SOCIEDAD CHILENA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
REVISTA CHILENA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ISSN 2452-5448

https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i2.25

EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO: IMPLICACIONES SOBRE EL CARÁCTER PRESCRIPTIVO DE LA DIDÁCTICA[1]

THE ONTO-SEMIOTIC APPROACH: IMPLICATIONS FOR THE PRESCRIPTIVE CHARACTER OF DIDACTICS

Juan D. Godino, jgodino@ugr.es
Universidad de Girona, Girona, España

Carmen Batanero, batanero@ugr.es
Universidad de Granada, Granada, España

Vicenç Font, vfont@ub.edu
Universidad de Barcelona, Barcelona, España

RESUMEN

Presentamos una síntesis del Enfoque Ontosemiótico (EOS), sobre el conocimiento y la instrucción matemáticos, resaltando los problemas, principios y métodos de investigación en didáctica de las matemáticas que se abordan con este marco teórico. Se argumenta que la didáctica, como disciplina científica y tecnológica, debe abordar los problemas epistemológico, ontológico, semiótico-cognitivo, educativo-instruccional, ecológico y de optimización de la instrucción, así como la formación de profesores. El EOS asume principios antropológicos, pragmáticos y semióticos para investigar estos problemas, además de principios socioculturales para abordar los problemas educativo-instruccionales. La noción de idoneidad didáctica proporciona un criterio sistémico para tratar el problema de optimización de los procesos de instrucción matemática.

PALABRAS CLAVE:
Didáctica; matemáticas; fundamentos teóricos; investigación; enfoque ontosemiótico.

ABSTRACT

We present a synthesis of the Onto-semiotic Approach (OSA) theoretical system to mathematical knowledge and instruction, while highlighting the problems, principles and mathematical didactic research methods addressed in this approach. We argue that Didactics, as a scientific and technological discipline, should address the epistemological, ontological, semiotic-cognitive, educational-instructional, ecological, instruction optimization, and teachers' education problems. OSA assumes anthropological, pragmatic and semiotic principles to look into all these types of problems, as well as embraces sociocultural principles to address educational-instructional problems. The notion of didactic suitability has been introduced as a systemic criterion to address the problem of optimization of mathematical instruction processes.

KEYWORDS:
Didactic; mathematics; theoretical foundations; research; onto-semiotic approach.

[1] *Versión ampliada en castellano del artículo publicado en la revista For the Learning of Mathematics (39-1, 37-42), con el título "The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics".*

Recibido: 21 de marzo de 2020, Aceptado: 21 de abril de 2020

1. Introducción

En este trabajo se proporciona una respuesta al problema planteado por Gascón y Nicolás (2017) sobre el carácter prescriptivo de los resultados consolidados de la investigación científica en didáctica de las matemáticas: "¿Hasta qué punto, en qué forma y en qué condiciones, la didáctica puede (o incluso debe) proponer juicios valorativos y normativos que proporcionen criterios sobre cómo organizar y gestionar los procesos de estudio?" (Gascón y Nicolás, 2017, p. 26).

En el artículo citado, Gascón y Nicolás analizan las respuestas dadas por varios autores a la pregunta anterior, aplicando la perspectiva específica de la Teoría Antropológica (Chevallard, 1992). Para contribuir a esta discusión, en este trabajo reaccionamos al desafío planteado por Gascón y Nicolás usando los principios y herramientas teóricas desarrolladas por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007).

Comenzamos nuestra reflexión explicitando la concepción de la didáctica de las matemáticas, que está en la base de los supuestos del EOS. Seguidamente, incluimos un apartado en el que sintetizamos sus principios epistemológicos, ontológicos, semióticos y educativo-instruccionales. Finalmente, describimos la noción de idoneidad didáctica que permite dar una respuesta afirmativa al carácter prescriptivo de la faceta o dimensión tecnológica de la didáctica de las matemáticas.

2. La didáctica como ciencia y tecnología

La reflexión epistemológica sobre la naturaleza de la didáctica es esencial para orientar adecuadamente la investigación, ya que condiciona la formulación de las cuestiones centrales de la misma. Entre los autores que han realizado dicha reflexión destacan Steiner (1985) y Brousseau (1989), en un ensayo con el significativo título *La torre de Babel*.

Ante la extrema complejidad de los problemas de la educación matemática, Steiner (1985) indica que se producen dos reacciones extremas:

> - Los autores que afirman que la didáctica de las matemáticas no puede llegar a ser un campo con fundamentación científica y, por tanto, la enseñanza de la matemática es esencialmente un arte;
>
> - Los que, pensando que es posible la existencia de la didáctica como ciencia, reducen la complejidad de sus problemas seleccionando solo un aspecto parcial de los mismos (por ejemplo, el análisis del contenido a enseñar, la construcción del currículo, mejora de los métodos de enseñanza, desarrollo de destrezas en el alumno, interacción en el aula, ...), al que atribuyen un peso especial dentro del conjunto, dando lugar a diferentes definiciones y visiones de la didáctica. (p. 11)

De manera parecida se expresa Brousseau (1989), recordando una primera acepción de la didáctica de las matemáticas que consiste en identificarla como el arte de enseñar, esto es, el conjunto de medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, en nuestro caso, la matemática. Brousseau, además, distingue dos concepciones de carácter científico que denominaremos concepción pluridisciplinar aplicada y concepción autónoma (calificada por el autor como fundamental o matemática). Como bisagra entre estas dos visiones distingue también una concepción tecnicista, en la que la didáctica sería el conjunto de técnicas de enseñanza, esto es, la invención, descripción, estudio, producción y el control de medios nuevos para la enseñanza: currículo, objetivos, medios de evaluación, materiales, manuales, logiciales, obras para la formación, etc.

En la concepción pluridisciplinar, que coincidiría con la segunda tendencia señalada por Steiner, la didáctica aparece como una etiqueta para designar las enseñanzas necesarias para la formación técnica y profesional de los profesores. La didáctica, como área de conocimiento científico, sería el campo de investigación llevada a cabo sobre la enseñanza, en el cuadro de disciplinas científicas clásicas, como son: la psicología, la semiótica, sociología, lingüística, epistemología, lógica, neurofisiología, pedagogía, pediatría, psicoanálisis, etc.

Lesh y Sriraman (2010) reflexionan también sobre la naturaleza de la educación matemática como campo de investigación, planteando las siguientes preguntas:

> ¿Deberían los educadores matemáticos verse a sí mismos como psicólogos educativos aplicados, psicólogos cognitivos aplicados, o científicos sociales aplicados? ¿Se deberían considerar semejantes a los científicos en el campo de la física, o de otras ciencias puras? ¿O más bien como ingenieros u otros técnicos orientados al diseño, cuya investigación se apoya sobre múltiples perspectivas prácticas y disciplinares, y cuyo trabajo está guiado por la necesidad de resolver problemas reales y también por la necesidad de elaborar teorías relevantes? (p. 124)

Estos autores proponen considerar la educación matemática en este último sentido, o sea, como una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En el marco del EOS, se considera que el conocimiento que se pretende construir tiene un carácter científico y, además, tecnológico. Esto quiere decir que, por una parte, se abordan problemas teóricos de clarificación ontológica, epistemológica y semiótica sobre el conocimiento matemático, en cuanto tales problemas tienen relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje (componente científico, descriptivo, explicativo, predictivo). Por otra parte, se trata de intervenir en dichos procesos para hacerlos lo más *idóneos* posible (componente tecnológico-prescriptivo). Se entiende que la descripción, explicación y predicción son los fines de la actividad científica, mientras que la prescripción y valoración son los principales objetivos de la actividad tecnológica, aunque esta también incluye elementos de investigación aplicada a la resolución de problemas concretos.

3. Problemas, principios y métodos de investigación en didáctica según el EOS

En este apartado damos una respuesta sintética, desde el marco del EOS, a las primeras cuestiones planteadas por Gascón y Nicolás (2017): ¿Cuáles son los principios o asunciones básicas de cada uno de los enfoques o teorías didácticas? ¿Qué fenómenos didácticos se propone explicar y qué problemas prioriza?

La estrategia de articulación, hibridación y construcción modular de teorías, desde una aproximación antropológica y ontosemiótica, está en la base del denominado Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Font, Godino y Gallardo, 2013; Godino y Batanero, 1994; Godino et al., 2007)[2].

En este enfoque se asume la pertinencia y potencial utilidad de avanzar hacia la construcción de un sistema teórico, que permita abordar de manera articulada los problemas epistemológicos, ontológicos, semiótico-cognitivos y educativos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se considera que la didáctica es la disciplina tecno-científica que asume la responsabilidad de dar una respuesta coherente a los problemas didácticos citados. Estos problemas son también abordados por otras disciplinas específicas, cuyos principios, métodos y resultados, cuando enfocan los citados problemas en forma aislada, pueden ser contradictorios. Se asume, por tanto, una concepción ampliada de lo didáctico, como lo relativo a los procesos de enseñanza y aprendizaje, al saber y a la práctica matemática (génesis, desarrollo, difusión, transposición y utilización), así como la *optimización* de dichos procesos en los contextos educativos.

Seguidamente, para facilitar la comparación y articulación del EOS con otros marcos teóricos, y comprender su posición sobre el carácter prescriptivo de los resultados de la investigación en didáctica, explicitaremos los problemas, principios y métodos que constituyen el núcleo central de este sistema teórico. Usamos la interpretación que propone Radford (2008) de una teoría como un instrumento para producir comprensiones y formas de acción basados en:

> - Un conjunto, Q, de cuestiones paradigmáticas de investigación.
>
> - Un sistema, P, de principios básicos, que incluyen visiones implícitas y enunciados explícitos que trazan la frontera de lo que será el universo del discurso y la perspectiva de investigación adoptada.
>
> - Una metodología, M, que incluye las técnicas de recogida de datos y su interpretación apoyada por P. (p. 320)

A continuación, para cada uno de los problemas epistemológico, ontológico, semiótico-cognitivo, educativo-instruccional y ecológico enunciamos las preguntas que los definen (Q), los principios básicos que postulamos para darles respuestas (P) y el método (M) propuesto para abordar la solución de los problemas.

3.1. Problema epistemológico

QE1: ¿Cómo emerge y se desarrolla la matemática?

[2] *Los trabajos donde se desarrolla y aplica el EOS están disponibles en el sitio web http://enfoqueontosemiotico.ugr.es*

Para dar respuesta a esta pregunta se asume una visión antropológica[3] (Wittgenstein, 1973/1953) y pragmatista (Peirce, 1958) de las matemáticas; por tanto, la actividad de las personas en la resolución de problemas se considera el elemento central en la construcción del conocimiento matemático. Esta visión epistemológica se hace operativa en el EOS con la noción de práctica matemática y asumiendo su relatividad institucional y personal, lo cual lleva a asumir el siguiente principio epistemológico:

> PE_1: La matemática es una actividad humana centrada en la resolución de cierta clase de situaciones-problema. La realización de dicha actividad se concreta en la puesta en acción de sistemas de prácticas mediante los cuales se da respuesta a la situación-problema planteada.

Se considera práctica matemática a "toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas" (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Para resolver un problema el sujeto realiza una secuencia organizada de diversos tipos, prácticas realizadas con la intención de dar una respuesta al problema o tarea planteada. Desde un punto de vista cognitivo y educativo, determinadas secuencias de prácticas que hace una persona para resolver un problema se designan con el término de *proceso de resolución de problema*. Otras secuencias de prácticas también se suelen considerar como procesos, por ejemplo, se habla del proceso de modelización, argumentación, etc.

Un segundo principio postula el carácter institucional y personal de las prácticas:

> PE_2: Las prácticas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución. No hay instituciones sin personas, ni personas desligadas de las diversas instituciones de las que de forma inevitable forman parte (familia, escuela, etc.).

Una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; el compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales que suelen tener rasgos particulares, y están generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles en la misma, sus reglas y modos de funcionamiento. La distinción entre prácticas personales e institucionales permite tomar conciencia de las relaciones dialécticas entre las mismas: por un lado, las personas están sujetas a los modos de actuación compartidos en el seno de las instituciones de que forman parte; por otro, las instituciones están abiertas a la iniciativa y creatividad de sus miembros.
El tercer principio se refiere a la secuenciación de las prácticas, que permite interpretar la noción de proceso:

> PE_3: La resolución de problemas se realiza mediante la articulación de secuencias de prácticas. Tales secuencias de prácticas tienen lugar en el tiempo y se consideran en muchos casos como procesos, los cuales a su vez se pueden descomponer en subprocesos. El megaproceso de resolución de problemas se puede descomponer en procesos más básicos (significación, conjeturación, representación, argumentación, ...).

Estos principios ligados a la cuestión epistemológica sobre la génesis del conocimiento dan lugar al siguiente método de indagación:

> ME_1: La génesis institucional del conocimiento matemático se investiga en el EOS mediante: 1) la identificación y categorización de las situaciones-problema que requieren una respuesta; 2) la descripción de las secuencias de prácticas que se ponen en juego en la resolución.

Dado que los sistemas de prácticas para la solución de los problemas son *relativos* a los contextos de uso y los marcos institucionales en que se abordan, se asume que el conocimiento es *relativo* a dichos marcos y contextos.

3.2. Problema ontológico

QO1: ¿Qué es un objeto matemático? ¿Qué tipos de objetos intervienen en la actividad matemática?

La matemática, además de ser una actividad, es también un sistema lógicamente organizado de objetos. Para el EOS, objeto matemático es cualquier entidad material o inmaterial que interviene en la práctica matemática, apoyando y regulando su realización. Se trata de un

[3] *Bloor (1983) describe la visión de Wittgenstein sobre las matemáticas como un fenómeno antropológico (capítulo V) dentro de su visión social del conocimiento. Esta visión filosófica sobre las matemáticas es consistente con la asumida por la TAD (Teoría Antropológica de lo Didáctico, Chevallard, 1992). Las relaciones entre el EOS y la TAD fueron discutidas en D'Amore y Godino (2007).*

uso metafórico del término, puesto que un concepto matemático se concibe usualmente como una entidad ideal o abstracta, y no como algo tangible, como una roca, un dibujo o un artefacto manipulativo. Esta idea general de objeto, consistente con la propuesta en el interaccionismo simbólico (Blumer, 1982/1969; Cobb y Bauersfeld, 1995), es útil cuando se complementa con una tipología de objetos matemáticos al tener en cuenta sus diferentes roles en la actividad matemática. Los símbolos, las representaciones externas y manipulativos están implicados en la actividad matemática escolar y profesional, por tanto, se consideran objetos matemáticos, en el sentido de que intervienen en las prácticas matemáticas. Los conceptos de número, fracción, derivada, etc. son objetos matemáticos de diferente naturaleza y función que las representaciones ostensivas. Son objetos no-ostensivos, objetos mentales (cuando intervienen en las prácticas personales), u objetos institucionales (cuando intervienen en las prácticas socioculturales o compartidas). En ambos casos son objetos que regulan la actividad matemática, mientras que sus representaciones ostensivas sirven de soporte o facilitan la realización de dicho trabajo.

No hay actividad matemática sin objetos, ni objetos sin actividad. Como las prácticas pueden ser vistas desde la perspectiva social (prácticas institucionales, compartidas) o personal (individuales, idiosincrásicas), los objetos también pueden ser contemplados desde la dualidad institucional-personal, lo que origina el siguiente principio:

> PO_1: En las prácticas matemáticas intervienen diversas clases de objetos que cumplen diferentes roles: instrumental/representacional; regulativo (fijación de reglas sobre las prácticas), explicativo, justificativo.

Dada la generalidad con la que se entienden las nociones de práctica y objeto, así como la gran diversidad de secuencias de prácticas (procesos) que se pueden realizar, se considera necesario y útil proponer una tipología de objetos y procesos básicos, que son los reflejados en la Figura 1, designada como *configuración ontosemiótica*. Estas configuraciones pueden ser *epistémicas* (redes de objetos institucionales) o cognitivas (redes de objetos personales). En la literatura psicológica y educativa se habla de otros procesos diferentes de los mencionados en la Figura 1, por ejemplo, proceso de resolución de problemas, modelización, entre otros. Dichos procesos se pueden describir usando los procesos básicos que propone el EOS, por lo que en cierto sentido se trata de megaprocesos.

El reconocimiento explícito de los objetos (problemas, lenguajes, definiciones, proposiciones, procedimientos, argumentos) que intervienen y emergen en las prácticas matemáticas permite prever conflictos potenciales y efectivos de aprendizaje, evaluar las competencias matemáticas de los estudiantes e identificar objetos que deben ser recordados e institucionalizados en los momentos oportunos de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

> PO_2: La configuración ontosemiótica permite articular las nociones de práctica, objeto y proceso, así como las dualidades desde las cuales se pueden considerar dichas ideas para el análisis institucional y personal de la actividad matemática.

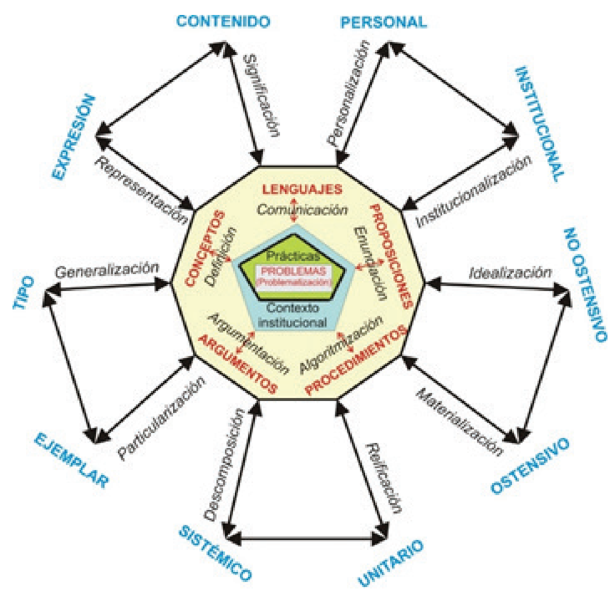

Figura 1. Configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos
Fuente: Godino (2014, p. 23)

Entendemos los conceptos, proposiciones y procedimientos, en su versión unitaria (tratados como un todo o unidad) como propone Wittgenstein (1973/1953), es decir, como reglas gramaticales de los lenguajes usados en las prácticas que se realizan para describir nuestros mundos y dar respuesta a las situaciones-problema a las que nos enfrentamos. En el EOS los objetos matemáticos también se pueden considerar de una perspectiva sistémica (como un sistema de componentes), donde los diversos significados parciales del mismo objeto se identifican y articulan. Además, se pueden identificar diversos significados personales de los objetos (número, probabilidad, etc.) cuando se analizan las prácticas personales al resolver problemas en los cuales dichos objetos intervienen.

La herramienta configuración ontosemiótica (Figura 1) incorpora de manera híbrida elementos de las nociones de concepto, concepción, esquema, praxeología matemática y registro de representación semiótica. En Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2011) se presenta un desglose analítico de la noción de configuración ontosemiótica, tanto para los conocimientos institucionales como personales, con un ejemplo relativo al concepto de número natural. Así mismo, en Font et al. (2013) se analiza la emergencia de los objetos matemáticos a partir de las prácticas realizadas para resolver problemas matemáticos.

3.3. Problema semiótico-cognitivo

QSC1: ¿Qué es conocer un objeto matemático? ¿Qué significa el objeto O para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?

El conocimiento se asume en el EOS como el conjunto de relaciones que el sujeto (persona o institución) establece entre los objetos y las prácticas, relaciones que se modelizan mediante la noción de *función semiótica*. La función semiótica se entiende como la correspondencia entre un objeto antecedente (expresión, significante) y otro consecuente (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución), según un criterio o regla de correspondencia.

Toda entidad que participa en un proceso de semiosis, interpretación o juego de lenguaje, es objeto, pudiendo desempeñar el papel de significante o significado. Los propios sistemas de prácticas son objetos y pueden ser componentes de la función semiótica. De estos supuestos se deduce el siguiente principio:

> PSC_1: El conocimiento de un objeto *O* por parte de un sujeto *X* (sea individuo o institución) sería el conjunto de funciones semióticas que *X* puede establecer en las que se pone en juego *O* como funtivo (expresión o contenido). Cada función semiótica implica un acto de semiosis por un agente interpretante, constituye un conocimiento y depende de las circunstancias fijadas en el acto de interpretación.

Hablar de conocimiento equivale a hablar del contenido de una (o muchas) función semiótica, resultando una variedad de tipos de conocimientos en correspondencia con la diversidad de funciones semióticas que se pueden establecer entre los diversos tipos de prácticas y objetos. De ahí, el siguiente principio:

> PSC_2: La correspondencia entre un objeto y el sistema de prácticas donde interviene tal objeto se interpreta como el "significado de dicho objeto" (institucional o personal)[4].

Puesto que los sistemas de prácticas que se ponen en juego en la resolución de las situaciones-problema son relativos a las personas y a las comunidades de prácticas (instituciones), los significados y, por tanto, los conocimientos, son relativos. No obstante, es posible reconstruir un *significado global* u holístico de un objeto mediante la exploración sistemática de los contextos de uso del objeto y los sistemas de prácticas que se ponen en juego para su solución. Dicho significado holístico se usa como modelo epistemológico y cognitivo de referencia de los significados parciales o sentidos que puede adoptar dicho objeto y constituye una herramienta metodológica ontosemiótica-cognitiva:

> MSC_1: Un método para delimitar los diversos significados de los objetos matemáticos y, por tanto, para la reconstrucción de los modelos de referencia epistemológica y cognitiva, es el análisis de los sistemas de prácticas (personales e institucionales) y de las configuraciones ontosemióticas implicadas en los mismos.

La noción de significado institucional de los objetos matemáticos conlleva el reconocimiento de una pluralidad de significados[5]. Es obvio que se cuestionan los modelos epistemológicos rígidos y uniformes y en cada caso será necesario reconstruir significados específicos que deben, no obstante, evolucionar hacia un modelo progresivamente más rico. El posicionamiento pragmatista del EOS lleva a entender la comprensión como competencia y no tanto como proceso mental: se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas.

En la Figura 2 se resume las entidades básicas que constituyen la modelización epistemológica y

[4] *Esta es una interpretación creativa de la máxima pragmática de Peirce (1958).*
[5] *Como se ha sugerido, los significados son entendidos de manera pragmatista (sistemas de prácticas operativas, discursivas y normativas), y dependen de los contextos de uso y comunidades de prácticas.*

cognitiva del conocimiento matemático que propone el EOS: las nociones de práctica, objeto, proceso (secuencia de prácticas de las que emerge el objeto) y función semiótica (noción mediante la cual se relacionan las diversas entidades). Se asume que las prácticas matemáticas se realizan en un trasfondo ecológico (material, biológico y social) que determina la relatividad institucional, personal y contextual de las prácticas, los objetos y significados, esto es, relatividad respecto de los juegos de lenguaje y formas de vida (Wittgenstein, 1973/1953).

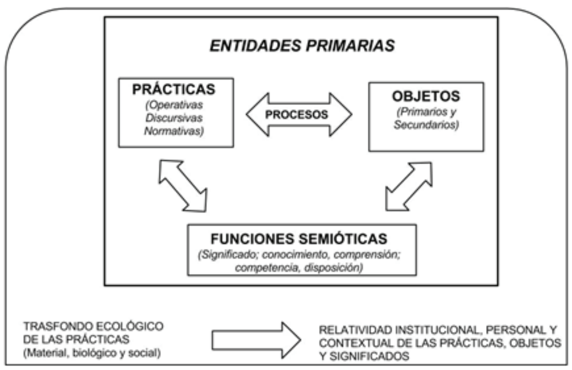

Figura 2. Entidades primarias de la ontología y epistemología EOS
Fuente: Godino (2014, p. 9)

Aunque las entidades primarias mencionadas anteriormente (Figura 2) explicitan los fundamentos de los análisis epistémicos y cognitivos, es necesario elaborar otras herramientas para poder realizar un análisis didáctico integral que sirva de fundamento para el diseño, implementación y evaluación de los procesos instruccionales. Como se sintetiza en la Figura 3, dicho análisis requiere tener en cuenta otras dimensiones, facetas, niveles y fases implicadas en dichos procesos.

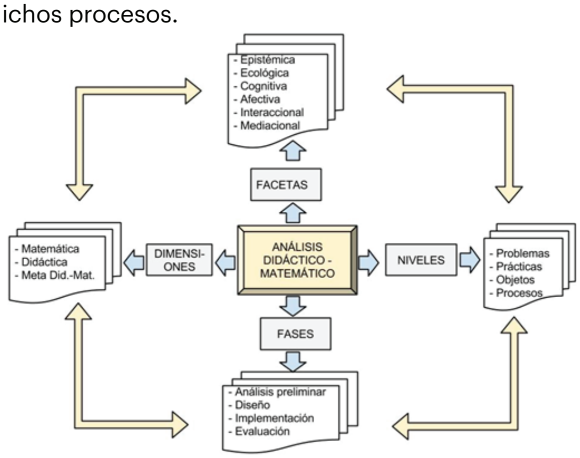

Figura 3. Focos de atención del análisis didáctico-matemático
Fuente: Godino (2014, p. 7)

3.4. Problema educativo-instruccional

El componente educativo-instruccional de la didáctica estudia los procesos de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar en cualquier "institución didáctica" con el fin de optimizar dichos procesos. Su pregunta primordial es la siguiente:

> *QEI1: ¿Qué es la enseñanza? ¿Qué es el aprendizaje? ¿Cómo se relacionan?*

El modelo de instrucción[6] que se asume en el EOS está basado en los principios de la psicología cultural/discursiva (Lerman, 2001; Radford, 2011), que atribuye un papel clave a la "zona de desarrollo potencial" (Vygotsky, 1995/1934). Contrariamente a los modelos constructivistas, la autonomía del estudiante en el proceso de aprendizaje es el resultado de dicho proceso y no un prerrequisito del mismo. No obstante, dado el papel central que la perspectiva antropológica del conocimiento da a los problemas y la actividad implicada en su resolución, la búsqueda, selección y adaptación de buenas situaciones-problema y la implicación de los estudiantes en su resolución es también un principio de la instrucción matemática significativa. Se deriva de este supuesto un modelo instruccional de tipo mixto, en el que la construcción y la transmisión del conocimiento se articulan de manera dialéctica (Godino, Batanero, Cañadas y Contreras, 2016) y se resumen en los siguientes principios:

> PEI_1: Se postula que el aprendizaje tiene como finalidad la apropiación por los estudiantes de los significados y objetos institucionales que le permitan afrontar la solución de determinados problemas y desarrollarse como persona.

> PEI_2: El estudio de los significados personales de los estudiantes es un componente esencial de la problemática educativa, ya que la apropiación de los significados institucionales pretendidos está condicionada por los significados personales iniciales de los estudiantes.

Los significados institucionales finalmente implementados en un proceso de instrucción pueden ser diferentes de los pretendidos y de referencia, debido a las restricciones impuestas por las posibilidades cognitivas de los estudiantes, los recursos disponibles y el contexto social y educativo. Se espera, no obstante, que los significados de los objetos institucionales pretendidos e implementados en un contexto educativo dado sean una muestra representativa del significado de referencia global.

La noción de *configuración didáctica* constituye la principal herramienta metodológica para el análisis a nivel micro de los procesos de instrucción (Godino

---

[6] *Relación entre enseñanza y aprendizaje de un contenido específico.*

et al., 2007). Se define como cualquier segmento de actividad didáctica (enseñanza y aprendizaje) comprendido entre el inicio y fin del proceso de resolución de una situación-problema. Incluye, por tanto, las acciones de los estudiantes y del profesor, así como los medios planificados o usados para abordar la tarea. La Figura 4 resume los componentes y dinámica interna de las configuraciones didácticas, las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje y los principales procesos matemáticos ligados a la modelización ontosemiótica del conocimiento matemático. También se refieren algunos procesos didácticos ligados a la conexión entre las configuraciones instruccional y cognitivo-afectiva: planificación, motivación, institucionalización, evaluación, recepción, aceptación, indagación, ejercitación y aplicación. Otra herramienta metodológica para el análisis de la instrucción es la secuencia de configuraciones didácticas que constituye una *trayectoria didáctica.*

> MEI_1: Para investigar los procesos de instrucción se realiza el análisis de la configuración didáctica (trama de acciones docente y discentes y medios usados para abordar el estudio de una situación-problema) y trayectoria didáctica (secuencia de configuraciones didácticas).

En toda configuración didáctica (Figura 4) se puede diferenciar tres componentes: a) una configuración epistémica (sistema de prácticas, objetos y procesos matemáticos institucionales requeridos en la tarea), b) una configuración instruccional (sistema de funciones docentes, discentes y medios instruccionales que se utilizan, así como las interacciones entre los distintos componentes) y c) una configuración cognitivo-afectiva (sistema de prácticas, objetos y procesos matemáticos personales que describe el aprendizaje y los componentes afectivos que le acompañan). Ello da origen a la siguiente problemática:

> *QEI_2: ¿Qué tipos de interacciones entre personas, conocimientos y recursos se deberían implementar en los procesos instruccionales para optimizar los aprendizajes?*

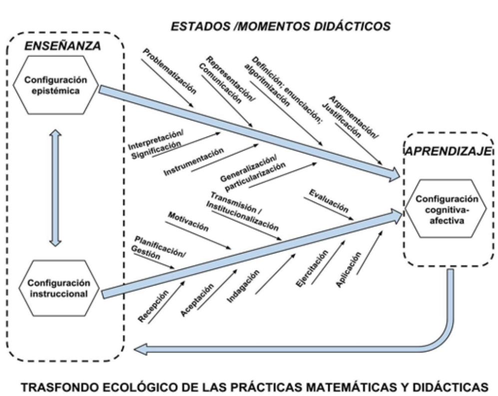

Figura 4. Componentes y dinámica de una configuración didáctica
Fuente: Godino (2014, p. 31)

Las relaciones entre enseñanza y aprendizaje no son lineales, sino cíclicas y complejas. En momentos de indagación, el estudiante interacciona con la configuración epistémica sin intervención del docente (o con una influencia pequeña). Esta interacción condiciona las intervenciones docentes, que deben estar previstas en la configuración instruccional, quizás no totalmente en su contenido, pero sí en su naturaleza, necesidad y utilidad. La trayectoria cognitiva produce ejemplos, significados, argumentos, etc., que condicionan el proceso de instrucción y, en consecuencia, influyen en las configuraciones epistémica e instruccional, posibilitando o restringiendo los aprendizajes. En consecuencia, surge el siguiente principio:

> PEI_3: La optimización de los procesos de estudio requiere tener en cuenta factores de nivel macro y micro. Esa optimización será en muchos casos local, por lo que fijadas unas determinadas condiciones es necesario indagar las circunstancias y recursos necesarios para su optimización.

3.5. Problema ecológico

Esta problemática analiza la diversidad de factores y normas que pueden condicionar los procesos de enseñanza y aprendizaje, y se sintetiza en la siguiente pregunta:

> *QEC_1: ¿Qué factores condicionan y soportan el desarrollo de los procesos instruccionales y qué normas los regulan?*

Los factores y normas que regulan el proceso de enseñanza y aprendizaje han sido objeto de investigación en didáctica de las matemáticas; en el caso de las normas, estas han sido estudiadas principalmente por los autores que basan sus trabajos en el interaccionismo simbólico (Blumer, 1982/1969). Se trata de tener en cuenta las normas, hábitos y convenciones, generalmente implícitos, que regulan el funcionamiento de la clase de Matemáticas y que condicionan en mayor o menor medida los conocimientos que construyen los estudiantes. Por otro lado, hay factores que no son propiamente normas pero que afectan al sistema didáctico; por ejemplo, la edad de los estudiantes o sus capacidades, la preparación de los profesores o los recursos dedicados a la enseñanza.

En Godino, Font, Wilhelmi y De Castro (2009) se aborda el estudio sistemático y global de estas nociones teóricas desde la perspectiva del EOS, tratando de identificar sus conexiones y complementariedades, y reconocer nuevos tipos de normas que faciliten el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Figura 5).

Tanto los factores como las normas pueden referirse a las seis facetas que se deben tener en cuenta en el análisis de los procesos de instrucción: epistémica,

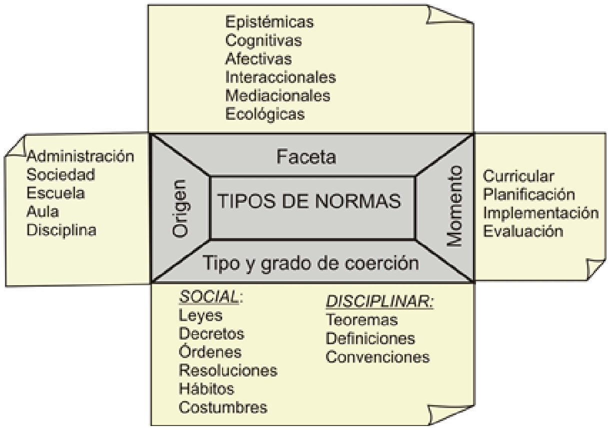

Figura 5. Tipos de normas

Fuente: Godino (2014, p. 38)

cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica.

PEC$_1$: La identificación de la trama de factores y normas que condicionan los procesos de instrucción se considera esencial para:

- Valorar la pertinencia de las intervenciones de profesores y estudiantes, teniendo en cuenta el conjunto de factores y normas que condicionan la enseñanza y el aprendizaje.

- Sugerir cambios en los tipos de normas que ayuden a mejorar el funcionamiento y control de los procesos de instrucción, con vistas a una evolución de los significados personales hacia los significados institucionales pretendidos.

- Identificar formas de actuar sobre algunos factores que influencian el sistema: por ejemplo, maneras de mejorar las actitudes de los alumnos o de atender a los estudiantes con mayor o menor capacidad que el promedio.

3.6. Problema de optimización del proceso de instrucción: criterios de idoneidad didáctica

El fin último de la investigación didáctica es la mejora del aprendizaje y para ello es necesario contar con una serie de criterios que aseguren dicha optimización, como se recoge en la siguiente cuestión:

QOA$_1$. ¿Qué tipo de acciones y recursos se debería implementar en los procesos de instrucción para optimizar el aprendizaje matemático?

La forma que pueden adoptar los conocimientos didácticos es diversa; pueden ser clarificaciones sobre la naturaleza de la práctica matemática y de los sistemas conceptuales mediante la cual se organiza, principios didácticos de actuación preferente, o también recursos instruccionales experimentados y contrastados. De ello se deducen dos principios:

POA$_1$: Los principios y los recursos instruccionales no se consideran como reglas o leyes generales, inferidas de manera positivista, sino como criterios de idoneidad o actuación preferente sobre los cuales se ha generado un cierto consenso en la comunidad de educación matemática.

POA$_2$: Tales criterios tienen que ser aplicados localmente, por lo que se deben adaptar e interpretar por parte del profesor, y se refieren a cada una de las facetas implicadas en los procesos de instrucción matemáticos: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.

En el sistema teórico que configura el EOS se ha incluido la noción de *idoneidad didáctica* como criterio sistémico de optimización de un proceso de instrucción matemática. Se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (*aprendizaje*) y los significados institucionales pretendidos o implementados (*enseñanza*), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (*entorno*). Esto supone la articulación coherente y sistémica de seis facetas: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional (Figura 6).

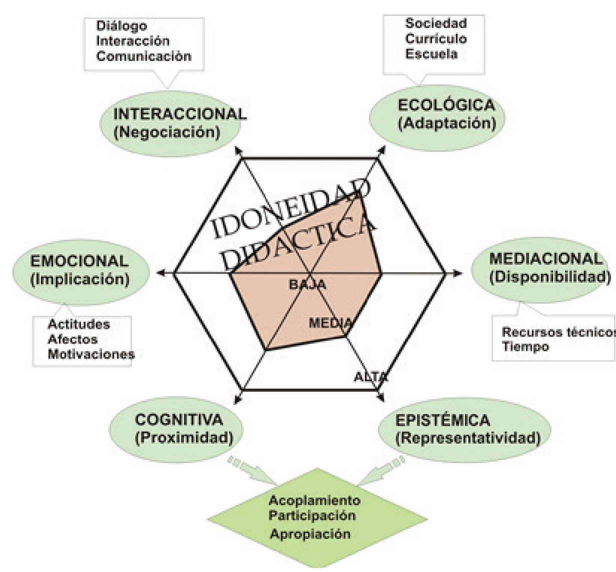

Figura 6. Idoneidad didáctica

Fuente: Godino (2013, p. 116)

El criterio general de idoneidad se ha particularizado para cada faceta, teniendo en cuenta algunos supuestos y herramientas del EOS, y se ha elaborado un sistema de indicadores empíricos de idoneidad para los diversos componentes (Breda, Font y Pino-Fan, 2018; Godino, 2013). Por ejemplo, para la faceta epistémica se puede formular el siguiente criterio parcial:

> POA_3: Los significados de los objetos institucionales pretendidos en cada contexto educativo deben ser una muestra representativa del significado de referencia global del objeto y tener en cuenta las restricciones de los contextos y sujetos implicados.

El logro de una alta idoneidad didáctica requiere un equilibrio entre los diferentes criterios parciales relativos a las distintas facetas, teniendo en cuenta el contexto en que tiene lugar. Supongamos, por ejemplo, que hay consenso en que uno de los criterios es que los alumnos hayan aprendido (criterio cognitivo), que otro sea que se les haya enseñado unas matemáticas relevantes (con resolución de problemas, modelización, etc.) (criterio epistémico) y otro sea que se debe motivar a los alumnos para conseguir su implicación (criterio afectivo). Es relativamente fácil conseguir alguno de estos tres criterios por separado, pero lo que es más difícil y valioso es conseguir un cierto equilibrio entre los tres. Metafóricamente, un barco se hunde si no lleva la carga equilibrada.

La idoneidad es relativa a unas circunstancias temporales y contextuales cambiantes, lo que requiere una actitud de reflexión e investigación por parte del profesor y demás agentes que comparten la responsabilidad del proyecto educativo. Implica la asunción de una racionalidad axiológica en educación matemática que permita el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio y, en definitiva, responder a la pregunta genérica ¿sobre qué aspectos se puede incidir para la mejora progresiva de los procesos de instrucción matemática?

La noción de idoneidad está inspirada en la teoría consensual de la verdad de Peirce (1958) y de sus desarrollos y adaptaciones posteriores realizadas por autores como Apel (1991) y Habermas (1997). En esta teoría, "verdadero" es, en principio, un enunciado para un usuario cuando cree que cualquier otro sujeto racional estaría dispuesto a asignar el mismo predicado al enunciado. La verdad no se piensa en relación a un mundo separado de ideas, no como "conformidad" con ideas trascendentes, sino como aquello que podría ser defendido ante un conjunto de interlocutores y aceptado por ellos.

3.7. Problema de formación de profesores

La investigación en didáctica de las matemáticas, como campo científico y tecnológico, debe abordar el problema de la formación de profesores, como un medio fundamental de incidir sobre la práctica educativa. Esto lleva a la siguiente cuestión:

> *QFP: ¿Qué conocimientos y competencias deberían tener los profesores para optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?*

La perspectiva global sobre la investigación y la práctica de la educación matemática que adopta el EOS lleva a formular los siguientes principios sobre la cuestión de la formación de profesores:

> PFP_1: La formación de profesores debería tener en cuenta las diferentes dimensiones, fases, facetas y niveles de análisis implicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

> PFP_2: Los profesores deben tener los conocimientos didáctico-matemáticos necesarios para analizar y comprender los procesos instruccionales y las competencias profesionales necesarias para una acción idónea sobre dichos procesos.

La Figura 7 resume las dimensiones a tener en cuenta (matemática, didáctica y metadidáctica), las fases del diseño didáctico (estudio preliminar, diseño, implementación y evaluación), las facetas (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) y los niveles de análisis (problemas, prácticas, objetos y procesos). Este sistema de elementos proporciona criterios para categorizar los conocimientos didáctico-matemáticos que deben tener en cuenta los planes de formación de profesores de Matemáticas.

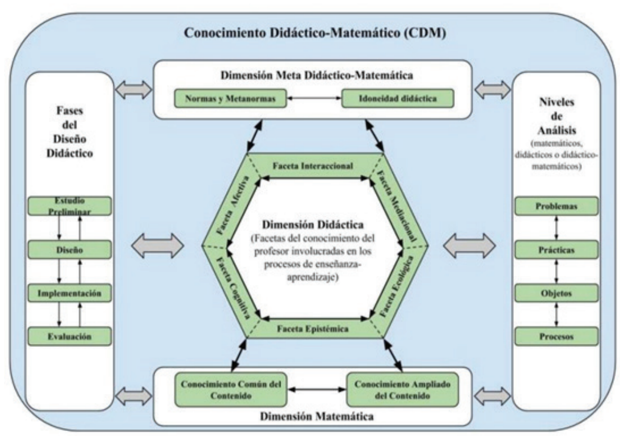

Figura 7. Dimensiones y componentes del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM)
Fuente: Pino-Fan y Godino (2015, p. 103)

La Figura 8 resume las competencias parciales que constituyen la competencia general de análisis e intervención didáctica, las cuales están asociadas al conocimiento y uso competente de las herramientas teóricas del EOS. En este marco, la competencia y el conocimiento se relacionan teniendo en cuenta las conexiones entre práctica y objeto. La práctica, como acción orientada al fin de resolver un problema o realizar una tarea, conlleva una capacidad o competencia por parte del sujeto que la realiza.

Figura 8. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica
Fuente: Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017, p. 103)

4. Reflexiones finales

El EOS asume una concepción amplia de la didáctica como disciplina, al considerar que debe abordar cuestiones descriptivas, explicativas y predictivas, propias del conocimiento científico, y también prescriptivas y valorativas, propias del conocimiento tecnológico. En consecuencia, la didáctica debe proporcionar resultados que permitan la acción efectiva sobre una parcela de la realidad: la enseñanza y aprendizaje de la matemática en los diferentes contextos en que tiene lugar. Además, debe tener en cuenta los cuatro tipos de áreas problemáticas descritas en este trabajo y sus interacciones: epistemológica, ontológica, semiótica-cognitiva, educativa-instruccional, así como la formación de los profesores.

La didáctica puede ofrecer principios provisionales (normas que son llamadas en el EOS criterios de idoneidad) consensuados por la comunidad interesada en la educación matemática, que pueden servir, primero para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje y, segundo, para valorar sus implementaciones. Estos principios y normas son útiles en dos momentos:1) a priori, los criterios de idoneidad orientan cómo se debe llevar a cabo un proceso de instrucción, 2) a posteriori, los criterios sirven para valorar el proceso de enseñanza y aprendizaje efectivamente implementado e identificar posibles aspectos de mejora en el rediseño. Para generar estos principios los investigadores en educación matemática deben dialogar y colaborar con todos los demás sectores interesados en la mejora de la enseñanza de las matemáticas (profesores, padres, administración, etc.). Esto permitirá crear consensos que generen principios para orientar y valorar los procesos de instrucción, con la finalidad de conseguir una enseñanza idónea de las matemáticas. No obstante, la identificación de criterios de idoneidad, tanto generales como específicos, requiere de una agenda de investigación que se abre a discusión y desarrollo en la comunidad de educación matemática.

Por otra parte, la didáctica involucra el estudio de personas en interacción en contextos muy diversos. Están involucrados sistemas complejos, dinámicos, abiertos, heterogéneos, que conllevan múltiples y diversas interacciones. Estos sistemas tienen connotaciones caóticas, donde pequeños cambios pueden dar lugar a grandes desviaciones; los pequeños cambios tienen lugar a nivel micro y, por tanto, deben ser estudiados como posibles factores explicativos de los cambios observables a nivel macro. En consecuencia, la didáctica debe contemplar el uso de unidades de análisis a nivel micro (una tarea o una interacción profesor-estudiante de carácter puntual) y a nivel macro (un campo de problemas, una trayectoria didáctica a largo plazo, el contexto sociocultural).

Agradecimiento:

Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación PID2019-105601GB-I00, EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE) y apoyo del Grupo de Investigación FQM-126 del PAI (Junta de Andalucía, España).

Referencias bibliográficas

Apel, K. O. (1991). *Teoría de la verdad y ética del discurso*. Barcelona: Paidós e I.C.E. de la Universidad de Barcelona.

Bloor, D. (1983). *Wittgenstein A social theory of knowledge*. London: The Macmillan Press.

Blumer, H. (1982). *El interaccionismo simbólico: Perspectiva y método*. Barcelona: Hora (trabajo original publicado en 1969).

Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema, 32*(60), 255-278. https://doi:10.1590/1980-4415v32n60a13

Brousseau, G. (1989). La tour de Babel. *Etudes en Didactique des Mathématiques*. *Article occasionnel n. 2*. Université de Bordeaux II: IREM.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12*(1), 73-112. Recuperado desde http://www.numdam.org/item/PSMIR_1991___S6_160_0/

Cobb, P., y Bauersfeld, H. (Eds.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

D'Amore, B., y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10*(2), 191-218. Recuperado desde http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362007000200002&script=sci_arttext&tlng=en

Font, V., Godino, J. D., y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124. https://doi:10.1007/s10649-012-9411-0

Gascón, J., y Nicolás, P. (2017). Can didactics say how to teach? The beginning of a dialogue between the anthropological theory of the didactic and other approaches. *For the Learning of Mathematics, 37*(3), 26-30. https://doi:10.2307/26548462

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132. Recuperado desde https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720

Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Universidad de Granada. Recuperado desde https://www.ugr.es/~jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf

Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325-355. Recuperado desde https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. *The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2), 127-135. https://doi:10.1007/s11858-006-0004-1

Godino, J. D., Batanero, C., Cañadas, G. R., y Contreras, J. M. (2016). Linking inquiry and transmission in teaching and learning mathematics and experimental sciences. *Acta Scientiae, 18*(4), 29-47. Recuperado desde http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2546/0

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias, 27*(1), 59-76. Recuperado desde https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/132207

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics, 77*(2), 247-265. https://doi:10.1007/s10649-010-9278-x

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, 3*1(57), 90-113. https://doi:10.1590/1980-4415v31n57a05

Habermas, J. (1997). Teorías de la verdad. En J. A. Nicolás, y M. J. Frápoli (Eds.), *Teorías de la verdad en el siglo XX* (pp. 543-596). Madrid: Tecnos.

Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 47*, 87-113. https://doi:10.1023/A:1014031004832

Lesh, R., y Sriraman, B. (2010). Re-conceptualizing mathematics education as a design science. En B. Sriraman, y L. English (Eds.), *Theories of mathematics education. Seeing new frontiers* (pp. 123-146). Heidelberg: Springer.

Peirce, Ch. S. (1958). *Collected papers of Charles Sanders Peirce*. 1931-1935. Cambridge, MA: Harvard UP.

Pino-Fan, L., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma, 36*(1), 87-109. Recuperado desde http://docente.ulagos.cl/luispino/wp-content/uploads/2015/07/2662-6235-1-PB.pdf

Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 40*(2), 317-327. https://doi:10.1007/s11858-008-0090-3

Radford, L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas. En J. Vallès, D. Álvarez, y R. Rickenmann (Eds.), *L'activitat docent. Intervenció, innovació, investigació* (pp. 33-49). Girona, España: Documenta Universitaria.

Steiner, H. G. (1985). Theory of mathematics education (TME): an introduction. *For the Learning of Mathematics, 5*(2), 11-17. Recuperado desde www.jstor.org/stable/40247775

Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Paidós (trabajo original publicado en 1934).

Wittgenstein, L. (1973). *Investigaciones filosóficas.* Barcelona: Crítica (trabajo original publicado en 1953).