

## Cuestiones teóricas sobre AFG, ACP y ACS<sup>1</sup>. (ampregun)

1. ¿Se puede considerar una tabla de descripción lógica como una tabla de notas de intensidad?
2. ¿En qué se diferencian las tablas de notas de intensidad de las tablas de rangos o preferencias?
3. ¿Cómo se puede convertir una tabla de notas de intensidad en una tabla de medida?
4. ¿Cómo se puede convertir una tabla de medida en una tabla lógica disyuntiva completa?
5. ¿Qué entiendes por una *Tabla de Contingencia Generalizada* o tabla de Burt?
6. ¿Qué propiedad tienen las tablas de Burt en relación a las tablas lógicas disyuntivas completas?
7. Qué transformación habría que realizar en una tabla de rangos por columnas para realizar un ACS?
8. ¿Es biyectiva la correspondencia entre una tabla lógica disyuntiva completa y su tabla de Burt?
9. ¿Es cierto que el ACS sobre una tabla lógica disyuntiva completa coincide con el ACS sobre su tabla de Burt y con el análisis de Correspondencias Múltiple sobre la correspondiente tabla de individuos-variables?
10. ¿Qué relación se puede establecer entre el p-value del contraste de independencia  $\chi^2$  entre variables de una tabla de contingencia y el valor del estadístico  $\chi^2$ ?  
.....
11. Indica concisamente cuál es el *fin último* de un AFG.
12. Indica qué entiendes por *ajuste de un subespacio vectorial q-dimensional* a la nube de puntos fila o de puntos-columna en AFG. Analiza la cuestión en función del valor de q.
13. Explica esquemáticamente como se ajusta un subespacio vectorial a una nube de puntos. ¿Bajo qué tipo de *distancia* se actúa? ¿Qué criterio se utiliza para obtener el subespacio óptimo ajustado en un AFG?
14. ¿Cuál es la razón por la que hay *más de una solución* en el problema de optimización que conduce al subespacio ajustado?
15. Indica las *diferencias técnicas* que ocurren entre el ajuste del subespacio óptimo a la nube de puntos-fila, y a la nube de puntos-columna en AFG.
16. Los *vectores factoriales* que definen el sistema factorial de referencia del subespacio ajustado a la nube de puntos-fila, ¿son los mismos que los correspondientes al caso de los puntos-columna en AFG? ¿Porqué?
17. Indica como se *relacionan entre sí* los subespacios ajustados en  $\mathbb{R}^p$  y  $\mathbb{R}^n$ . ¿Para qué puede servir en la práctica conocer estas relaciones?
18. ¿Cuántos ejes factoriales existen en el espacio de los puntos-fila en el AFG? ¿Y en el de los puntos-columna?
19. Haz un esquema de como se llega, desde la matriz inicial de datos a las estructuras factoriales en los espacios de puntos-fila y puntos-columna.
20. ¿Cómo se calculan las *coordenadas* de los puntos-fila,(puntos-columna), respecto del sistema ajustado factorial en  $\mathbb{R}^p$  ( $\mathbb{R}^n$ )?
21. ¿Cómo se mide la *importancia* de un eje factorial de la estructura factorial asociada a los puntos-fila? El eje factorial  $u_\alpha$  (con  $\alpha = 1 \dots p$ ), para un  $\alpha$  dado, ¿es igual de *importante* en la estructura factorial ajustada en  $\mathbb{R}^p$  que  $v_\alpha$  (para el mismo  $\alpha$  dado), en la estructura factorial en  $\mathbb{R}^n$ ? ¿Porqué?  
.....
22. ¿Qué entiendes por *reconstruir* la matriz inicial de datos en AFG?
23. ¿La *inercia* de la nube de puntos-fila o de puntos-columna, es la misma que la *inercia* de esos puntos respecto del sistema factorial ajustado? ¿Qué entiendes por *inercia* de una nube de puntos?
24. La matriz inicial de datos en AFG, ¿sufre alguna transformación previa a la aplicación de la Técnica Factorial General? ¿Qué estructura matemática se supone asociada a la Tabla inicial de un AFG?  
.....
25. Indica las *diferencias técnicas* o de planteamientos que encuentras entre el AFG y el ACP.
26. ¿Qué diferencia/s encuentras entre el *Análisis en Componentes Principales* y el *Análisis en C.P normalizado*?
27. Explica concisamente porqué hay que someter a sucesivas *transformaciones* la matriz inicial de datos en ACP, y qué repercusiones técnicas tienen esas transformaciones.
28. Explica qué es la *matriz de covarianzas muestrales* y qué papel desempeña en el ACP.
29. Explica cómo se pasa de la *matriz de covarianzas muestrales* a la *matriz de correlaciones*, y qué papel desempeña esta última en el ACP.
30. Las transformaciones sucesivas a que se somete a la matriz inicial en ACP, ¿son las mismas en los dos espacios  $\mathbb{R}^p$  y  $\mathbb{R}^n$ ? ¿Qué interpretaciones tienen en cada espacio?
31. Justifica técnicamente que las *variables* en ACP, se colocan sobre una *hiperesfera unidad* en el espacio factorial ajustado en el espacio de puntos-columna (variables).
32. Pon *ejemplos genéricos* de situaciones que conducen a la consideración de *individuos y/o variables suplementarios*.
33. ¿Cómo se ubica una *variable suplementaria* en la estructura factorial ajustada al espacio de puntos-variables en ACP?
34. Explica en un ejemplo concreto que propongas, *cómo se selecciona* una estructura factorial ajustada en ACP de dimensión adecuada. Si decides seleccionar un subespacio ajustado de una cierta dimensión para el espacio de puntos-individuos, ¿estás obligado ya a, con el mismo criterio que hayas empleado, seleccionar un subespacio ajustado para los puntos-variables de igual dimensión?  
.....
35. Define la DVS de una matriz en un espacio euclídeo.
36. Demuestra la existencia de la DVS de una matriz.

<sup>1</sup>{ AFG = Análisis Factorial General. ACP = Análisis de Componentes Principales. ACS = Análisis de Correspondencias Simple. }

37. ¿Qué entiendes por DVS completa de una matriz?
38. Expresa las coordenadas de las filas y columnas de una matriz A respecto a los vectores singulares de su DVS.
39. ¿En qué consiste la aproximación de una matriz por otra de bajo rango?
40. Define la DVS de una matriz en un espacio euclídeo ponderado.
41. Demuestra la existencia de la DVS generalizada de una matriz.
42. Formula el problema del planteamiento general del ajuste en un espacio euclídeo ponderado.
43. ¿Porqué la matriz A de la DVS generalizada es una matriz centrada?
44. Indica los tipos de representación Biplot.
- .....
45. ¿Qué es la *masa* de un perfil-fila o de un perfil-columna en ACS?
46. Indica sobre qué matrices transformadas de la matriz inicial, se aplican las ideas generales del AFG, en ACS.
47. ¿Porqué para aplicar las técnicas factoriales generales del AFG en ACS, es preciso hacer una transformación de las *escalas de medida* en los ejes del sistema de referencia?
48. Pon un ejemplo que evidencie la necesidad de *contrarrestar* en ACS, el efecto de los totales fila o columna.
49. ¿Porqué antes de aplicar la metodología general del AFG en ACS, se *centran* las nubes de perfiles-fila y perfiles-columna?
50. La *estructura algebraico-geométrica* asociada a las tablas de perfiles sobre las que se construye el ACS, ¿es la misma que la supuesta en AFG o en ACP? ¿Porqué?
51. Indica un ejemplo que explique porqué la *métrica euclídea* no es apropiada en ACS.
52. Justifica explicándolo, el empleo de la distancia  $\chi^2$  en ACS.
53. ¿En qué consiste el *Principio de Equivalencia Distribucional* que verifica la distancia  $\chi^2$  en ACS?
54. ¿Qué es la *inercia* de una nube de perfiles en ACS respecto de la estructura factorial ajustada?
55. ¿Qué relación existe entre el estadístico  $\chi^2$  de una tabla de contingencia y la inercia de la nube de perfiles fila en ACS?
56. Si realizamos un ACS sobre una tabla de contingencia ¿qué nos interesaría más que el p-value del contraste de independencia estuviese por debajo o por encima de 0.05? ( $\alpha = 5\%$ )
57. ¿Con qué matriz se actúa en ACS, que haga las veces de la matriz X empleada en AFG? ¿Cabe actuar con otra? ¿Hay alguna *ventaja* en emplear alguna otra? ¿Qué *precauciones* deben tenerse en cuenta si se efectúan los cálculos sobre alguna específica?
58. ¿Porqué se utilizan los perfiles transformados en el ACS?
59. Indica esquemáticamente el proceso seguido para ajustar en ACS, el subespacio óptimo a la nube de perfiles fila.
60. ¿Cómo se calculan las *coordenadas* de los perfiles-fila y de los perfiles-columna respecto de los sistemas factoriales ajustados en  $\mathbb{R}^p$  y en  $\mathbb{R}^n$ ?
61. ¿Qué propiedades permiten una simplificación importante de los cálculos de las coordenadas de las proyecciones de los puntos sobre el subespacio ajustado?
62. Habitualmente se dice que *solo es preciso calcular el ACS en uno de los dos espacios  $\mathbb{R}^p$  o  $\mathbb{R}^n$ , pues el otro es inmediato*. Explica qué interpretación tiene esta frase y justificala técnicamente.
63. *Todas las raíces características* que se precisan en ACS son  $0 \leq \lambda_\alpha \leq 1$ . Demuestra esta propiedad.
64. Explica qué son los *factores normalizados o coordenadas estándar* en las estructuras factoriales ajustadas en ambos espacios de perfiles.
65. Indica los tipos de puntos supplementarios que se pueden dar en ACS.
66. Explica como se *ubican* en el ACS los *individuos* supplementarios.
67. ¿Cómo se mide la *importancia* de un factor de las estructuras factoriales ajustadas en ACS?
68. Define: *Contribución absoluta del elemento i-ésimo a la inercia explicada por un eje  $\alpha$ -ésimo*. Haz una *tabla genérica* con todas las contribuciones de este tipo que existen en un ACS, en ambos espacios. ¿Qué utilidad tienen los  $Ca_\alpha(i)$  y  $Ca_\alpha(j)$  o bien  $CTR_\alpha(i)$ ,  $CTR_\alpha(j)$ ?
69. Define las *contribuciones relativas del eje  $\alpha$ -ésimo a la inercia del punto i*,  $Cr_\alpha(i)$  o bien  $COR_\alpha(i)$ . Explica qué significan, haz una tabla genérica con todas las que existen. ¿Qué utilidad tienen como ayuda a la interpretación?
70. Explica cómo se interpretan las coordenadas entre los perfiles fila y columna en cuanto a la interpretación de la representación gráfica conjunta (*principio baricéntrico*).
71. Justifica porqué dos puntos fila y columna respectivamente, con valores altos y del mismo signo de sus coordenadas, sobre un eje que explica una alta proporción de la inercia total, tienen una *alta asociación* entre ellos de tipo positivo.
72. Razona la fórmula de *reconstrucción* de la tabla inicial, a partir de las coordenadas de los puntos proyectados sobre la estructura factorial ajustada.
73. Pon un ejemplo en donde dos puntos (fila y columna) en la *representación gráfica conjunta*, que están muy cercanos uno del otro, sin embargo no tienen una asociación importante entre ellos. Razónalo.
74. Justifica porqué en ACS, el autovalor asociado a un eje factorial, representa la *varianza explicada* por dicho eje.
75. Interpreta en términos de correlación, la contribución del eje factorial a la inercia del punto.
76. Indica algunas formas de *nubes proyectadas* comunes y su significado, así como la relación existente con las tablas de contingencia de partida.
77. ¿En qué consiste el efecto Guttmann en una tabla de contingencia?
78. ¿Cuáles son las conclusiones que debes analizar en el análisis de Correspondencias de una tabla?
79. ¿En el ACS, se pueden medir distancias en la representación conjunta sobre el subespacio ajustado, entre los perfiles fila y columna de una tabla?
80. Enumera todas las ayudas a la interpretación del ACS que conozcas.