

Sobre la energía logarítmica mínima en la 2-esfera

Fátima Lizarte

Resumen

Smale, ganador de la medalla Fields en 1966, elaboró una lista de 18 problemas a finales del siglo XX, reuniendo algunos de los principales retos matemáticos para el siglo XXI. El problema número 7 es dar una descripción simple y eficiente, o alternativamente describir un algoritmo, para colocar N puntos en la 2-esfera tal que su potencial logarítmico esté muy cerca del mínimo. Una dificultad importante en este problema es que el valor de la energía logarítmica mínima de N puntos en la esfera no se conoce completamente. Su conocimiento actual es:

$$\kappa N^2 - \frac{1}{2} N \ln N + C_{\log} N + o(N),$$

siendo κ la energía continua y C_{\log} una constante tal que

$$-0,0568\dots = \ln 2 - \frac{3}{4} \leq C_{\log} \leq 2 \ln 2 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3} + 3 \ln \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(1/3)} = -0,0556\dots,$$

donde la cota inferior ha sido probada por Lauritsen usando resultados sofisticados. De hecho, la cota superior ha sido conjeturada a ser una igualdad y es uno de los problemas abiertos más importantes del área. En esta charla, presentaré una prueba alternativa para la cota inferior de C_{\log} , llegando al mismo valor mediante un cálculo directo. También mostraré cómo este nuevo enfoque se puede generalizar para obtener cotas inferiores para la energía de Green en \mathbb{S}^n .

Esto es un trabajo conjunto con Carlos Beltrán.

Referencias

- [1] Beltrán, C., Corral, N. and G. Criado del Rey, J. (2019) *Discrete and continuous green energy on compact manifolds*. J. Approx. Theory, 237, 160–185.
- [2] Lauritsen, A. B. (2021) *Floating Wigner crystal and periodic jellium configurations*. J. Math. Phys., 62, 083305.
- [3] Beltrán, C. and Lizarte, F. (2022) *A lower bound for the logarithmic energy on \mathbb{S}^2 and for the Green energy on \mathbb{S}^n* . ArXiv:2205.02755 [math.CA]