

Capítulo 1

Tipología de Tablas

Dentro de las tablas bidimensionales de datos susceptibles de ser tratadas con las diferentes técnicas multivariantes y en especial con el análisis de correspondencias, tenemos entre otras las siguientes: tablas de frecuencia, tablas de contingencia, tablas de medida, tablas lógicas, tablas lógicas disyuntivas completas, tablas de preferencias, tablas de rangos o de orden, tabla de notas de intensidad, tablas de notas binarias, tablas de Burt, etc. Todas estas tablas a través de las distintas técnicas multivariantes, se convierten en tablas de distancias que posteriormente son asociadas a representaciones gráficas. Hay que destacar también como objetivo de estas técnicas, el análisis de datos textuales y a través de él, el estudio de la estructura interna del lenguaje.

Es la escuela francesa de análisis de datos cualitativos, la que estudia más pormenorizadamente los diversos tipos de tablas, Jambu [11], Herman [9]. Vamos a describir estas tablas con alguna extensión para las tablas de orden.

1.1. Tipos de tablas

Sea una tabla bidimensional $K_{I \times J}$. Vamos a definir en función del valor k_{ij} , valor que contiene la casilla (i, j) de la tabla, los diferentes tipos de tablas:

1.1.1. Tablas de frecuencias

Definición 1.1 Sean dos conjuntos I y J finitos y la ley de probabilidad sobre el conjunto $I \times J$:

$$p_{IJ} = \{p(i, j), i \in I, j \in J\}$$

Normalmente no se conoce con exactitud esa ley de probabilidad, sino que las probabilidades son estimadas por las frecuencias observadas, a partir de un conjunto finito de observaciones. En el caso de que se observen sucesos independientes, si representamos por $\mathbf{k}(i, j)$ el número de veces que el suceso (i, j) ha sido observado y por k el número total de sucesos observados, la frecuencia $f_{IJ} = \frac{k_{(i,j)}}{k}$ nos daría una estimación de la probabilidad de dicho suceso.

Como ejemplos de tablas de frecuencias vamos a ver la **matriz de confusión** y la **adjetivación del color**.

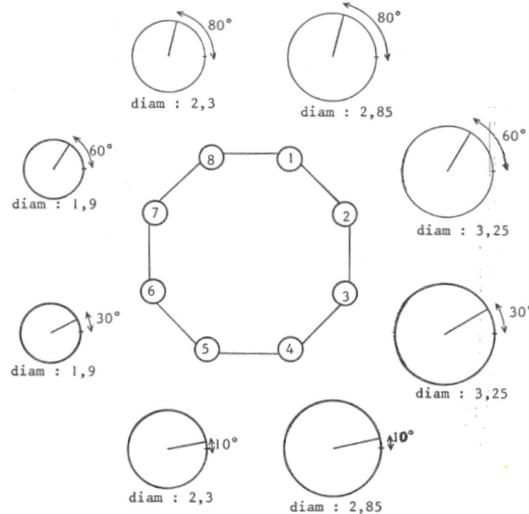
Ejemplo 1.1 Matriz de confusión.

Procede de una experiencia de R.N.SHEPARD en el ámbito de la psicología. Se presentan 8 estímulos que son círculos con 4 radios distintos asociados dos a dos, en los cuales se traza un radio con 4 inclinaciones distintas dos a dos, pero en este caso se asocian ángulos iguales con radios distintos. En un espacio donde el eje x sea el diámetro del círculo e y el ángulo de inclinación del radio con la horizontal, los 8 estímulos son los vértices de un octágono regular.

A cada uno de estos estímulos se le asocia una de las letras D, H, K, M, O, R, S, W, y se somete a los individuos a una experiencia de aprendizaje en la cual se trata de identificar el estímulo con la letra. En este caso $\mathbf{k}(i, j)$ es el número de veces que durante la prueba se asigna al estímulo i la respuesta correspondiente

al estímulo j , la tabla resultante de esta experiencia se llama matriz de confusión y es muy frecuente en el estudio de experiencias de aprendizaje dentro de la psicología. Como se puede observar en la tabla siguiente, los estímulos intervienen dos veces, una como señal y otra como respuesta y las mayores frecuencias se concentran en la diagonal principal y paralelas inmediatas.

Figura 1.1: matriz de confusión



S \ R	1	2	3	4	5	6	7	8
1	207	23	12	34	5	10	10	80
2	18	175	70	32	15	28	37	24
3	17	71	230	41	20	48	34	14
4	15	25	80	263	67	34	23	15
5	16	15	39	89	247	49	38	14
6	10	29	31	21	45	225	92	27
7	18	61	21	17	26	75	184	53
8	102	13	5	28	18	21	30	215

Ejemplo 1.2 Adjetivación del color.

La experiencia de DUMAURIER que se incluye en su tesis: “Contribución a la semántica psicológica de la percepción”, consistió en considerar una lista de 11 colores de los más corrientes y calificarlos libremente por uno o varios adjetivos a través de un grupo de estudiantes de la universidad de Nanterre (París), a los que se les propuso tal experiencia. Al final del proceso se obtuvo una lista de 89 adjetivos asociados a los 11 colores.

En este caso $k(i,j)$ representa el número de veces que se asocia el calificativo i al color j , algunos resultados de la experiencia fueron los siguientes:

- El color azul viene adjetivado 17 veces por celeste, 12 veces por calma y 12 por reposo.
- El color rojo viene calificado 20 veces por sanguinario, 18 por vivo o 17 por violento.
- El amarillo 22 veces por luminoso y 12 por ácido.
- El blanco 22 veces por puro, 10 por muerte y 9 por inmaculado.
- El gris 24 veces por triste, o 12 por sucio.
- El rosa 14 veces por azucarado, 13 por infantil y 12 por débil.
- El marrón viene 14 veces unido a naturaleza.

- El violeta 14 a religioso y 11 a eclesiástico.
- El negro 22 veces a triste, 15 a muerte o 9 a siniestro.
- El naranja se asocia 15 veces a fruta o 10 a sangre.
- El verde 20 a naturaleza o 10 a primaveral.

En la figura 1.2 se puede observar la tabla resultante.

Figura 1.2: adjetivación del color

COULEURS I ADJECTIFS		BLEU	ROUGE	JAUNE	BLANC	GRIS	ROSE	MARRON	VIOLET	NOIR	ORANGE	VERT
ACIDE	ACID											1
AGRESSIF	AGGRE	3	12						1	2		
ANGOISSANT	AGOU	4	1	3	4					4	4	
ASILE	ASIA											
ATTIRANT	ATTI	1										
AUTOMNAL	AUTO			1	3	5		4				
BETE	BETE	4										
BRULANT	BRUL										8	
BRULE	BRUE									1	1	8
BRUNEOUX	BRUM											
CALME	CALM	12										
CELESTE	CELE	17		1	6					1	9	
CHAMPISTRE	CHAI			3	1						6	
CHAUD	CHAU											
CLAIR	CLAI			2	5			6	1		3	
COLORE	COLO							4	2	1	2	1
COMIQUE	COMI											
CRU	CRU	2	2	1	1			1	3	2	3	
DECORATIF	DECO								2			
DISCRET	DISC								3			
DOUX	DOUX	1		6	2	2		1	3	2	2	2
DUR	DUR							3	2			
DYNAMIQUE	DYNA	1		3					11	1		
ECCLESIASTIQUE	ECCL			2	7	1						
ECCLASTANT	EGLA											
ENERVANT	ENER	2										
ENFANTIN	ENFA		1			3	13					5
ENSEOLEILLE	ENSO		7									
EQUILIBRE	EQUI	6						3				
ETENDU	ETEN	3	1						1		3	
FEMININ	FEMI										2	
FLAMBOYANT	FLAM	6	1									
FLEURS	FLEU						3					
FRAGILE	FLAG						6					
FRIC	FRAN	2	2	1		2		1			2	
FROID	FROI	2										
FRUITÉ	FRUI	1		3		2						
Glace	GLAC											
HARMONIEUX	HARM											
HIVERNAL	HIVE											
IMMACULÉ	IMMA											
JOYEUX	JOYE	1	1	1	9	2		1	1	4	7	1
JUTUX	JUTX											
LAI	LAID			1				1	3	1		
LEGER	LEGE											
LIMPIDE	LIMP	4	1	4	2	5	2					
LISSÉ	LISS											
LOINTAIN	LOIN	5										
LUMINEUX	LUMI	3	1	22								8
MALADE	MALA	2	1									
MASCULIN	MASC							6				
MÉCANIQUE	MECA											
MIEVRÉ	MIEV											
MORT	MORT	2		10	2	1	12	6	7	15	5	
MYSTÉRIEUX	MYST								4	5		
NATUREL	NATU											20
NEIGEUX	NEIG											
PALÉ	PALÉ											
PARFUME	PARF											
PASSIONNÉ	PASS	4	1	1					4		1	
PATRIOTIQUE	PATR	3										
PERDU	FERD	1		1					2	3	1	5
PRINTANIER	PRIN	1										
PROFOUND	PROF								5	7	1	10
PROPRE	PROP	2			5	1		1	2	3		
PUIS	PUIS	2		22				1	14			
RAFFINE	RAFF											
RELIGIEUX	RELI											
REPANSANT	REPO	12										7
REVOLUTIONNAIRE	REVO	3										
ROMANTIQUE	ROMA	2						6				
ROND	ROND							1				
SALE	SALE		2			12	3	6				4
SANGUIN	SANG	20	2						1	5	6	10
SEVERE	SEVE											
SILENTIEUX	SILE											
SINISTRE	SINI											
SOMBRE	SOBR											
SONORE	SONO	2	3		7			6	1	4	9	1
SOURNOIS	SOUR		9	2	14			2	8	22		
SUCRE	SUCR		1						8		5	
TRISTE	TRIS								6	22		
VIDE	VIDE	6	8	8	5	4		1	3	4		
VIEUX	VIEU								6			
VIF	VIF	18	5						8		5	
VIOLENT	VIOL										2	
VIVANT	VIVA	17		2	1	6	1	3			6	
INSTABLE	INST											

Esta experiencia nos servirá de base para un estudio más profundo sobre el color, en el que compararemos los resultados con los obtenidos aquí. Para resaltar la importancia e influencia de las experiencias ligadas al

color dentro del estudio estadístico de los hábitos de consumo, publicidad y marketing transcribimos algunas noticias sobre la influencia del color aparecidas en diferentes medios de comunicación.

■ Ideal 3-10-03: **Facua pide la retirada de once marcas de tabaco que venden cajetillas con colores light**

“La Federación de Consumidores en Acción, solicitó ayer al Ministerio de Sanidad y Consumo, la retirada de once marcas de cigarrillos que se vendían con colores light, porque vulneran el real decreto que prohíbe el uso de cualquier signo que pueda asociarse a menor nocividad del tabaco, ... Aunque se eliminen las denominaciones light o bajo en nicotina, el mantenimiento de los colores con los que las empresas han presentado las cajetillas light, perpetúa la engañosa asociación de ideas con las que las tabacaleras tienen enganchados a millones de consumidores que creen que los cigarrillos que fuman son menos dañinos ...”

■ Ideal 2-10-2004: **Dictadores del color**

“¿Cómo es posible que un bolso gris se muera de aburrimiento en las estanterías de una tienda, mientras que ese mismo modelo en color rojo se agota una y otra vez? ¿Es comprensible que en una habitación azul añil se duerma a pierna suelta, mientras que en la misma, pero recién pintada de pistacho, nos veamos obligados a contar ovejas todas las noches? ¿Se explica alguien porqué un año nuestras calles se ven invadidas por ejércitos de coches en color plateado mientras que, dos temporadas más tarde, un coche plateado es una opción impensable y se llevan los metalizados pastel? ... ¿Por qué demonios coinciden año tras año los colores de Mercedes con los de Toyota? ¿O los colores de los envases de champús, barras de labios y hasta los zumos de distintas marcas? ... Por supuesto, nada de esto es casualidad, las cualidades del color se estudian desde hace ya tiempo.

Desde Goethe, que expresó sus teorías sobre la influencia de la luz en el color y que ya hablaba del contraste simultáneo arraigado en la percepción del ser humano, pasando por filósofos, pintores, sociólogos y psicólogos, todos han demostrado que hay determinados colores que potencian la concentración, el estudio, la relajación, la actividad, la creatividad, y de hecho estas teorías han llevado a aplicar el color a terapias curativas e incluso a las técnicas más sofisticadas en tratamientos de belleza ...”

“El color estimula los sentidos y acertar en su elección puede significar el éxito de ventas de un producto”.

■ <http://www.guiainfantil.com> 12-10-05: **Los colores y el Feng Shui**

“La habitación de los niños suele ser el lugar con más colores de la casa. Normalmente es el lugar más alegre y más original. Sin embargo, según las técnicas del Feng Shui, no todos los colores son apropiados para todas las situaciones y edades. Está demostrado que los colores ejercen alguna influencia y algún efecto, por lo menos en parte, en nuestro comportamiento. Los colores no dicen y no expresan nuestra forma de ser, pero pueden influir negativa y positivamente en nuestro estado, a través de las sensaciones que pueden occasionar. Cada color posee su propia luz, energía, y su propio efecto. Para decorar la habitación de los niños, vale la pena conocer más de cerca el lenguaje y de los posibles efectos de los colores sobre nuestro estado, y así alcanzar la deseada armonía.

Rojo

Tiene un efecto muy poderoso; atrae la atención visual inmediatamente. Estimula la acción, y puede expresar pasión, emoción, agresividad, y peligro. Autoriza, estimula, dramatiza, y compite. En China, el rojo es el color del Elemento Fuego. Es considerado de buena suerte. Culturalmente, lo asocian al calor, la pasión y la energía vital. El rojo aumenta la presión sanguínea y estimula al apetito.

Verde

Es un color muy elocuente y se lo asocia con un aspecto natural, con la fertilidad y con la primavera. Transmite seguridad, expansión, y anima el crecimiento emocional. Es el color de la esperanza. Y puede expresar naturaleza, juventud, deseo, descanso, y equilibrio. En China es el color del elemento Madera, de la vida vegetal y de la primavera. Para el Feng Shui es un color apropiado para el cuarto de los niños pequeños si tienen buena luz natural.

Azul

Tiene un efecto calmante y es el segundo color más poderoso después del rojo. En general se asocia con

la seguridad física y la fuerza. Produce sentimiento tranquilos y pacíficos. Es un color reservado y que parece que se aleja. Puede expresar confianza, reserva, armonía, afecto, amistad, fidelidad, y amor. En China es el color del elemento Agua, y lo asocian a la inmortalidad. Es un color sedante, disminuye las pulsaciones, baja la presión sanguínea y disminuye el apetito.

Rosa

Se le asocian características femeninas. El rosa claro tiene efectos calmantes y relajantes. Es un color que promueve la calma, la afabilidad y el afecto. El dicho popular: "lo ves todo de color de rosa", refleja fielmente su significado: ingenuidad, bondad, ternura, buen sentimiento, ausencia de todo mal.

Anaranjado

Es el color del fuego, ha sido escogido como señal de precaución. Puede expresar regocijo, fiesta, placer, aurora, presencia de sol. Atrae la vista, estimula el apetito, la conversación, y la caridad.

Amarillo

Es el color de la luz. Normalmente el color amarillo amplía el espacio. Es muy activo y también se lo asocia a la precaución. Irradia siempre en todas partes y sobre todas las cosas. Puede significar egoísmo, celos, envidia, odio, adolescencia, risa, y placer. En China es el color del elemento Tierra. Es el color del sol, del día, del optimismo y de la claridad. Los tonos más intensos pueden producir ansiedad, pero principalmente a los mayores. Según el Feng Shui, es un color excelente para llevar alegría a un ambiente, y que compensa la falta de luz natural. No es recomendable para el cuarto de los bebés, pues lloran más en habitaciones amarillas.

Violeta o púrpura

Se lo considera un color artificial ya que se lo encuentra muy poco en la naturaleza. Los tonos lila y lavanda son muy femeninos. Expresa misterio y saca la intuición. Es el color que indica ausencia de tensión. Puede significar calma, autocontrol, y dignidad. Para el Feng Shui, es un color que expresa exclusividad y autoridad. Puede ser adecuado para la habitación de un adolescente. Debe evitarse en las habitaciones y espacios de juego de niños más pequeños.

Gris

Es un color sutil, que da seguridad. Iguala todas las cosas y deja a cada color sus características propias sin influir en ellas. Puede expresar desconsuelo, aburrimiento, desanimo e indeterminación.

Negro

Es lo opuesto a la luz. Concentra todo en si mismo. Es el color de la disolución, de la separación, de la tristeza. Puede expresar muerte, noche, fin. Las sensaciones positivas pueden ser la seriedad, pesar y nobleza. Es un color que se debe evitar en cualquier ambiente.

Blanco

Es un color que purifica, estimula, unifica. En combinación, anima a todos los colores. Es la luz que se difunde. Expresa inocencia, paz, infancia, divinidad, estabilidad, calma, y armonía. En China, es el color del elemento Metal. Es la suma de todos los colores. Refleja todo y nada esconde. Irradia pureza y limpieza. El blanco tiende a estimular la actividad intelectual y favorece la imaginación. Para el Feng Shui, es un color que puede evocar frialdad. Por lo tanto no es apropiado para el cuarto de niños muy pequeños.

Colores naturales

Colores como los de madera, habano, crudo, maíz, beige, etc., transmiten tranquilidad y quietud, por lo que pueden ser adecuados para niños muy excitables. Cuando se presentan en exceso y sin otros toques de color pueden resultar aburridos y conspirar contra la creatividad".

1.1.2. Tablas de contingencia

Definición 1.2 Dados dos conjuntos I y J , definimos $\{k(i,j) \mid i \in I, j \in J\}$ como el número de individuos particionados según dos variables categóricas con I , y J modalidades cada una, que poseen la característica $i \in I$ y la característica $j \in J$ simultáneamente, es decir son las tablas que surgen al clasificar una muestra de una población respecto a dos o más variables cualitativas.

Los valores de cada celda de la tabla representan frecuencias. Las categorías de las variables deben ser exhaustivas y mutuamente excluyentes, aunque por extensión se consideran tablas de contingencia, aquéllas

en las que I y J sean recubrimientos parciales, o cuyas casillas admitan solapamientos, o cuyas casillas contengan cantidades de la misma naturaleza medidas con el mismo sistema de unidades, como tablas de consumo, de producción, de segmentos de población, de publicidad y marketing, etc.

Los datos de tipo continuo pueden a menudo ponerse en forma discreta usando intervalos, y se puede así definir una tabla de contingencia de datos cuantitativos.

Ejemplo 1.3 Muertes por tuberculosis.

La siguiente tabla de muertes por tuberculosis, Everitt [7], presenta una muestra de 5375 fallecidos por tuberculosis, clasificados respecto a dos variables cualitativas, el sexo y el tipo de tuberculosis causante de la muerte. Nótese que las categorías de las variables son exhaustivas y mutuamente excluyentes y las entradas de cada casilla de la tabla son frecuencias.

	<i>Hombres</i>	<i>Mujeres</i>	<i>Total</i>
<i>Tuberculosis del sistema respiratorio</i>	3524	1319	4853
<i>Otras formas de tuberculosis</i>	270	250	522
<i>Total</i>	3804	1571	5375

Estos valores se pueden transformar en proporciones o porcentajes, pero es importante observar que independientemente de forma en que se presenten, los datos fueron originalmente frecuencias.

Ejemplo 1.4 Encuesta de ocupación del tiempo.

A una determinada población, clasificada según el conjunto I , se le pregunta por el tiempo que dedica a realizar una serie de actividades, clasificadas según el conjunto J . La tabla siguiente se compone de 28 clases de sujetos cuyas variables de base son el sexo, país, actividad profesional y estado civil, y por otro lado 10 clases de actividades relacionadas con el trabajo, transporte, hogar, cuidado de niños, viajes, aseo, comida, sueño, televisión y ocio. De esta forma $k(i,j)$ representa el número de horas que los sujetos de la clase i , han dedicado en media a ejercer la actividad j durante la duración de la encuesta.

Figura 1.3: encuesta ocupación del tiempo

Nótese que los recubrimientos tanto de los sujetos de la encuesta como de las actividades a realizar son parciales, no están todos los sujetos y todas las actividades y además hay actividades que se pueden solapar como el tiempo dedicado al hogar y al cuidado de los niños. Sobre esta tabla realizaremos más adelante un análisis de componentes principales.

También se pueden construir tablas de contingencia donde los conjuntos I y J no vengan impuestos por las condiciones de la experiencia, sino que sean construidos a posteriori, como el caso de las tablas de Burt asociadas a las respuestas a un cuestionario, que veremos más adelante.

1.1.3. Tablas de medida

Definición 1.3 Dados dos conjuntos I y J , definimos $\{k(i,j) \mid i \in I, j \in J\}$ como la medida de la característica $j \in J$ sobre el individuo $i \in I$. Donde el conjunto I son individuos o elementos de la muestra, y el conjunto J un conjunto suficiente de medidas que representen bien a los individuos.

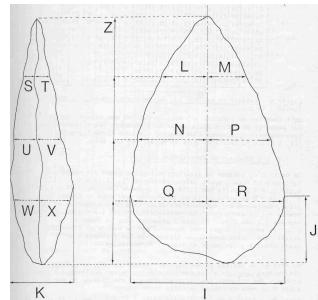
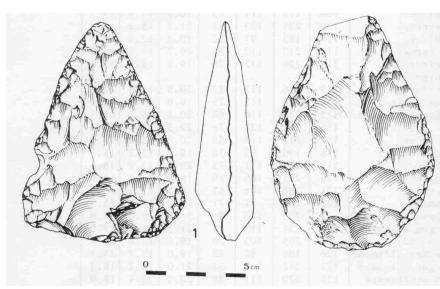
En estas tablas surge el problema de la taxonomía numérica de, qué variables seleccionar para que se separen bien las clases de individuos objeto del estudio, de forma que dicha separación sea estable y tenga sentido. Según BENZECRI, los datos deben ser homogéneos y exhaustivos: homogéneos en el sentido de que sean cantidades de la misma naturaleza, y exhaustivos, ya que los conjuntos I y J deben representar un inventario completo de un dominio real, es decir, si en la tabla, I es una población y J un conjunto de variables descriptivas de la población, I debe ser una muestra representativa y J un sistema de medidas, de forma que el vector representativo de un individuo i , sea una descripción satisfactoria desde el punto de vista del observador. Así aunque para las tablas de frecuencias I y J venían impuestos, en el caso de las tablas de medidas, la parte de libertad dejada al investigador es más grande y el análisis será más dependiente de su elección.

Ejemplo 1.5 Yacimiento de hachas.

Se consideran 200 hachas clasificadas en 15 clases respecto a 16 características, de la época musterense (paleolítico medio), extraídas de 2 yacimientos, (Brouillaud y Tabaterie). El objeto del estudio es encontrar un sistema de descripción, a través de variables cualitativas o cuantitativas, de forma que sea posible hacer clasificaciones lo más estables posibles, que permitan asignar rápidamente toda pieza nueva a una determinada clase. En esta experiencia F. DJINDJAN constituyó una tabla de datos brutos dándole valor a las principales características morfológicas de las piezas estudiadas. En la tabla siguiente, k_{ij} representa la medida de la característica j , efectuada por el arqueólogo sobre la pieza i .

Podemos pensar en otros sistemas de descripción morfológica que no sean medidas de longitud, por ejemplo tipología de las piezas, presencia o ausencia de ciertas características, etc. Se puede por ejemplo sustituir la tabla de datos brutos de las 15 clases de hachas respecto de las 16 características morfológicas, por una tabla formada por relaciones entre medidas que se podrá analizar por ejemplo a través de alguna transformación que codifique las clases del conjunto de hachas bajo una forma de tabla lógica, susceptible de ser analizada por análisis de correspondencias.

Figura 1.4: yacimiento de hachas



NOM.	Z	I	J	K	L	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
01	53	48	6	14	10	10	17	17	24	23	8	3	9	5	6	5
02	69	51	22	21	18	17	23	24	23	27	9	5	10	7	11	4
03	72	58	59	23	22	14	28	24	30	28	15	4	16	5	15	4
04	74	54	21	15	15	16	20	25	25	28	6	6	7	7	5	6
05	69	57	16	19	18	16	23	25	26	30	10	6	8	10	10	8
06	62	54	15	18	16	17	25	25	27	27	6	8	10	8	9	9
07	66	49	25	21	19	26	23	23	22	22	9	4	15	8	15	8
08	61	41	24	19	14	13	20	20	19	19	6	3	8	9	10	8
09	55	44	18	19	13	14	19	21	21	23	7	5	10	7	9	8
0A	54	40	18	11	13	13	18	19	19	21	5	4	6	4	7	5
0B	85	58	18	21	14	13	22	23	29	29	8	2	10	5	10	10
0C	73	51	18	22	13	13	21	23	23	25	10	7	12	7	11	7
0D	63	46	18	24	15	13	23	18	24	22	4	5	11	7	13	8
0E	63	40	21	16	13	15	17	21	19	20	7	3	7	5	8	5
10	58	49	15	19	13	12	21	20	25	25	6	3	8	5	9	7

1.1.4. Tablas de descripción lógica

Definición 1.4 Tablas lógicas:

Toma solo valores binarios, ceros y unos, de manera que $k(i,j) = 1$ significa que el individuo $i \in I$ posee la propiedad $j \in J$, mientras que el valor $k(i,j) = 0$, significa que no la posee.

Definición 1.5 Tablas lógicas disyuntivas completas:

Dados dos conjuntos I y J , el conjunto J lo consideramos dividido en clases Q , de forma que cada individuo $i \in I$ posee en cada clase Q una propiedad $j \in J$ y solo una, es decir:

$$\left[\forall i \in I \quad \forall q \in Q \quad \exists! j \in q \quad / \quad (k(i,j) = 1) \wedge (\forall j' \in q \quad j' \neq j \quad k(i,j') = 0) \right]$$

Definición 1.6 Examen de respuestas a un cuestionario:

Supongamos una tabla original de respuestas brutas K_{IQ} que contiene la siguiente información: “Para todo individuo $i \in I$ y toda cuestión $q \in Q$, el elemento $k(i,q)$ representa el código de la respuesta del individuo i a la cuestión q ”, donde cada cuestión puede tener varias respuestas posibles llamadas modalidades de respuesta. A partir de la tabla K_{IQ} construimos una tabla K_{IJ} disyuntiva completa de la siguiente forma:

A cada modalidad de respuesta posible se atribuye una columna j de la tabla K_{IJ} , de forma que si el individuo i responde la respuesta j de la cuestión q , entonces $k(i,q) = 1$ y para otro $j' \in q$, $k(i,j') = 0$.

Una tabla construida de esta forma en donde todas las respuestas estén definidas, (no haya abstenciones), tiene el margen de la tabla constante e igual al número de cuestiones propuestas.

Q				J			
	q_1	q_2	q_3		q_1	q_2	q_3
.	1	1	3	.	1		1
.	2	1	1	.	1	1	
.	3	2	2	.		1	1
i	2	1	4	i	1	1	
.
.

Definición 1.7 Examen de respuestas a un cuestionario con 2 eventuales respuestas:

Hay casos de cuestionarios muy simples en los que las cuestiones solo admiten como respuesta sí o no, luego para cada cuestión no hay más que 2 posibles actitudes q^+ y q^- , se dice entonces que la tabla K_{IJ} se obtiene por desdoblamiento de la tabla K_{IQ} :

$$J = Q^+ \cup Q^- = \{ \{q^+, q^-\} \mid q \in Q \} \quad \text{donde si} \quad k(i, q^+) = 1 \implies k(i, q^-) = 0$$

Ejemplo 1.6 Estímulos pictóricos.

Este ejemplo está extraído de los trabajos de BERNARD sobre las experiencias de carácter psico-sociológico de estímulos pictóricos. A cada individuo se le pregunta por una serie de reproducciones de cuadros en tarjetas

postales. Cada uno de ellos responde, según su opinión, el nombre del pintor o de la escuela de pintura a la que pertenece el cuadro. En este caso J representa el conjunto de 50 pintores propuestos a la población encuestada, de forma que $k(i,j) = 1$ si el individuo i ha dado el nombre del pintor que ha pintado el cuadro j , en caso contrario $k(i,j) = 0$. En el cuadro se puede observar que el individuo 41 acierta 31 veces.

Figura 1.5: estímulos pictóricos

Numéro	Identifiant	Peintre	Nom du tableau
1	BOTT	BOTTICELLI	LA VIERGE, L'ENFANT JESUS ET ST JEAN-BAPT
2	BRUE	BRUEGHEL	DANSE DE PAYSANS
3	BUFF	BUFFET	VENISE, PIAZZETTA SAN MARCO
4	CEZ1	CEZANNE	BAIGNEUSES
5	CEZ2	CEZANNE	MONTAGNE SAINTE VICTOIRE
6	CHAG	CHAGALL	SAINT JEAN CAP FERRAT
7	CHAR	CHARDIN	LA POURVOYEUSE
8	CORO	COROT	UNE MATINEE, LA DANSE DES NYMPHES
9	COUR	COURBET	LA RENCONTRE
10	CRAN	CRANACH V.	VENUS DANS UN PAYSAGE
11	DEGA	DEGAS	DANSEUSES EN BLEU
12	DELA	DELACROIX	DANTE ET VIRGILE CONDUITS PAR PHEGIAS
13	DURE	DURER	PORTRAIT D'UN JEUNE HOMME
14	FRAG	FRAGONNARD	LA LETTRE
15	GAU1	GAUGIN	LE POULDU, PAYSAGE BRETON
16	GAU2	GAUGIN	LE CHIEN ROUGE
17	GOYA	GOYA	LA MAJA HABILLEE
18	GREC	LE GRECO	SAINT MARTIN ET LE MENDIANT
19	GUAR	GUARDI	VUE DU GRAND CANAL
20	HART	HARTUNG	COMPOSITION
21	INGR	INGRES	LA GRANDE BAIGNEUSE
22	KAND	KANDINSKY	PETITS MONDES I
23	LANC	LANCRET	LA DANSEUSE CARMAGO
24	LATO	LA TOUR	SAINT JOSEPH CHARPENTIER
25	LEGE	LEGER	LE MECANICIEN
26	MANE	MANET	LE DEJEUNER DANS L'ATELIER
27	MARC	MARC	CHEVAUX BLEUS
28	MATH	MATHIEU	LA VICTOIRE DE DENAIN
29	MATI	MATISSE	LISEUSE SUR FOND NOIR
30	MICH	MICHEL ANGE	LE PROPHETE EZECHIEL
31	MON1	MONET	LE DEJEUNER
32	MON2	MONET	LE PONT EUROPE
33	PIC1	PICASSO	LA FEMME BLEUE
35	POLI	POLIAKOFF	HAULE 1956
36	POUS	POUSSIN	L'INSPIRATION DU POETE
37	RAPH	RAPHAEL	LA VIERGE, DITE LA BELLE JARDINIÈRE
38	REMB	REMBRANDT	LE GRAND PORTRAIT DE L'ARTISTE
39	RENI	RENOIR	JEUNE FILLE SE PEIGNANT
40	REN2	RENOIR	LES PARAPLUIES
41	ROUS	ROUSSEAU	PAYSAGE
42	RUBE	RUBENS	LA FUITE DE LOTH
43	SIGN	SIGNAC	LE PORT DE SAINT-TROPEZ
44	TINT	TINTORET	SUZANNE AU BAIN
45	VAN1	VAN GOGH	CAMILLE ROULIN
46	VAN2	VAN GOGH	LA NUIT ETOILEE
47	VASA	VASARELY	BLEU-ROUGE
48	VELA	VELASQUEZ	LA REINE MARIANE D'AUTRICHE
49	VEER	VEERMER	LA LETTRE
50	VINC	VINCI	LA VIERGE, L'ENFANT JESUS ET SAINTE MARIE
51	VLM	VLAMINCK	LES CHAUMIERES

Definición 1.8 Tablas lógicas simples:

Se llaman así porque no se efectúa la operación de desdoblamiento, no son en general de respuestas a un cuestionario sino que suelen consignar la presencia de determinadas características. Se utilizan en Ecología, por ejemplo en el estudio de la planta j en la parcela i , o en Arqueología, en la presencia de un determinado tipo de decoración j en un resto i , y en general en todas las ciencias medioambientales. En estas tablas se considera que la presencia de una característica, aporta más información que su ausencia.

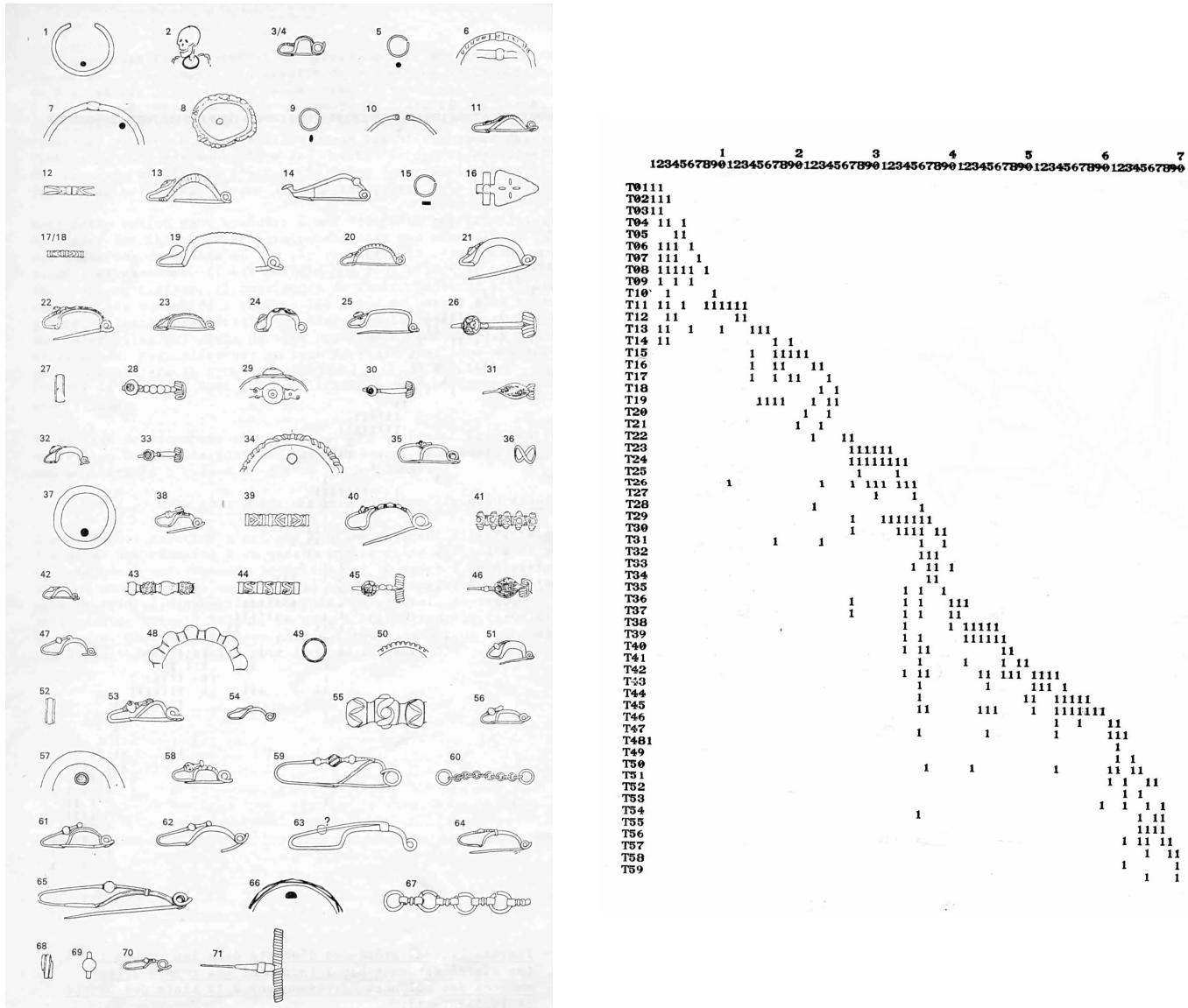
Ejemplo 1.7 Tumbas prehistóricas.

Está basado en un estudio arqueológico de DORAN y HODSON sobre tumbas prehistóricas en un cementerio suizo. En la tabla K_{IJ} , I es el conjunto de tumbas, (en este caso 59) y J representa el conjunto de objetos encontrados en ellas, (70 en este caso). Así $k(i,j) = 1$ significa que la tumba i contiene el objeto j , en caso contrario $k(i,j) = 0$.

Los datos como se pueden observar en la figura, son datos lógicos, si bien lo más probable es que esta tabla no haya sido el resultado directo de la toma de datos efectuada por los arqueólogos. Es de suponer que las tablas estadísticas primarias fueron obtenidas por la enumeración de tipos de objetos, y luego se ha debido

transformar la tabla de contingencia en una tabla lógica. Obsérvese los valores sobre la diagonal principal, en función de la cercanía de tumbas con características comunes.

Figura 1.6: tumbas prehistóricas



Definición 1.9 Escrutinio en forma disyuntiva completa:

El análisis de los escrutinios no es diferente del de las respuestas a un cuestionario, ya que las actitudes de voto corresponden a las respuestas formuladas por el sujeto a un cuestionario. Adaptaremos por lo tanto el mismo tipo de codificación lógica en forma disyuntiva completa. En general se encuentran como actitudes de voto, el sí, el no, la abstención y el rechazo al voto. Reservaremos para cada votación, tantas columnas como actitudes posibles haya para votar.

Ejemplo 1.8 Escrutinio.

Escrutinio realizado en el foro de la ONU por los diferentes países, realizándose 3 votaciones y dándose 4 actitudes posibles para votar: sí, no, abstención y ausencia o rechazo al voto. En la figura se puede observar el desdoblamiento del resultado del escrutinio en forma lógica disyuntiva completa.

Figura 1.7: escrutinio en la ONU

		OUI1	NON1	ABT1	ABS1	OUI2	NON2	ABT2	ABS2	OUI3	NON3	ABT3	ABS3
U.S.	3 3 1	U.S.	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
CANA	3 2 1	CANA	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
CUBA	1 5 3	CUBA	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
HAIT	5 1 1	HAIT	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
DOMI	1 1 1	DOMI	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
JAMA	3 1 1	JAMA	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
TRIN	3 1 1	TRIN	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
BARB	5 1 2	BARB	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
MEXI	3 1 1	MEXI	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
GUAT	3 1 1	GUAT	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
HOND	3 2 1	HOND	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
EL S	3 2 1	EL S	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
NICA	3 2 1	NICA	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
COST	3 1 1	COST	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
PANA	3 1 1	PANA	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
COLU	5 2 1	COLU	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
VENE	3 1 1	VENE	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
GUYA	5 1 1	GUYA	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
EQUA	3 5 2	EQUA	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
PERU	3 1 1	PERU	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
BRAZ	3 2 1	BRAZ	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
BOLI	5 1 1	BOLI	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
PARA	3 2 1	PARA	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
CHIL	3 1 1	CHIL	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
ARGE	3 1 1	ARGE	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
URUG	3 5 1	URUG	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
U.K.	3 3 1	U.K.	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
IREL	3 2 1	IREL	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
NETH	3 3 1	NETH	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
BELG	3 3 1	BELG	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
LUXE	3 3 1	LUXE	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
FRAN	3 2 3	FRAN	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
SPA1	3 2 1	SPA1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
PORT	5 3 2	PORT	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
POLA	1 1 3	POLA	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
AUST	3 2 2	AUST	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
HUNG	1 1 3	HUNG	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
CZEC	1 1 3	CZEC	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
ITAL	3 2 1	ITAL	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
MALT	5 5 1	MALT	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
ALBA	1 5 3	ALBA	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
YUGO	1 1 3	YUGO	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
GREE	3 1 1	GREE	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
CYPR	3 1 1	CYPR	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
BULG	1 1 3	BULG	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
ROMA	1 1 3	ROMA	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
USSR	1 1 3	USSR	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
UKRA	1 1 3	UKRA	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
BYEL	1 1 3	BYEL	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
FINL	2 2 3	FINL	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
SUED	3 2 3	SUED	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
NORW	3 2 3	NORW	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
DENM	3 2 3	DENM	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
ICEL	3 2 1	ICEL	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0

1.1.5. Tablas de notas de intensidad

Definición 1.10 Se suelen llamar tablas de notas de intensidad, de mérito, o de valoración en caso de una encuesta, donde $k(i,j)$ es la nota de intensidad del elemento $i \in I$ en la materia $j \in J$. Una tabla de descripción lógica se puede considerar como una tabla de notas de intensidad particular, donde todas las notas toman los valores 0 o 1. Por analogía con las tablas lógicas, vamos a desdoblar también las tablas de notas de intensidad.

Ejemplo 1.9 Estudio estético.

En 1708 R. de PILES, miembro de la academia francesa de pintura y escultura, publicó un estudio que contiene para 54 pintores, una serie de juicios según cuatro criterios considerados esenciales sobre el plano estético: la composición, el diseño, el color y la expresión. Estas opiniones se materializan en forma de notas atribuidas para cada criterio a cada pintor, notas comprendidas entre 0 y 20, (donde 0 es la nota de censura y 20 la nota de mérito).

En este caso $k(i,j)$ es la nota de mérito atribuida por R. de PILES al pintor i según el criterio j .

Como se puede observar en la figura anterior, hemos desdoblado las notas de intensidad de la siguiente forma: K_{IQ} es la tabla de notas de intensidad, donde la dimensión de Q es el número de notas atribuidas al elemento i y construimos $K_{IJ} = K_{I(Q \cup Q^-)}$ donde K_{IQ^-} se define de forma que se cumpla:

$$k(i,q) + k(i,q^-) = \max(q) \quad \forall q \in Q \quad \forall i \in I$$

Figura 1.8: estudio estético

	ECOLE	COM	DES	COU	EXP	SART	PIOM	UDIN	ROMA	VINC	MICH	PENN	VAGA	PERU	RAPH	VOLT	PARM	PRIM	SALV	TZUC	FZUC	BARO	LJOR	JOSE	CORT	VANI	TEST	BASS	BELL	VERO	GIORG	MURIL	P. VEC	P. GIOV	PORDEN	TINT	TITA	ALBA	CARA	CORE	DOME	TITA	LANF	CARR	DURE	DURE	DURE	HOLBEIN	VAN LEYDEN	POURBUS	DIEPENBECK	JORDAENS	OTHO VENIUS	REMBRANDT	RUBENS	TENIERS	VAN DYCK	BOURDON	LE BRUN	POUSSIN	LE SUEUR	ECOLE	COM+	EXP+	COU+	DES+	COM-	EXP-	COU-	DES-
DEL SARTO	SART A	12	16	9	8	SART	12	16	9	8	8	8	4	11	12	ECOLE	COM+	EXP+	COU+	DES+	COM-	EXP-	COU-	DES-																																														
DEL PIOMBO	PIOM A	8	13	16	7	PIOM	8	13	16	7	12	7	4	13	13	DEL SARTO	12	16	9	8	8	4	11	12																																														
DA UDINE	UDIN A	10	8	16	3	UDIN	10	8	16	3	10	12	4	17	17	DEL PIOMBO	8	13	16	7	12	4	13	13																																														
ROMANO, G	ROMA A	15	16	4	14	ROMA	15	16	4	14	5	4	16	6	6	DA UDINE	10	8	16	3	10	4	13	17																																														
DA VINCI	VINC A	15	16	4	14	VINC	15	16	4	14	5	4	16	6	6	ROMANO, G	15	16	4	14	5	4	16	6																																														
MICHELANGELO	MICH A	8	17	4	8	MICH	8	17	4	8	12	3	16	16	16	DA VINCI	15	16	4	14	5	4	16	6																																														
FR. PENNI	PENN A	0	15	8	0	PENN	0	15	8	0	20	5	12	20	20	MICHELANGELO	8	17	4	8	12	3	16	16																																														
PERINO VACA	VACA A	15	16	7	6	VACA	15	16	7	6	5	4	13	14	14	FR. PENNI	0	15	8	0	20	5	12	20																																														
PERUGINO	PERU A	4	12	10	4	PERU	4	12	10	4	16	8	10	16	16	PERINO VACA	15	16	7	6	5	4	13	14																																														
RAPHAEL	RAPH A	17	18	12	18	RAPH	17	18	12	18	3	2	8	2	2	PERUGINO	4	12	10	4	16	8	10	16																																														
VOLTERRA	VOLT B	12	15	5	8	VOLT	12	15	5	8	8	5	15	12	12	RAPHAEL	17	18	12	18	3	2	8	2																																														
PARMIGIANO	PARM B	10	15	8	0	PARM	10	15	8	0	10	5	6	13	10	VOLTERRA	12	15	5	8	8	5	15	12																																														
PRIMATICCIO	PRIM B	15	14	7	10	PRIM	15	14	7	10	5	6	13	10	10	PARMIGIANO	10	15	8	0	10	5	6	13																																														
FR. SALVIATA	SALV B	13	15	8	8	SALV	13	15	8	8	7	5	12	12	12	PRIMATICCIO	15	14	7	10	5	6	13	10																																														
T. ZUCCARO	TZUC B	13	14	10	9	TZUC	13	14	10	9	7	6	10	11	11	FR. SALVIATA	13	15	8	8	10	7	12	12																																														
F. ZUCCARO	FZUC B	10	13	8	8	FZUC	10	13	8	8	10	7	12	12	12	T. ZUCCARO	13	14	10	9	7	6	10	11																																														
BAROCCI	BARO C	14	15	6	10	BARO	14	15	6	10	6	5	14	19	19	F. ZUCCARO	10	13	8	8	10	7	12	12																																														
L. JORDAENS	LJOR C	13	12	9	6	LJOR	13	12	9	6	7	8	11	14	14	BAROCCI	14	15	6	10	6	5	14	19																																														
JOSEPHIN	JOSE C	10	10	6	2	JOSE	10	6	2	10	10	10	14	18	18	L. JORDAENS	13	12	9	6	7	8	11	14																																														
CORTONA	CORT C	16	14	12	6	CORT	16	14	12	6	4	6	8	14	14	JOSEPHIN	10	10	6	2	10	10	14	18																																														
VAN IUS	VANI C	15	15	12	13	VANI	15	15	12	13	5	5	5	8	7	CORTONA	16	14	12	6	4	6	8	14																																														
TESTA	TEST C	11	15	6	6	TEST	11	15	6	6	9	5	20	14	14	VAN IUS	15	15	12	13	5	5	8	7																																														
BASSANO	BASS D	6	8	17	0	BASS	6	8	17	0	14	12	3	20	20	TESTA	11	15	6	6	9	5	20	14																																														
BELLINI	BELL D	4	6	14	0	BELL	4	6	14	0	16	14	6	20	20	BASSANO	6	8	17	0	14	12	3	20																																														
VERONESE	VERO D	15	10	16	3	VERO	15	10	16	3	15	14	12	5	16	BELLINI	4	6	14	0	16	14	6	20																																														
GIORGIONE	GIOR D	8	9	18	4	GIORG	12	9	14	6	15	14	4	20	20	VERONESE	15	10	16	3	15	14	6	20																																														
MURILLO	MURI D	6	8	15	4	MURIL	6	8	15	4	17	15	14	16	16	GIORGIONE	8	9	18	4	15	14	4	20																																														
P. VECCHIO	VECH D	5	6	16	0	VECH	5	6	16	0	15	14	14	16	16	MURILLO	6	8	15	4	17	15	14	16																																														
P. GIOVANE	GIOV D	12	9	14	6	GIOV	12	9	14	6	17	15	14	16	16	P. VECCHIO	5	6	16	0	15	14	4	20																																														
PORDENONE	PORD D	8	14	17	5	PORDEN	8	14	17	5	17	15	14	16	16	P. GIOVANE	12	9	14	6	17	15	14	16																																														
TINTORETTO	TINT D	15	14	16	4	TINTORETTO	15	14	16	4	13	12	7	8	8	TINTORETTO	15	14	16	4	13	12	7	8																																														
TITAN	TITA D	12	15	18	6	TITAN	12	15	18	6	17	15	12	7	7	TITAN	15	14	16	4	13	12	7	8																																														
ALBANI	ALBA E	14	14	10	6	ALBANI	14	14	10	6	18	16	10	10	10	10	10	ALBANI	12	15	18	6	17	15	12	10																																												
CARRACHI	CARA E	15	17	13	13	CARRACHI	15	17	13	13	10	9	7	7	7	CARRACHI	14	13	10	9	7	7	7	7																																														
CORREGIO	CORE E	13	13	15	12	CORREGIO	13	13	15	12	13	12	5	3	3	CORREGIO	15	17	13	12	10	10	10	14																																														
DOMENICHINO	DOME E	15	17	9	17	DOMENICHINO	15	17	9	17	17	15	12	7	7	DOMENICHINO	17	13	10	9	17	15	12	14																																														
GUERCINO	GUER E	18	10	10	4	GUERCINO	18	10	10	4	17	15	12	7	7	GUERCINO	18	10	10	4	17	15	12	14																																														
IAN FRANCO	LANF E	14	13	10	5	IAN FRANCO	14	13	10	5	18	16	10	10	10	10	10	IAN FRANCO	14	13	10	5	18	16	10	10																																												
CARAVAGGIO	CARR E	6	6	16	0	CARAVAGGIO	6	6	16	0	17	15	12	14	14	CARAVAGGIO	6	6	16	0	17	15	12	14																																														
DUREER	DURE F	8	10	10	8	DUREER	8	10	10	8	12	10	7	12	12	DUREER	8	10	10	8	12	10	7	12																																														
HOLBEIN	HOLBE F	9	10	16	13	HOLBEIN	9	10	16	13	11	10	4	12	12	HOLBEIN	9	10	16	13	11	10	4	12																																														
VAN LEYDEN	LEYD F	8	6	6	4	VAN LEYDEN	8	6	6	4	13	12	5	14	3	VAN LEYDEN	8	6	6	4	13	12	5	3																																														
POURBUS	POUR F	4	15	6	6	POURBUS	8	13	17	17	2	7	3	3	3	POURBUS	4	15	6	6	13	12	5	3																																														
DIEPENBECK	DIEP G	11	10	14	6	DIEPENBECK	4	15	6	6	16	14	14	14	14	DIEPENBECK	11	10	14	6	16	14	14	14																																														
J. JORDAENS	JJOR G	10	8	16	6	J. JORDAENS	10	8	16	6	17	15	13	15	15	J. JORDAENS	10	8	16	6	17	15	13	15																																														
OTHO VENIUS	VENI G	13	14	10	10	OTHO VENIUS	13	14	10	10	10	7	6	10	10	10	OTHO VENIUS	13	14	10	10	7	6	10	10																																													
REMBRANDT	REMB G	15	6	17	12	REMBRANDT	15	6	17	12	12	10	5	14	3	REMBRANDT	15	6	17	12	10	5	14	3																																														
RUBENS	RUBE G	18	13	17	17	RUBENS	18	13	17	17	17	15	12	10	8	8	RUBENS	18	13	17	17	15	12	10	8																																													
TENIERS	TENI G	15	12	13	6	TENIERS	15	12	13	6	13	12	10	8	8	TENIERS	15	12	13	6	13	12	10	8																																														
VAN DYCK	DYCK G	15	10	17	13	VAN DYCK	15	10	17	13	13	12	10	8	7	VAN DYCK	15	10	17	13	12	10	8	7																																														
BOURDON	BOUR H	10	8	8	4	BOURDON	10	8	8	4	10	8	12	12	12	BOURDON	10	8	8	4	10	8	12	12																																														
LE BRUN	BRUN H	16	16	8	16	LE BRUN	16	16	8	16	16	16	4	12	4	LE BRUN	16	16	8	16	16	4	12	4																																														
POUSSIN	POUS H	15	17	6	15	POUSSIN	15	17	6	15	15	15	3	14	5	POUSSIN	15	17	6	15	15	3	14	5																																														
LE SUEUR	SUEU H	15	15	4	15	LE SUEUR	15	15	4	15	5	5	5	5	5	LE SUEUR	15	15	4	15	5	5	5	5																																														

donde $\max(q)$ es la nota máxima atribuida para la cualidad q . En el caso de datos lógicos se definía una tabla K_{IQ^-} de la forma: $k(i, q) + k(i, q^-) = 1$. Podemos considerar una tabla de notas de intensidad como una tabla de medidas cuyos extremos son fijos, (en el ejemplo 0 y 20), y a partir de dicha tabla se puede efectuar una partición en clases, pudiendo dar lugar así a una tabla lógica disyuntiva completa.

Por ejemplo podemos constituir cuatro clases en cada criterio de la forma siguiente:

q_1	$[0, 5]$	$[COM1, DES1, COU1, EXP1]$
q_2	$[6, 10]$	$[COM2, DES2, COU2, EXP2]$
q_3	$[11, 15]$	$[COM3, DES3, COU3, EXP3]$
q_4	$[16, 20]$	$[COM4, DES4, COU4, EXP4]$

La nueva tabla de datos K_{IJ} se compone de 16 columnas, 4 por criterio como se puede observar en la figura adjunta, donde

Figura 1.9: partición estudio estético

	COM1	COM2	COM3	COM4	DES1	DES2	DES3	DES4	COU1	COU2	COU3	COU4	EXP1	EXP2	EXP3	EXP4
ALBA	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
DURE	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
SART	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
BARO	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
BASS	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
P1OM	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
BELL	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
BOUR	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
BRUN	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
VERO	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
CARA	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
CORE	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
VOLT	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
DIEP	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
DOME	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
G1OR	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
GUER	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
HOLB	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
UDIN	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
JJOR	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
LJOR	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
JOSE	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
ROMA	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
LANF	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
VINC	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
LEYD	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
MICH	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
CARR	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
MURI	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
VENI	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
VECH	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
GIOV	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
PARM	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
PENN	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
VAGA	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
CORT	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
PERU	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
PORD	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
POUR	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
POUS	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
PRIM	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
RAPH	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
REMB	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
RUBE	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
SALV	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
SEUR	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
TENI	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
TEST	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
TINT	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
TITA	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
DVCK	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
VAN1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
TZUC	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
FZUC	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0

Hemos realizado el siguiente proceso:

$$TDL \Rightarrow TNI \Rightarrow TM \Rightarrow TDC$$

Es decir hemos pasado de las tablas de descripción lógica a las tablas de notas de intensidad, hemos convertido las tablas de notas de intensidad en tablas de medida y por último las tablas de medida las hemos convertido en tablas lógicas disyuntivas completas, lo que nos permite establecer conexiones entre todas ellas.

Ejemplo 1.10 Valoración de una encuesta.

Mostramos en este ejemplo, otro de los elementos que más se utilizan dentro de las tablas de notas de intensidad, como son las encuestas de valoración, donde cada individuo contesta una serie de cuestiones otorgando una puntuación entre varios valores. En este caso utilizamos como ejemplo, la última encuesta de opinión del alumnado sobre la actuación docente del profesorado realizada en la Universidad de Granada, que consta de 37 preguntas con una valoración cada una de ellas entre 0 y 5.

El tratamiento que tendría sería muy similar al ejemplo anterior, aunque aquí podríamos tener 2 supuestos:

- Un alumno rellena 8 cuestionarios sobre 8 profesores con 37 preguntas cada uno de ellos, con valoraciones de 1 a 5. Si realizáramos una partición de la valoración de cada pregunta, por ejemplo de [1, 3] y [4, 5], se podría formar una tabla lógica disyuntiva completa con 37 filas y 16 columnas.

- *Ocho alumnos rellenan un cuestionario sobre un profesor con 37 preguntas con una valoración de uno a cinco por pregunta. Efectuando el mismo desdoble se llegaría también a una tabla lógica disyuntiva completa de la misma dimensión que la anterior.*

Figura 1.10: encuesta de opinión del alumnado

CUESTIONARIO DE OPINIÓN DEL ALUMNADO SOBRE LA ACTUACIÓN DOCENTE DEL PROFESORADO

Universidad de Granada
Vicerrectorado de
Planes de Estudios, Calidad y
Evaluación Docente

Nombre del profesor/a: _____

MARCA CORRECTAMENTE

Bien Mal Mal Mal Mal Mal

Si estás "completamente" de acuerdo con que las afirmaciones describen el comportamiento del profesor/a marca la casilla "5". Si estás "completamente" en desacuerdo, marca la casilla "1". Utiliza los puntos medios de la escala (2, 3 y 4) para graduar tu respuesta. Si el enunciado "no procede" o no tienes información para responder marca la alternativa "NS/NC". Procura responder a todas las preguntas.

Preguntas y Respuestas

	1	2	3	4	5	NS/NC
1. El profesor difunde el programa de la asignatura al comienzo del curso	█	█	█	█	█	█
2. El profesor informa de los objetivos del programa de la asignatura	█	█	█	█	█	█
3. El profesor informa sobre la relación entre los temas del programa de la asignatura	█	█	█	█	█	█
4. El programa contiene información bibliográfica útil para el aprendizaje de cada tema	█	█	█	█	█	█
5. El profesor explica los contenidos de la asignatura con seguridad	█	█	█	█	█	█
6. Empieza la clase recordando el contenido de la clase anterior	█	█	█	█	█	█
7. Presenta esquemas (gráficos, diagramas, etc.) de los contenidos	█	█	█	█	█	█
8. Inicia la clase exponiendo el objetivo de la misma	█	█	█	█	█	█
9. Explica con claridad facilitando en su caso la toma de notas	█	█	█	█	█	█
10. Ajusta la dificultad de las clases a los niveles de conocimientos de los alumnos	█	█	█	█	█	█
11. Destaca los contenidos fundamentales de cada tema	█	█	█	█	█	█
12. Pregunta durante el desarrollo de las clases para averiguar si los alumnos tienen dificultades	█	█	█	█	█	█
13. Resume los contenidos presentados al terminar la clase	█	█	█	█	█	█
14. Cuando asistes a las tutorías el profesor te atiende	█	█	█	█	█	█
15. El profesor comienza las clases a la hora fijada en el horario	█	█	█	█	█	█
16. Cuando el profesor falta a clase da las razones de su ausencia	█	█	█	█	█	█
17. Imparte clases los días establecidos	█	█	█	█	█	█
18. Cuando el profesor falta a clase la recupera otro día	█	█	█	█	█	█
19. Hace interesantes las clases	█	█	█	█	█	█
20. Motiva a los alumnos para que se interesen por la asignatura	█	█	█	█	█	█
21. Favorece el trabajo en grupo	█	█	█	█	█	█
22. Propone ejemplos o situaciones prácticas en las que se utilizan los contenidos	█	█	█	█	█	█
23. Propone actividades para favorecer el aprendizaje autónomo (búsqueda de información complementaria, trabajos, investigaciones, etc.)	█	█	█	█	█	█
24. Favorece que los alumnos desarrollen una actitud reflexiva	█	█	█	█	█	█
25. Utiliza recursos didácticos (transparencias, pizarra, medios audiovisuales, informáticos, etc.) que ayudan a comprender los contenidos	█	█	█	█	█	█
26. Utiliza un lenguaje claro e inteligible	█	█	█	█	█	█
27. Informa del sistema de evaluación al inicio de la asignatura	█	█	█	█	█	█
28. Explica los criterios de evaluación	█	█	█	█	█	█
29. Utiliza diferentes procedimientos para evaluar el aprendizaje de los alumnos	█	█	█	█	█	█
30. Toma en consideración las propuestas de los alumnos sobre el desarrollo de la asignatura	█	█	█	█	█	█
31. Trata a los alumnos de la misma manera	█	█	█	█	█	█
32. Es respetuoso en el trato con los alumnos	█	█	█	█	█	█
33. Responde con interés a las intervenciones de los alumnos	█	█	█	█	█	█
Responde a las preguntas 34 a 37 sólo si el profesor también imparte las prácticas	█	█	█	█	█	█
34. El profesor difunde el programa de prácticas al comienzo de las clases	█	█	█	█	█	█
35. Las actividades prácticas facilitan el aprendizaje de los contenidos teóricos	█	█	█	█	█	█
36. Dedica a las prácticas el tiempo establecido en el programa	█	█	█	█	█	█
37. Las actividades prácticas responden a los objetivos educativos de la asignatura	█	█	█	█	█	█

Datos Personales

Para poder interpretar los resultados, necesitamos que respondas a las siguientes preguntas:

1. Sexo Hombre Mujer

2. ¿En qué convocatoria te encuentras? 1^º 2^º 3^º 4^º 5^º 6^º

3. ¿Cuál es tu nivel de asistencia en esta asignatura?

Menos del 20% Entre el 20% y 40% Entre el 40% y 60% Entre el 60% y 80% Más del 80%

4. Si tu nivel de asistencia no es alto, señala cuál de las siguientes razones lo justifican:

Incompatibilidad horaria con otras asignaturas Actividades laborales Obligaciones familiares Otros

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

1.1.6. Tablas de rangos o preferencias

Definición 1.11 Con frecuencia nos encontramos con cierta clase de experiencias, como en la psicología en las que las tablas son del siguiente tipo: tenemos un conjunto J de objetos y un conjunto I de sujetos, a los sujetos del conjunto I se les propone ordenar por preferencias los objetos del conjunto J . La tabla J_{IJ} contiene la siguiente información, $k(i,j)$ representa el rango asociado por el individuo i al objeto j , en el orden decreciente de sus preferencias, (1 el mejor clasificado y $\text{card}(J)$ el peor clasificado). Por analogía con

las tablas de notas vamos a desdoblartabla de la siguiente forma:

$$k(i, j^-) = \text{card}(J + 1) - k(i, j)$$

También se pueden incluir en este grupo las tablas donde se realiza cualquier tipo de clasificación, como por ejemplo la clasificación según la calidad de vida de las provincias de España.

Ejemplo 1.11 Gusto pictórico.

Este ejemplo está extraído de los trabajos de Y. BERNARD sobre el gusto pictórico. A cada sujeto se le formulan 2 cuestiones sobre cada uno de los 50 cuadros del ejemplo 5.

- Ordenar para cada cuadro las siguientes 5 cualidades por orden de preferencia: tema, color, composición, diseño y nombre del pintor.
- Clasificar por orden de preferencia las siguientes 9 cuestiones referentes a los cuadros: paisaje, naturalezas muertas, retratos, escenas de la vida cotidiana, temas religiosos, alegorías, temas marinos, flores y temas abstractos.

Se obtiene así en la primera fila de la figura siguiente, por ejemplo que 35241 significa que el tema lo considera en 3º lugar, el color en 5º, la composición en 2º, el diseño en 4º y el nombre en 1º lugar.

Análogamente la secuencia 184376529, significa que ese sujeto elige el paisaje en 1º lugar, naturalezas muertas en 8º, retratos en 4º, escenas de la vida cotidiana en 3º, temas religiosos en 7º, alegorías en 6º, temas marinos en 5º, flores en 2º y temas abstractos en 9º. Por supuesto sus preferencias negativas serían 926734581.

Figura 1.11: gusto pictórico

IDENTIFICATEURS	PREFERENCE + (1er GROUPE)		PREFERENCE - (1er GROUPE)		PREFERENCE + (2nd GROUPE)		PREFERENCE - (2nd GROUPE)	
1057	35241	31425	184376529		926734581			
1063	21345	45321	142987536		968123574			
1066	52134	14532	173598246		937512864			
1076	31425	35241	452317869		658793241			
1079	31245	35421	281376459		829734651			
1080	15342	51324	372465198		738645912			
1081	23145	43521	316798425		794312685			
1086	32451	34215	231687459		879423651			
1091	41235	25431	316789245		794321865			
1095	42135	24531	632145978		478965132			
1097	41235	25431	382195476		728915634			
1099	12435	54231	165478239		945632871			
1100	21435	45231	241385769		869725341			
1106	31524	35142	142387569		968723541			
1109	12435	54231	451278369		659832741			
1110	32145	34521	173268459		937842651			
1113	12435	54231	142578369		968532741			
1117	12345	54321	243598167		867512943			
1118	12345	54321	251378649		859732461			
1121	31425	35241	15426389		956843721			

Ejemplo 1.12 Calidad de vida en las capitales españolas.

La tabla que se muestra a continuación estudia para cada una de las 52 capitales de provincia españolas, las

15 variables siguientes: renta per cápita, número de camas hospitalarias, días de lluvia, días de sol, índice de paro, limpieza viaria, precio de la vivienda, número de bibliotecas, número de líneas telefónicas, producto interior bruto, consumo eléctrico, número de delitos, número de suicidios, censo de viviendas secundarias y plazas de preescolar. Proporciona para cada variable una clasificación de las 52 provincias, desde el 1 al 52, de mejor a peor posición.

A diferencia del ejemplo anterior, podríamos considerar que esta tabla es una tabla de rangos o de orden por columnas.

Figura 1.12: calidad de vida

Clasificación provincial del 1 al 52 según varios conceptos	Renta per cápita	Camas hospitalarias	Días de lluvia	Días de sol	Índice de paro	Limpieza viaria	Precio de la vivienda	Bibliotecas	Telefonos	Producto interior bruto	Consumo eléctrico	Delitos	Suicidios	Viviendas secundarias	Plazas de preescolar
Albacete	39	43	44	14	14	17	44	22	40	41	34	28	14	35	9
Alicante	19	42	47	12	23	41	46	35	8	23	5	28	15	1	25
Almería	44	47	51	2	27	49	38	34	41	45	42	16	19	3	26
Ávila	30	3	20	24	28	31	30	11	16	39	20	42	25	11	22
Badajoz	49	28	34	16	10	46	47	9	47	52	49	41	43	19	11
Barcelona	4	11	32	42	22	22	2	48	4	6	9	38	51	39	6
Bilbao	16	33	3	51	18	39	4	40	20	13	15	30	17	50	14
Burgos	13	12	10	40	38	3	6	28	17	11	22	11	9	33	35
Cáceres	45	24	26	11	11	21	31	2	44	35	50	36	37	9	16
Cádiz	51	34	48	5	1	44	16	51	50	48	46	5	12	29	33
Castellón	21	49	37	21	46	12	48	20	9	14	13	21	6	4	18
Ceuta	23	31	46	25	5	-	-	17	-	28	51	2	31	52	40
Ciudad Real	42	45	33	31	31	33	45	15	42	36	38	35	38	21	13
Córdoba	50	48	41	13	3	24	22	42	46	49	32	44	46	26	46
Cuenca	38	52	29	30	41	32	23	8	35	44	44	18	8	6	20
Girona	2	16	21	41	50	5	33	26	1	2	1	13	16	43	1
Granada	52	39	39	8	7	34	28	33	43	51	45	27	49	12	29
Guadalajara	29	2	27	38	45	30	15	6	3	8	6	25	7	31	21
Huelva	47	41	43	6	4	36	43	36	48	46	36	10	48	48	31
Huesca	17	27	31	29	49	10	49	4	13	20	7	17	3	13	32
Jaén	48	51	40	4	2	45	40	37	49	50	47	43	13	14	27
La Coruña	33	25	7	46	32	8	12	27	31	29	33	20	30	41	41
Las Palmas	32	7	52	15	20	42	34	46	33	19	27	7	27	37	38
León	37	23	15	23	33	7	19	43	27	37	29	34	18	44	36
Logroño	7	38	17	39	43	11	20	44	18	12	11	52	24	15	45
Lugo	41	37	4	48	42	50	38	24	37	47	48	46	4	18	50
Lleida	9	36	16	36	52	29	37	7	14	10	4	33	28	16	3
Madrid	6	15	30	19	29	37	3	38	5	3	8	9	41	46	30
Málaga	43	29	49	10	9	47	41	47	36	40	19	3	50	32	47
Mejilla	10	17	42	33	8	-	-	10	-	21	52	1	21	51	34
Murcia	40	35	38	1	16	28	35	45	38	34	30	24	39	27	12
Orense	25	26	8	45	36	35	32	29	28	38	41	50	22	8	52
Oviedo	27	22	5	49	24	2	7	39	21	30	37	15	5	30	51
Palencia	31	13	25	28	21	14	21	14	32	25	31	8	26	22	23
Palma	1	18	22	22	47	18	29	13	2	1	2	6	11	17	28
Pamplona	5	10	11	43	48	4	10	19	22	7	16	37	40	42	8
Pontevedra	26	30	9	44	25	48	18	49	39	31	40	26	34	34	15
Salamanca	34	20	18	34	15	25	9	12	29	32	39	45	29	7	39
San Sebastián	14	9	2	50	30	9	1	16	12	16	23	14	47	25	4
Santa Cruz	24	4	50	7	19	15	17	32	34	18	43	49	44	49	42
Santander	28	8	1	52	17	16	8	50	26	26	35	40	45	23	44
Segovia	18	21	13	37	44	26	14	21	7	24	10	23	36	24	5
Sevilla	46	40	45	3	6	27	26	52	45	42	21	32	35	45	49
Soria	20	19	12	20	51	6	25	5	15	27	28	12	2	2	19
Tarragona	8	1	23	35	39	13	24	23	6	4	3	47	1	28	2
Teruel	12	14	19	18	40	43	50	1	23	22	26	51	20	5	24
Toledo	36	46	36	9	35	40	42	18	24	33	14	48	23	38	10
Valencia	15	44	35	26	12	19	27	31	19	15	17	22	52	20	17
Valladolid	22	32	14	32	13	23	11	30	25	17	18	31	42	36	37
Vitoria	3	5	6	47	34	1	5	3	11	5	25	4	32	47	7
Zamora	35	50	24	27	26	38	36	41	30	43	24	38	10	10	48
Zaragoza	11	6	28	17	37	20	13	25	10	9	12	19	33	40	43

1.1.7. Tablas de BURT

Definición 1.12 Consideremos una tabla lógica disyuntiva completa, se define la tabla de BURT como la tabla de contingencia construida a partir de la anterior, de la forma siguiente:

$$k(j, j') = \text{card} \{i \in I ; k(i, j) = k(i, j') = 1\} = k(i, j)$$

es decir que $k(j, j')$ representa el número de individuos $i \in I$ que poseen simultáneamente las propiedades j y j' . Es una tabla simétrica por lo que solo hay que construir la tabla triangular superior o inferior.

Una tabla construida de esa forma se llama tabla de BURT o tabla de contingencia generalizada, ya que está constituida a su vez por tablas de contingencia entre las diferentes modalidades de respuestas a las cuestiones $q \in Q$, además se verifica que el total de cada subtabla es igual al total de individuos que realizan la experiencia, se cumple también que cada fila en cada subtabla suma lo mismo y cada columna en cada subtabla también.

Estas tablas pueden ser analizadas de forma directa, aunque BENZECRI demostró el siguiente resultado: El análisis de correspondencias sobre una tabla lógica disyuntiva completa, es totalmente equivalente al análisis de correspondencias de su tabla de Burt. Este resultado no es extensible a las técnicas de clasificación automática, como el análisis Cluster. En concreto si utilizamos el paquete estadístico BMDP, se puede comprobar que el análisis de correspondencias simple sobre una tabla lógica disyuntiva completa, tiene los mismos autovalores y las mismas coordenadas que si ejecutamos un análisis de correspondencias múltiple sobre la tabla individuos variable, mientras que si ejecutamos un análisis de correspondencias simple sobre la tabla de Burt, obtenemos los cuadrados de los autovalores anteriores y las coordenadas normalizadas, es decir multiplicadas por la raíz cuadrada del autovalor correspondiente. Las representaciones gráficas de las variables, salen igual en los tres métodos y las de los individuos, salen igual en los dos primeros métodos, en el análisis de la tabla de Burt no, ya que una misma tabla de Burt puede dar lugar a grupos de respuesta diferentes.

Ejemplo 1.13 Tabla de Burt asociada al estudio estético.

Las subtablas contenidas en la diagonal de la tabla de BURT, cruzan cada variable consigo misma y no contienen más que ceros, salvo en su diagonal principal que contienen los efectivos totales de las modalidades. Así 5, 16, 28 y 5 son las sumas de las columnas COM1, COM2, COM3 y COM4. Los valores 0, 11, 17 y 2 son las coincidencias de las modalidades de diseño y composición, es decir

$$DES1 \cap COM1 = 0 \quad DES2 \cap COM2 = 11 \quad DES3 \cap COM3 = 17 \quad DES4 \cap COM4 = 2$$

Figura 1.13: tabla de Burt

COM1	COM2	COM3	COM4	DES1	DES2	DES3	DES4	COU1	COU2	COU3	COU4	EXP1	EXP2	EXP3	EXP4
5	0	0	0	0	2	3	0	0	3	1	1	4	1	0	0
0	16	0	0	0	11	4	1	2	5	1	8	10	5	1	0
0	0	28	0	0	5	17	6	5	14	4	5	3	15	9	1
0	0	0	5	0	1	2	2	0	2	2	1	1	1	0	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	11	5	1	0	19	0	0	1	5	3	10	12	4	3	0
3	4	17	2	0	0	26	0	3	15	3	5	6	16	3	1
0	1	6	2	0	0	0	9	3	4	2	0	0	2	4	2
0	2	5	0	0	1	3	3	7	0	0	0	1	3	3	0
3	5	14	2	0	5	15	4	0	24	0	0	7	13	2	2
1	1	4	2	0	3	3	2	0	0	8	0	2	3	2	1
1	8	5	1	0	10	5	0	0	0	0	0	15	8	3	1
4	10	3	1	0	12	6	0	1	7	2	8	18	0	0	0
1	5	15	1	0	4	16	2	3	13	3	3	0	22	0	0
0	1	9	0	0	3	3	4	3	2	2	3	0	0	10	0
0	0	1	3	0	0	1	3	0	2	1	1	0	0	0	4

Ejemplo 1.14 Tabla de Burt de respuestas a un cuestionario-1.

Consideremos las respuestas a un cuestionario realizado por 10 individuos, con tres preguntas, cada una de ellas con 3, 2 y 3 modalidades de respuesta respectivamente.

i	A	B	C
1	2	1	2
2	3	2	1
3	1	2	3
4	2	2	2
5	1	1	1
6	2	1	1
7	3	2	2
8	2	1	3
9	1	1	2
10	3	2	1

Realizar las siguientes transformaciones:

- Pasar de las respuestas al cuestionario, a una tabla lógica disyuntiva completa y a partir de esa tabla construir la tabla de BURT.
- Realizar el proceso inverso, partimos de la tabla de BURT y debemos llegar a las respuestas al cuestionario.

Solución

• directo

A	B	C	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	C_1	C_2	C_3
2	1	2	0	1	0	1	0	0	1	0
3	2	1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	2	3	1	0	0	0	1	0	0	1
2	2	2	0	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
2	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0
3	2	2	0	0	1	0	1	0	1	0
2	1	3	0	1	0	1	0	0	0	1
1	1	2	1	0	0	1	0	0	1	0
3	2	1	0	0	1	0	1	1	0	0

→ →

	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	C_1	C_2	C_3
A_1	3	0	0	2	1	1	1	1
A_2	0	4	0	3	1	1	2	1
A_3	0	0	3	0	3	2	1	0
B_1	2	3	0	5	0	2	2	1
B_2	1	1	3	0	5	2	2	1
C_1	1	1	2	2	2	4	0	0
C_2	1	2	1	2	2	0	4	0
C_3	1	1	0	1	1	0	0	2

• inverso

ind	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	C_1	C_2	C_3
1	1			1		1		
2	1			1			1	
3	1				1			1
4		1		1		1		
5		1		1			1	
6		1		1			1	
7		1			1			1
8			1	1	1			
9			1	1	1			
10			1	1		1		

→ →

<i>Coincidencias</i>	$A \rightarrow B$ (si)	$A \rightarrow C$ (si)	$B \rightarrow C$ (no)
B_1	2	3 2	0 1
B_2	2	1 2	2 1

$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} B_1C_2 \xrightarrow{1} B_1C_3 \\ B_2C_3 \xrightarrow{1} B_2C_2 \end{array} \right\}$

Esto se puede realizar de 4 formas distintas: $B_1C_2 \rightarrow (2 - 5) \quad B_2C_3 \rightarrow (3 - 7)$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1C_2(n^o 2) \xrightarrow{1} B_1C_3 \\ B_2C_3(n^o 3) \xrightarrow{1} B_2C_2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} B_1C_2(n^o 2) \xrightarrow{1} B_1C_3 \\ B_2C_3(n^o 7) \xrightarrow{1} B_2C_2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} B_1C_2(n^o 5) \xrightarrow{1} B_1C_3 \\ B_2C_3(n^o 7) \xrightarrow{1} B_2C_2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} B_1C_2(n^o 5) \xrightarrow{1} B_1C_3 \\ B_2C_3(n^o 3) \xrightarrow{1} B_2C_2 \end{array} \right.$$

a)

ind	A ₁	A ₂	A ₃	B ₁	B ₂	C ₁	C ₂	C ₃		C ₁	C ₂	C ₃
1	1			1		1				1		
2	1			1			1		→			1
3	1				1			1	→		1	
4		1		1		1				1		
5		1		1			1				1	
6		1		1			1				1	
7		1			1			1				1
8			1		1	1				1		
9			1		1	1				1		
10			1		1		1				1	

A	B	C
1	1	1
1	1	3
1	2	2
2	1	1
2	1	2
2	1	2
2	2	3
3	2	1
3	2	1
3	2	2

⇒

b)

ind	A ₁	A ₂	A ₃	B ₁	B ₂	C ₁	C ₂	C ₃		C ₁	C ₂	C ₃
1	1			1		1				1		
2	1			1			1		→			1
3	1				1			1	→		1	≠
4		1		1		1				1		
5		1		1			1				1	
6		1		1			1				1	
7		1			1			1	→		≠	1
8			1		1	1				1		
9			1		1	1				1		
10			1		1		1				1	

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1C_2(n^o 2) \xrightarrow{1} B_1C_3 \\ B_2C_3(n^o 3) \xrightarrow{1} B_2C_2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_1C_2(n^o 2) \xrightarrow{1} A_1C_3 \\ A_2C_3(n^o 3) \xrightarrow{1} A_2C_2 \end{array} \right. \xrightarrow{1} A_1C_3 \xrightarrow{1} A_1C_2 \quad n^o(2, 3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \quad C_2 \quad C_3 \\ \hline A_1 & 1||1 & 0||1 & 2||1 \\ A_2 & 1||1 & 3||2 & 0||1 \\ A_3 & 2||2 & 1||1 & 0||0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_1C_3(n^o 2) \xrightarrow{1} A_1C_2 \xrightarrow{1} A_1C_3 \\ A_2C_3(n^o 3) \xrightarrow{1} A_2C_2 \xrightarrow{1} A_2C_3 \end{array} \right. \xrightarrow{1} A_2C_2 \xrightarrow{1} A_2C_3 \quad n^o(5, 7)$$

$$A_1C_3 \xrightarrow{1} A_1C_2 \quad n^o(2, 3)$$

$$A_2C_2 \xrightarrow{1} A_2C_3 \quad n^o(5, 7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1C_3(n^o 3) \xrightarrow{1} A_1C_2 \xrightarrow{1} B_2C_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{A_2C_2(n^o 5) \xrightarrow{1} A_2C_3 \xrightarrow{1} B_1C_2 \xrightarrow{1} B_1C_3}_{\text{ }} \\ \underbrace{A_2C_2(n^o 7) \xrightarrow{1} A_2C_3 \xrightarrow{1} B_2C_2 \xrightarrow{1} B_2C_3}_{\text{ }} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1C_3(n^o 2) \xrightarrow{1} A_1C_2 \xrightarrow{1} B_1C_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{A_2C_2(n^o 5) \xrightarrow{1} A_2C_3 \xrightarrow{1} B_1C_2 \xrightarrow{1} B_1C_3}_{\text{ }} \\ \underbrace{A_2C_2(n^o 7) \xrightarrow{1} A_2C_3 \xrightarrow{1} B_2C_2 \xrightarrow{1} B_2C_3}_{\text{ }} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Se obtiene la misma solución que en el caso a).

c)

ind	A ₁	A ₂	A ₃	B ₁	B ₂	C ₁	C ₂	C ₃		C ₁	C ₂	C ₃
1	1			1		1				1		
2	1			1			1				1	
3	1				1			1				1
4		1		1		1				1		
5		1		1			1		→			1
6		1		1			1				1	
7		1			1			1	→		1	
8			1		1	1				1		
9			1		1	1				1		
10			1		1		1				1	

A	B	C
1	1	1
1	1	2
1	2	3
2	1	1
2	1	3
2	1	2
2	2	2
3	2	1
3	2	1
3	2	2

d)

ind	A ₁	A ₂	A ₃	B ₁	B ₂	C ₁	C ₂	C ₃		C ₁	C ₂	C ₃
1	1			1		1				1		
2	1			1			1				1	
3	1				1			1	→		1	1
4		1		1		1				1		
5		1		1			1		→			1
6		1		1			1				1	
7		1			1			1	→		1	1
8			1		1	1				1		
9			1		1	1				1		
10			1		1		1				1	

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1C_2(n^o 5) \xrightarrow{1} B_1C_3 \implies A_2C_2 \xrightarrow{1} A_2C_3 \\ B_2C_3(n^o 3) \xrightarrow{1} B_2C_2 \implies A_1C_3 \xrightarrow{1} A_1C_2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{c|ccc} & C_1 & C_2 & C_3 \\ \hline A_1 & 1||1 & 2||1 & 0||1 \\ A_2 & 1||1 & 1||2 & 2||1 \\ A_3 & 2 & 1 & 0 \end{array} \implies$$

$$\begin{array}{ll} A_1C_2 \xrightarrow{1} A_1C_3 & n^o(2, 3) \\ A_2C_3 \xrightarrow{1} A_2C_2 & n^o(5, 7) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1C_2(n^o 2) \xrightarrow{1} A_1C_3 \implies \mathbf{B_1C_2} \xrightarrow{1} B_1C_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} A_2C_3(n^o 5) \xrightarrow{1} A_2C_2 \implies B_1C_3 \xrightarrow{1} \mathbf{B_1C_2} \\ \underbrace{\left[A_2C_3(n^o 7) \xrightarrow{1} A_2C_2 \implies B_2C_3 \xrightarrow{1} B_2C_2 \right]}_{\text{Se obtiene la misma solución que en el caso c).}} \end{array} \right. \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} A_1C_2(n^o 3) \xrightarrow{1} A_1C_3 \implies \mathbf{B_2C_2} \xrightarrow{1} B_2C_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{\left[A_2C_3(n^o 5) \xrightarrow{1} A_2C_2 \implies B_1C_3 \xrightarrow{1} B_1C_2 \right]}_{\text{De los resultados de un cuestionario se genera una única tabla de Burt, pero de una tabla de Burt, se pueden obtener distintos resultados de un mismo cuestionario".}} \\ A_2C_3(n^o 7) \xrightarrow{1} A_2C_2 \implies B_2C_3 \xrightarrow{1} \mathbf{B_2C_2} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Se obtiene la misma solución que en el caso c).

Por último se comprueba fácilmente que ambos resultados del cuestionario a) y c), dan lugar a la misma tabla de Burt. Lo que nos permite enunciar la siguiente propiedad:

“De los resultados de un cuestionario se genera una única tabla de Burt, pero de una tabla de Burt, se pueden obtener distintos resultados de un mismo cuestionario”.

Ejemplo 1.15 Tabla de Burt de respuestas a un cuestionario-2.

Consideremos las respuestas a un cuestionario realizado por 8 individuos, con tres preguntas, cada una de ellas con 3 modalidades de respuesta.

i	A	B	C
1	1	2	2
2	1	3	2
3	1	2	3
4	2	2	1
5	2	1	3
6	3	3	1
7	3	2	2
8	3	1	3

Realizar las siguientes transformaciones:

- Pasar de las respuestas al cuestionario, a una tabla lógica disyuntiva completa y a partir de esa tabla construir la tabla de BURT.
- Realizar el proceso inverso, partimos de la tabla de BURT y debemos llegar a las respuestas al cuestionario.

Ejemplo 1.16 Tabla de Burt de respuestas a un cuestionario-3.

Consideremos las respuestas a un cuestionario realizado por 8 individuos, con tres preguntas, cada una de ellas con 3 modalidades de respuesta.

i	A	B	C
1	1	1	2
2	3	1	2
3	1	2	3
4	2	1	3
5	1	3	1
6	3	1	1
7	2	1	1
8	2	2	3

Realizar las siguientes transformaciones:

- Pasar de las respuestas al cuestionario, a una tabla lógica disyuntiva completa y a partir de esa tabla construir la tabla de BURT.
- Realizar el proceso inverso, partir de la tabla de BURT y llegar a las respuestas al cuestionario.

Ejemplo 1.17 Ejercicios propuestos: Partiendo de las siguientes tablas de Burt llegar a las respuestas de sus respectivos cuestionarios.

	A_1	A_2	B_1	B_2	B_3	C_1	C_2
A_1	3	0	2	0	1	1	2
A_2	0	2	0	1	1	1	1
B_1	2	0	2	0	0	1	1
B_2	0	1	0	1	0	1	0
B_3	1	1	0	0	2	0	2
C_1	1	1	1	1	0	2	0
C_2	2	1	1	0	2	0	3

	A_1	A_2	B_1	B_2	B_3	C_1	C_2
A_1	2	0	0	1	1	2	0
A_2	0	4	2	1	1	2	2
B_1	0	2	2	0	0	1	1
B_2	1	1	0	2	0	1	1
B_3	1	1	0	0	2	2	0
C_1	2	2	1	1	2	4	0
C_2	0	2	1	1	0	0	2

	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	C_1	C_2	C_3
A_1	4	0	0	1	0	3	1	2	1
A_2	0	2	0	0	1	1	1	0	1
A_3	0	0	4	2	2	0	0	2	2
B_1	1	0	2	3	0	0	1	0	2
B_2	0	1	2	0	3	0	0	2	1
B_3	3	1	0	0	0	4	1	2	1
C_1	1	1	0	1	0	1	2	0	0
C_2	2	0	2	0	2	2	0	4	0
C_3	1	1	2	2	1	1	0	0	4

	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	C_1	C_2
A_1	3	0	0	1	1	1	2	1
A_2	0	2	0	0	1	1	1	1
A_3	0	0	2	1	1	0	1	1
B_1	1	0	1	2	0	0	0	2
B_2	1	1	1	0	3	0	3	0
B_3	1	1	0	0	0	2	1	1
C_1	2	1	1	0	3	1	4	0
C_2	1	1	1	2	0	1	0	3

Ejemplo 1.18 Partiendo de la tabla de Burt llegar a la siguiente respuesta del cuestionario:

	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	C_1	C_2	C_3
A_1	2	0	0	0	1	1	1	1	0
A_2	0	3	0	1	1	1	2	1	0
A_3	0	0	3	1	1	1	1	1	1
B_1	0	1	1	2	0	0	1	1	0
B_2	1	1	1	0	3	0	2	1	0
B_3	1	1	1	0	0	3	1	1	1
C_1	1	2	1	1	2	1	4	0	0
C_2	1	1	1	1	1	1	0	3	0
C_3	0	0	1	0	0	1	0	0	1

i	A	B	C
1	3	3	3
2	1	2	1
3	1	3	2
4	2	3	1
5	3	1	2
6	3	2	1
7	2	1	1
8	2	2	2

Bibliografía

- [1] Agresti, A. (1990). Categorical data analysis. Wiley
- [2] Benzecri, J.P. Lebeaux, M.O. y Jambu, M. (1980). Aides à l'interprétation en classification automatique. Cahiers de l'Analyse des Données, 6, 101-123.
- [3] Benzecri, J.P. (1991). Comment: Measures, models and graphical displays in the analysis of cross-classified data.(Goodman, L.A.), J.A.S.A, 86, 1112-1115.
- [4] Escudero, L.F. (1977). Reconocimiento de patrones. Paraninfo.
- [5] Establet, R. Felouzis, G. (1993). Mis en oeuvre comparative de l'analyse de contenu et lexicométrique sur un corpus de rédactions scolaires. 2º Journées d'Analyse Statistique de Données Textuelles, 283-303.
- [6] Everitt, B.S. (1978). Graphical techniques for multivariate data. Heinemann.
- [7] Everitt, B.S. Graham, D. (1991). Applied multivariate data analysis. Edward Arnold.
- [8] Everitt, B.S. (1992). The Analysis of contingency tables. Chapman Hall.
- [9] Herman, J. (1990). Analyse de données qualitatives, 2. traitement d'enquêtes, modèles multivariés. Masson.
- [10] Hoffmann, D. Franke, G.R. (1986). Correspondence analysis: Graphical representation of categorical data in marketing research. Journal of Marketing Research, 13, 213-227.
- [11] Jambu, M. (1978). Classification automatique pour l'analyse des données. Dunod.
- [12] Jambu, M. (1989). Exploratory informatique et statistique de données. Dunod.
- [13] Lebart, L. Morineau, A. Fenelon, J.P. (1985). Tratamiento estadístico de datos. Marcombo.
- [14] Lebart, L. Salem, A. (1988). Analyse statistique des données textuelles. Dunod.
- [15] Volle, M. (1989). Analyse des données. Economica.