la longitud.

Reemplazando,

$$C = c_1 * \sum_i L_i * A_i + c_2$$

Las variables para optimizar el coste C son el canto del tablero y el diámetro de los cables, siendo el resto de los parámetros constantes. Por tanto, minimizar C es equivalente a minimizar Z.

$$Z = \sum_i L_i * A_i = 30 * A_t + 19{,}8 * A_c$$

Siendo

Área del tablero: $A_t = 12 * h - 11{,}9 * (h - 0{,}1)$

Con $h = canto\ del\ tablero$

Área del cable: $A_c = \frac{\pi * D^2}{4}$

Con $D = diámetro\ de\ los\ cables$

Teniendo en cuenta esto, variamos el canto del tablero y el diámetro de los cables (parámetros de diseño) hasta conseguir cumplir las condiciones de flecha máxima y resistencia (restricciones de desigualdad). Para cada valor del canto obtenemos el diámetro mínimo que resiste el axil máximo de tracción que se produce.

En la siguiente tabla se muestran los pares de puntos (canto de tablero y diámetro de cables) que se han comprobado.

Diámetro Cable (m)	Canto Tablero (m)	Flecha (m)	Axiles (kN)	Diámetro Cable Necesario (m)
0,05	0,9	0,023	1132,86	0,0724
0,06	0,8	0,0232	1301,43	0,0776
0,07	0,7	0,0236	1445,2	0,0818
0,08	0,6	0,0242	1569,49	0,0852
0,0900	0,5000	0,0249	1675,79	0,0881
0,1000	0,5000	0,0242	1685,58	0,0883
0,1100	0,5000	0,0238	1693,06	0,0885
0,1200	0,4000	0,0247	1773,82	0,0906
0,1300	0,4000	0,0244	1777,72	0,0907
0,1400	0,4000	0,0242	1781,01	0,0908
0,1400	0,3500	0,0249	1811,86	0,0916
0,1500	0,4000	0,0240	1783,85	0,0909
0,1600	0,4000	0,0238	1786,36	0,0909
0,1700	0,4000	0,2370	1788,63	0,091
0,1800	0,3000	0,0250	1845,99	0,0924

Flecha máxima **0,025 m**

Introduciendo estos datos en las relaciones anteriores, obtenemos el área de cada elemento, que se muestra a continuación:

	Area Cables	Area Tablero
1	0,0098	1,2800
2	0,0141	1,2700
3	0,0192	1,2600
4	0,0251	1,2500
5	0,0318	1,2400
6	0,0393	1,2400
7	0,0475	1,2400
8	0,0565	1,2300
9	0,0664	1,2300
10	0,0770	1,2300
11	0,0884	1,2300
12	0,1272	1,2200
13	0,0770	1,2250

No cumplen los cables a axil

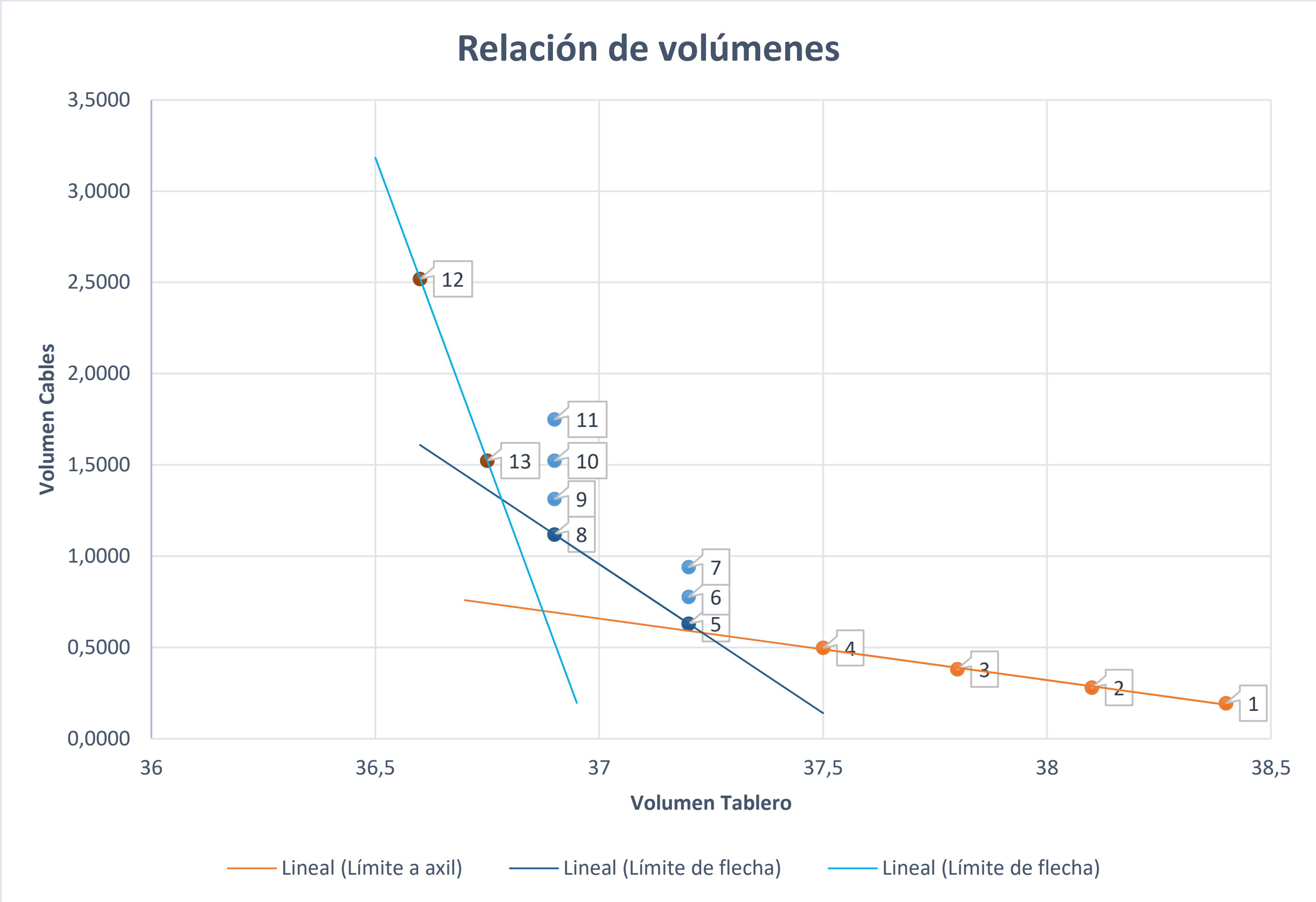
Cumplen los cables a axil

Con estas áreas podemos calcular el volumen de cada elemento y con su suma la función Z a minimizar (volumen de acero). En la siguiente tabla se muestran los valores resultantes.

	Volumen cables	**Volumen tablero**	**Suma Volúmenes**
1	0,1944	38,4	38,5944
2	0,2799	38,1	38,3799
3	0,3810	37,8	38,1810
4	0,4976	37,5	37,9976
5	0,6298	37,2	37,8298
6	0,7775	37,2	37,9775
7	0,9408	37,2	38,1408
8	1,1197	36,9	38,0197
9	1,3140	36,9	38,2140
10	1,5240	36,75	38,2740
11	1,5240	36,9	38,4240
12	1,7495	36,9	38,6495
13	2,5192	36,6	39,1192

(naranja)	No cumplen los cables a axil
(verde)	Cumplen los cables a axil

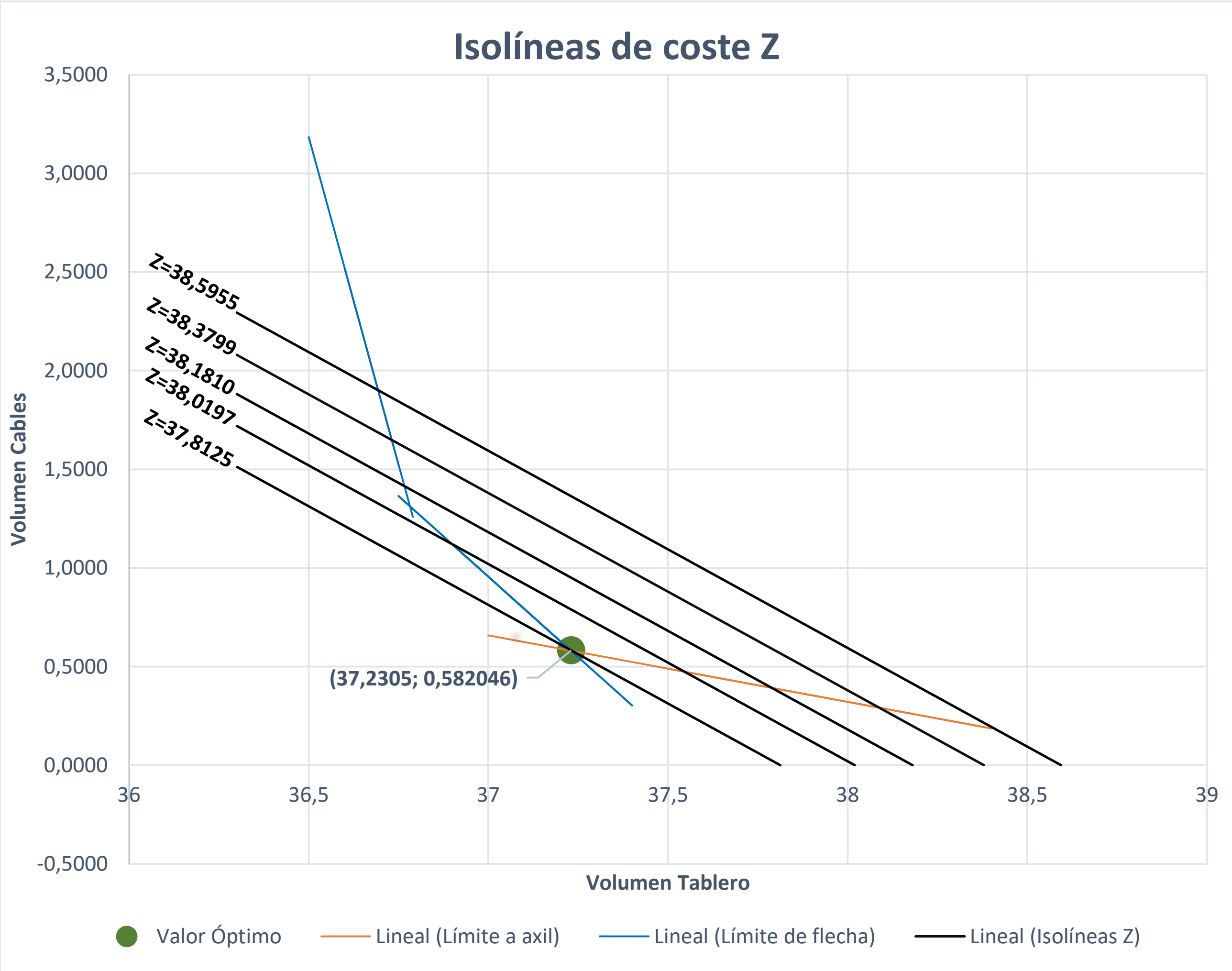
En la siguiente gráfica se representan en puntos los volúmenes de acero de los cables y el tablero calculados, con el fin de delimitar el área solución.



Podemos comprobar como existen tres rectas que limitan la región que contiene las soluciones del problema. Por un lado, tenemos la recta naranja, por debajo de la cual los cables no tienen sección suficiente para resistir el axil máximo. Las rectas azul y roja indican el límite por debajo del cual la flecha máxima no es admisible según la IAP-11[4]. Por consiguiente, el semiespacio de soluciones que cumplen las restricciones es el que se haya por encima del conjunto de las tres rectas citadas.

[4] Apartado 7.1.1. Estado Límite de deformaciones

En el siguiente gráfico se representa la región de soluciones y las rectas que contienen los puntos de igual coste Z (isolíneas).

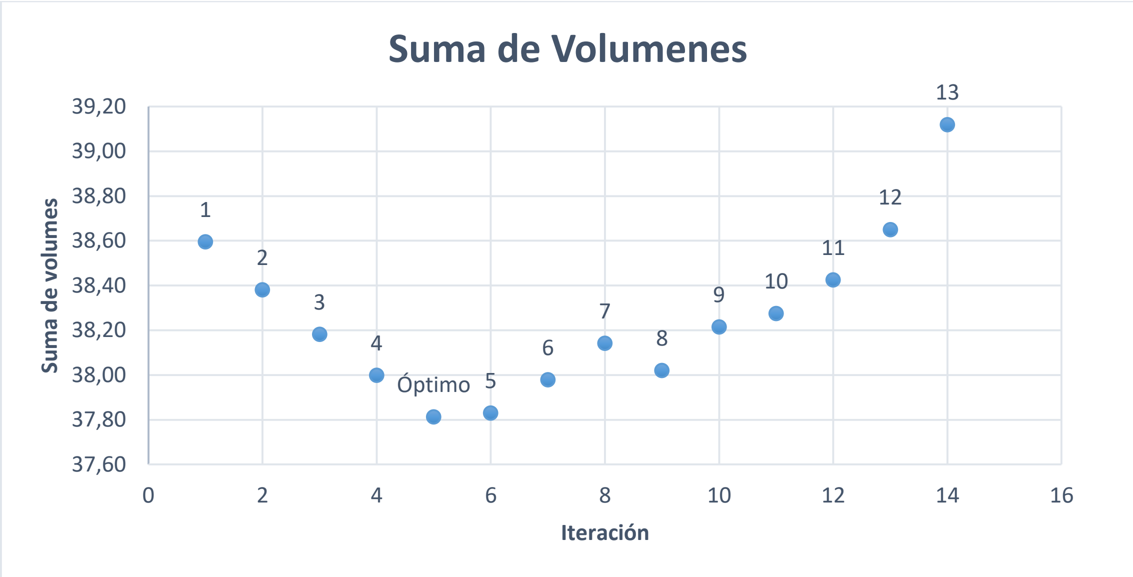


Observando el gráfico anterior podemos comprobar como el mínimo volumen de acero, función Z, corresponde al punto con un valor de **37,2306 m³** de volumen de tablero y **0,582046 m³** de volumen de cables, lo que proporciona un volumen total de **37,8125 m³.**

Este punto corresponde a la intersección de la recta naranja con la azul, luego realizamos el proceso inverso para calcular el diámetro y el canto del tablero, obteniendo:

Diámetro de cables óptimo: 0.086m
Canto de tablero óptimo: 0.51 m

Para una mejor compresión representamos gráficamente la suma de los volúmenes del tablero y de cables necesarios para cada iteración, e introduciendo el punto óptimo, vemos que el volumen de este es el más bajo.



6. Conclusiones

Para llegar al resultado óptimo anteriormente indicado hemos tenido que realizar una serie de suposiciones para reducir las variables del problema y poder realizarlo a mano. Si quisiésemos realizar un cálculo más preciso, es decir, con todas las variables, sería necesario introducir algoritmos en SAP2000 que realizasen todas las iteraciones necesarias y nos proporcionasen el valor exacto.