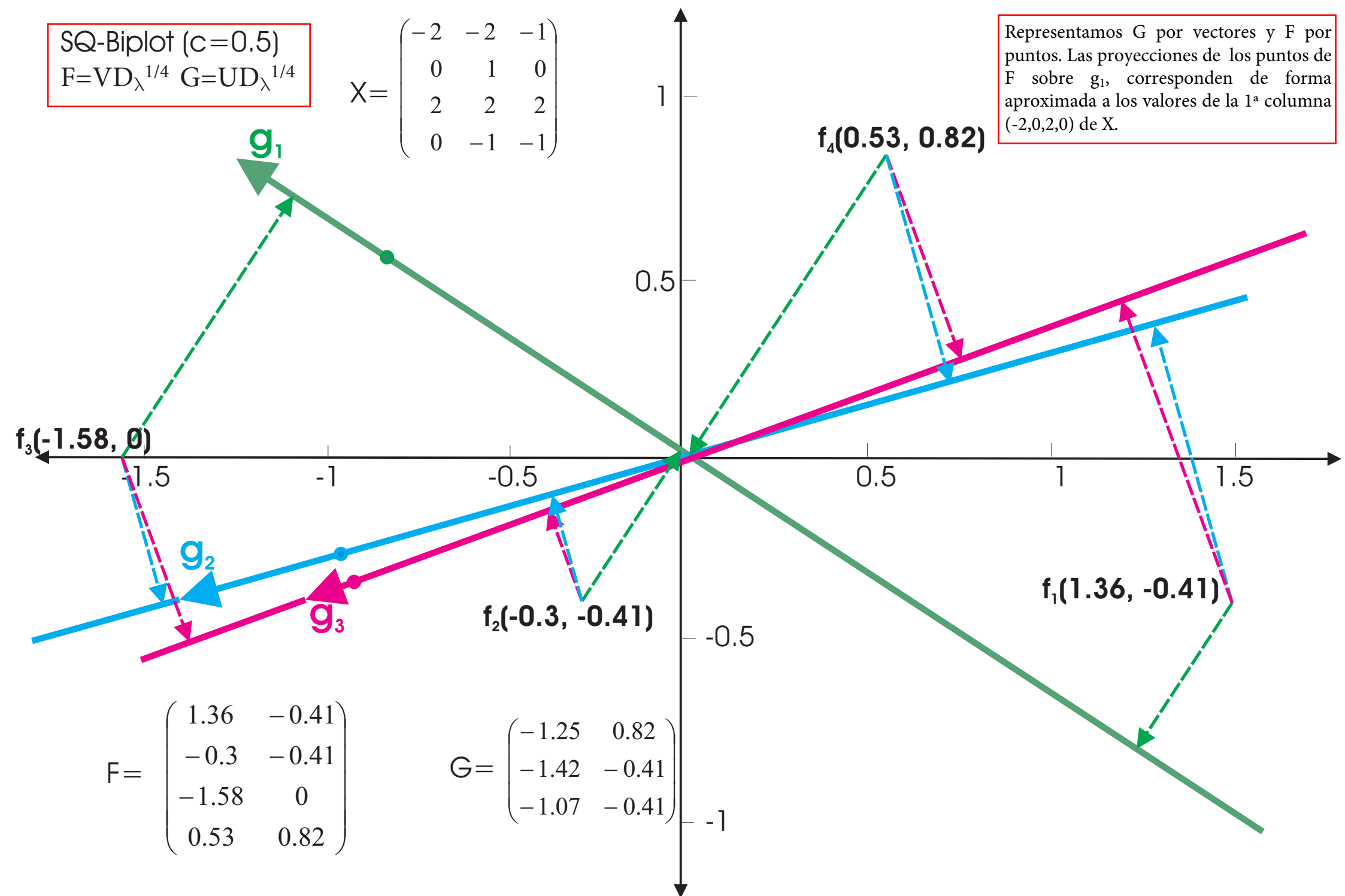


SQ-Biplot ( $c=0.5$ )  
 $F=VD_{\lambda}^{1/4}$   $G=UD_{\lambda}^{1/4}$

$$X = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Representamos  $G$  por vectores y  $F$  por puntos. Las proyecciones de los puntos de  $F$  sobre  $g_1$ , corresponden de forma aproximada a los valores de la 1ª columna  $(-2,0,2,0)$  de  $X$ .

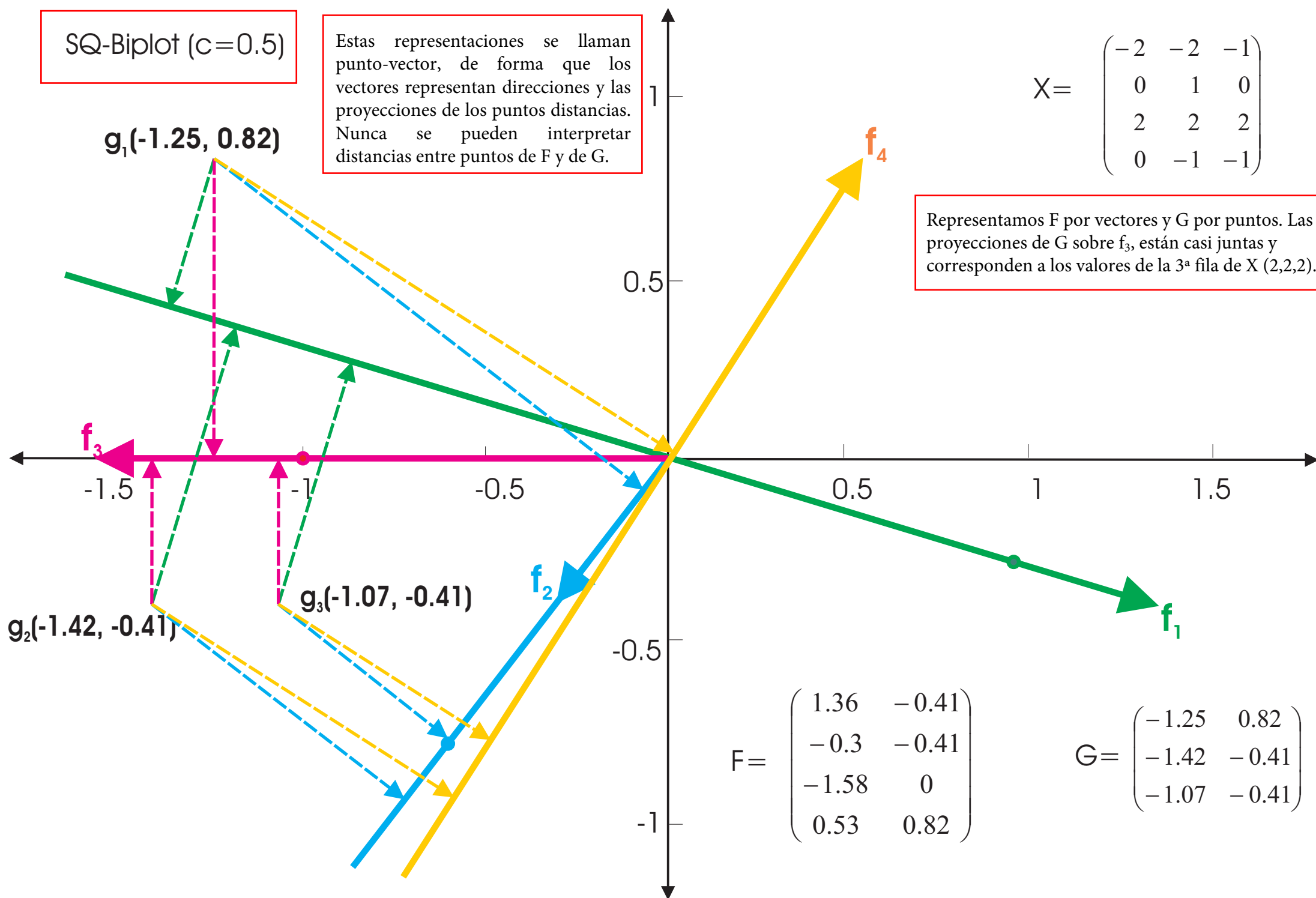


# SQ-Biplot (c=0.5)

Estas representaciones se llaman punto-vector, de forma que los vectores representan direcciones y las proyecciones de los puntos distancias. Nunca se pueden interpretar distancias entre puntos de F y de G.

$$X = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Representamos F por vectores y G por puntos. Las proyecciones de G sobre  $f_3$ , están casi juntas y corresponden a los valores de la 3ª fila de X (2,2,2).



JK-Biplot (c=1)

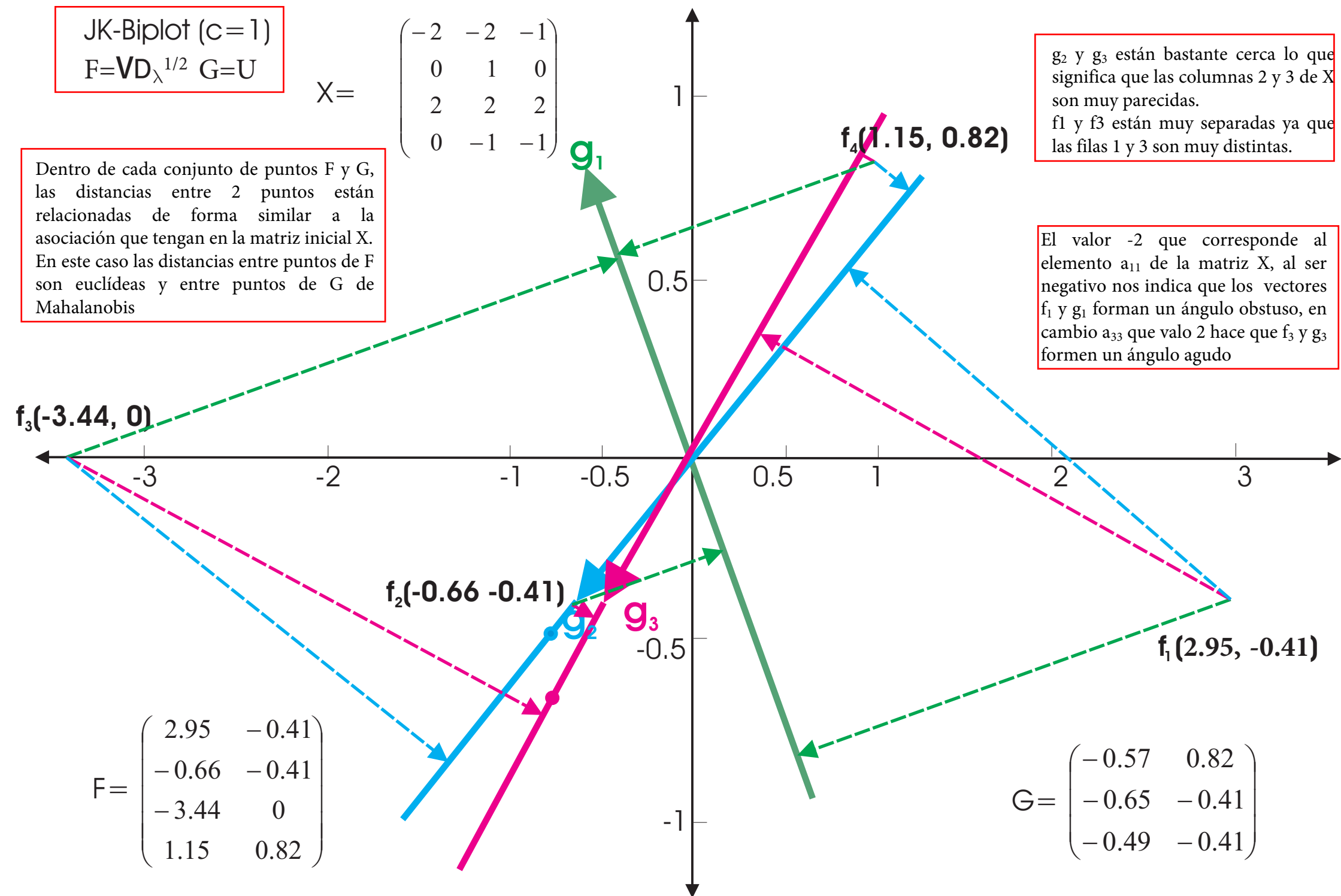
$$F = VD_{\lambda}^{1/2} \quad G = U$$

$$X = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Dentro de cada conjunto de puntos F y G, las distancias entre 2 puntos están relacionadas de forma similar a la asociación que tengan en la matriz inicial X. En este caso las distancias entre puntos de F son euclídeas y entre puntos de G de Mahalanobis

$g_2$  y  $g_3$  están bastante cerca lo que significa que las columnas 2 y 3 de X son muy parecidas.  
 $f_1$  y  $f_3$  están muy separadas ya que las filas 1 y 3 son muy distintas.

El valor -2 que corresponde al elemento  $a_{11}$  de la matriz X, al ser negativo nos indica que los vectores  $f_1$  y  $g_1$  forman un ángulo obtuso, en cambio  $a_{33}$  que valió 2 hace que  $f_3$  y  $g_3$  formen un ángulo agudo



$$F = \begin{pmatrix} 2.95 & -0.41 \\ -0.66 & -0.41 \\ -3.44 & 0 \\ 1.15 & 0.82 \end{pmatrix}$$

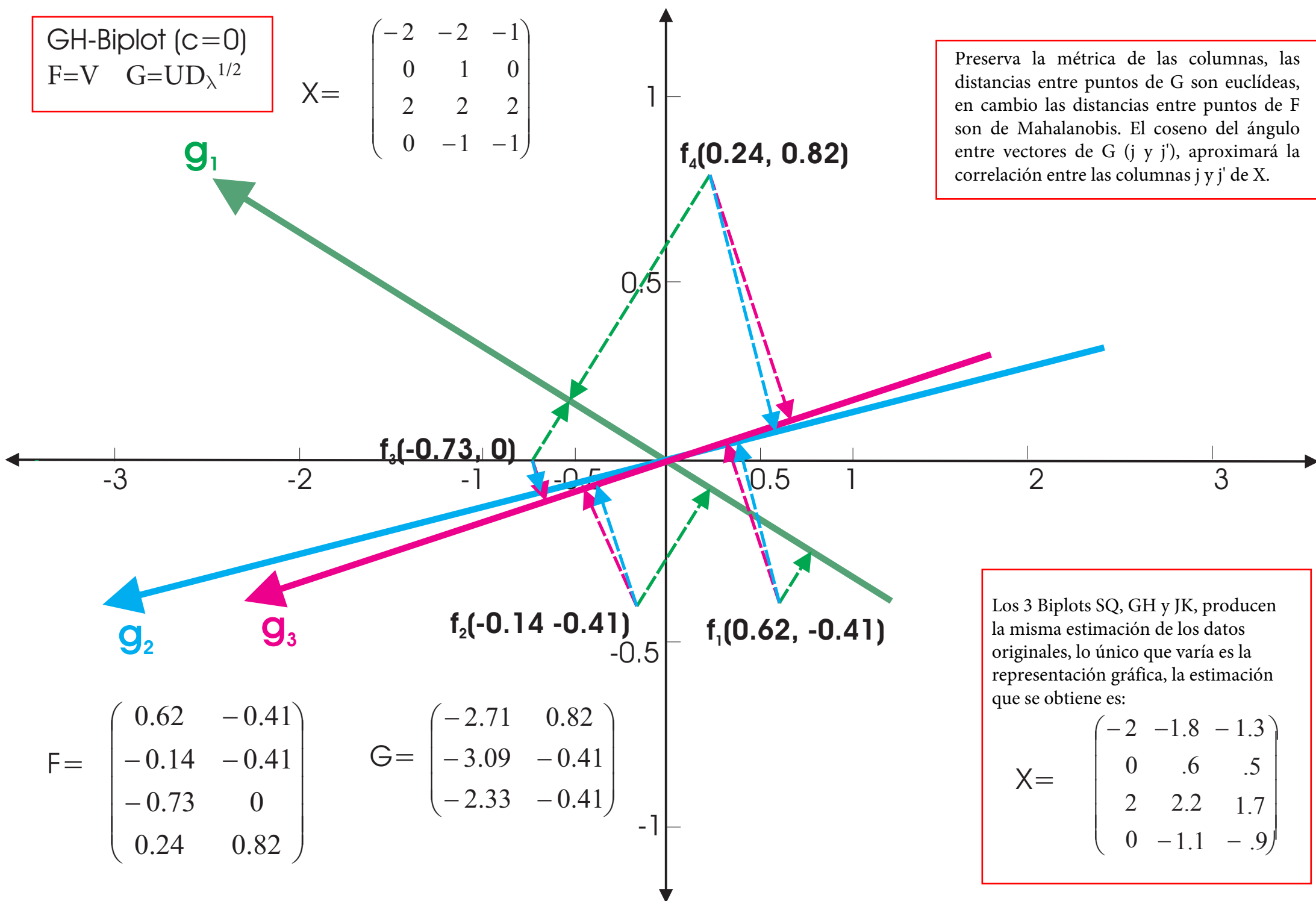
$$G = \begin{pmatrix} -0.57 & 0.82 \\ -0.65 & -0.41 \\ -0.49 & -0.41 \end{pmatrix}$$

GH-Biplot ( $c=0$ )

$$F=V \quad G=UD_{\lambda}^{1/2}$$

$$X = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Preserva la métrica de las columnas, las distancias entre puntos de G son euclídeas, en cambio las distancias entre puntos de F son de Mahalanobis. El coseno del ángulo entre vectores de G ( $j$  y  $j'$ ), aproximará la correlación entre las columnas  $j$  y  $j'$  de  $X$ .



$$F = \begin{pmatrix} 0.62 & -0.41 \\ -0.14 & -0.41 \\ -0.73 & 0 \\ 0.24 & 0.82 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} -2.71 & 0.82 \\ -3.09 & -0.41 \\ -2.33 & -0.41 \end{pmatrix}$$

Los 3 Biplots SQ, GH y JK, producen la misma estimación de los datos originales, lo único que varía es la representación gráfica, la estimación que se obtiene es:

$$X = \begin{pmatrix} -2 & -1.8 & -1.3 \\ 0 & .6 & .5 \\ 2 & 2.2 & 1.7 \\ 0 & -1.1 & -.9 \end{pmatrix}$$