

Variáveis no ensino fundamental: uma proposta de abordagem

Variables in elementary School: a proposal for an approach

Diana Simões Ferreira, Elisete da Conceição Quintaneiro Aubin e Viviana Giampaoli.

Universidade de São Paulo, Brasil

Resumo

A probabilidade e estatística está presente na atual proposta curricular do Brasil. Entre os temas que são propostos estão as variáveis estatísticas e as aleatórias. Isto resulta num desafio para os professores. Nesse sentido, o presente trabalho tem como principal objetivo mostrar, por meio de uma atividade simples, como se pode abordar o ensino deste tema fundamental em estatística por meio do currículo em espiral. Uma sessão deste trabalho está destinada a apresentar sucintamente as ideias de Bruner, que afirmam que qualquer assunto pode ser ensinado a uma criança, desde que se leve em conta as etapas do desenvolvimento cognitivo do aluno. Apresentamos uma atividade simples que pode ser aplicada em sala de aula, a qual se inicia coletando, como informação uma característica do aluno, que se trata de uma variável estatística e, gradativamente, e em diferentes níveis de profundidade, se apresenta a noção de variável aleatória.

Palavras chave: Estatística; Currículo; Espiral; Variável Aleatória; Ensino Fundamental.

Abstract

Probability and statistics are included in the Brazil current curricular proposals. Among the themes that are proposed are the statistical and random variables, which is a challenge for teachers. In this sense, the main objective of this work is to show, through a simple activity, how the teaching of this fundamental theme in statistics through the spiral curriculum can be approached. One section of this paper is intended to briefly present Bruner's ideas, which state that any subject can be taught to a child by considering the stages of the student's cognitive development. We present a simple activity that can be applied in the classroom, which begins by collecting information from a characteristic of the student, which is a statistical variable and, gradually, and at different levels of depth, introduce the notion of random variable.

Keywords: Statistics; Curriculum; Spiral; Random Variable; Elementary School.

1. Introdução

No Brasil foi aprovada recentemente a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Ministério da Educação, 2017) que é um documento de caráter normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais com os quais se espera que os (as) alunos (as) desenvolvam os conhecimentos, competências e habilidades ao longo das etapas e modalidades da educação básica. Na área de matemática no ensino fundamental, a estatística e a probabilidade aparecem junto com um campo que deve ter articulação com os outros campos de aritmética, álgebra, geometria.

Esta situação segue a tradição de outras diretrizes curriculares em países ocidentais, como, por exemplo, os padrões do NCTM (2000) ou o currículo espanhol (MECD, 2014) que também dão grande peso à estatística e à probabilidade.

Pode-se ler no Ministério da Educação, 2017 p. 272:

Ferreira, D. S., Aubin, E. C. Q. y Giampaoli, V (2019). Variáveis no ensino fundamental: uma proposta de abordagem. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática Probabilidade e Estatística. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações – problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos *bem fundamentados e tomar as decisões adequadas*. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (Ministério de Educação, 2017- Grifo nosso)

Para que o(a) aluno(a) consiga ter a habilidade de realizar julgamentos críticos como pretendido na base, é necessário que o ensino de estatística não se resuma ao tratamento usual, que consiste em realizar cálculos, aplicar fórmulas e realizar leituras de informações prontas. Para que este seja de alguma maneira efetivo deve ir além, por exemplo, com a descrição de experimentos aleatórios, análise crítica de informações provenientes de pesquisas ou da mídia, realizando conexões com o processo geral que gerou as hipóteses ou questionamentos.

Um problema é que no geral na literatura brasileira, nos livros, a estatística e probabilidade são quase sempre apresentadas como relacionadas a jogos de azar e não se baseiam em dados de situações cotidianas, em que os próprios alunos poderiam formular, estudar e analisar segundo seus próprios interesses. Espera-se que o ensino de estatística se torne mais presente durante as aulas de matemática do ensino básico e para isso é fundamental na formação dos(as) professores(as) uma análise criteriosa de como estes temas são abordados. Apesar de ter sido destacada sua finalidade em diversos documentos oficiais desde os Parâmetros Curriculares Nacionais, Ministério de Educação (1998), a estatística estava considerada apenas como fazendo parte do bloco de conteúdo chamado tratamento da informação tendo apenas um escopo de demanda social.

As articulações dos conceitos do campo da estatística e probabilidade ao longo das séries da educação básica, e destes com outras áreas, enunciados na BNCC podem representar uma barreira para o professor de matemática. Assim esperamos que este trabalho possa contribuir como uma alternativa para a superação deste tipo de obstáculos. Na tentativa de mostrar a aprendizagem por descoberta neste trabalho, apresentamos um exemplo de atividade de acordo com o modelo de currículo em espiral proposto por Bruner (1973) analisando cada etapa. O objetivo principal é evidenciar que é possível desenvolver atividades que contemplem o currículo em espiral, seja de um conceito numa determinada série, seja no currículo escolar ao longo das séries, sendo que a partir de ideias intuitivas, é possível chegarmos a pensamentos analíticos, sempre retomando os temas abordados anteriormente, considerando diversas representações em diferentes graus de profundidade.

2. Considerações teórico-metodológicas

A variável aleatória é, de acordo com Heitele (1975), uma idéia estocástica fundamental. Essas idéias são analisadas por Batanero (2004), que indica que sua importância se deve aos seguintes pontos:

- São conceitos que desempenham um papel importante no desenvolvimento da Probabilidade como uma teoria matemática; espera-se então que eles também contribuam para a compreensão da probabilidade dos alunos.

- Eles são contra-intuitivos e não se aprendem espontaneamente, a menos que sejam ensinados. Mas eles podem ser ensinados com o nível apropriado da escola.
- Aparecem em muitas situações cotidianas, portanto, eles podem ser aplicados com frequência.

É interessante notar que no Brasil, na BNCC em nenhum momento é citado de forma explícita o conceito de variável aleatória, enquanto que nos NCTM (2000), apesar de ser somente do 9º ao 12º ano (High School), é citado de forma explícita o termo variável aleatória “calcular e interpretar o valor esperado de variáveis aleatórias em casos simples.” (tradução nossa).

Para elaborarmos a atividade apresentada adiante, nos apoiamos nas ideias em Bruner (1973) e em Heitele (1975), que se baseou nos conceitos de Bruner, para afirmar que a ideia central do ensino de probabilidade e estatística fosse a variável aleatória. A aprendizagem em espiral compreende, no mesmo conteúdo, sendo apresentado mais de uma vez, mas em diferentes níveis de aprofundamento segundo a etapa do desenvolvimento do aluno.

Segundo Bruner (1973), é possível ensinar qualquer assunto, de uma maneira intelectualmente honesta, a qualquer criança em qualquer estágio de desenvolvimento desde que sejam levadas em conta as diversas etapas do desenvolvimento intelectual do aluno. Neste processo o papel do educador é fundamental para facilitar e ordenar os processos de representação por parte do aluno, estimulando a que este explore novas alternativas. Pode-se pensar que há três fatores envolvidos no processo de exploração de alternativas: a ativação (a qual dá início ao processo, por exemplo, a curiosidade), manutenção e direção. Bruner ainda afirma que um currículo, à medida que se desenvolve, deve voltar repetidas vezes a essas ideias básicas, elaborando e reelaborando-as, até que o aluno tenha captado inteiramente a sua completa formulação sistemática. Cada conteúdo é abordado, a princípio, em sua essência, com suas características mais importantes para, finalmente, ser explorado em outros contextos, na maioria deles como ferramenta para resolver parte de uma situação-problema mais complexa, servindo como uma das bases que irão sustentar um novo conceito.

Para Batanero (2004) as ideias fundamentais estatísticas podem ser apresentadas à criança em cada estágio de seu desenvolvimento, fornecendo-lhes modelos explicativos dos fenômenos do acaso que eles observam, que são suficientes nesse estágio.

É importante que a cada retomada a determinado conteúdo, as atividades propostas pelo professor proporcionem situações que estimulem o aluno a refletir, conjecturar, inferir, estimar, demonstrar, provar, relacionar, analisar, estabelecendo novas relações e não apenas calcular e efetuar. O(a) professor(a) terá a responsabilidade da planificação, de como o material será apresentado, considerando a sequência dos mesmos, tendo ainda que estar atento à manutenção da motivação e predisposição dos alunos para resolver os problemas. Assim, a maior preocupação está focada em como os conteúdos serão apresentados ao aluno e ao tipo de metodologia que o(a) professor(a) irá utilizar, pois por meio do pensamento intuitivo o aluno poderá chegar a soluções que não conseguiria usando apenas o pensamento analítico. No entanto, uma vez conseguido que o(a) aluno(a) chegue à solução pelo pensamento intuitivo, de maneira gradual e de acordo com as possibilidades, a solução deve ser verificada por métodos analíticos.

Através do pensamento intuitivo, o indivíduo poderá, muitas vezes, chegar a soluções para problemas que não conseguiria alcançar de modo algum ou, quando muito, só mais lentamente, através do pensamento analítico. Uma vez conseguidas por métodos intuitivos, essas soluções deverão, se possível, ser verificadas por métodos analíticos, sendo ao mesmo tempo respeitadas como hipóteses válidas para tal verificação. Realmente, o pensador intuitivo pode até mesmo inventar ou descobrir problemas que o analista não descobriria. Poderá ser, contudo, o analista, quem irá dar aos problemas o formalismo conveniente. (Bruner, 1973, p. 54)

Enfatizando que, segundo Bruner (1973), os pensamentos intuitivo e analítico se completam. Ele não aponta nenhuma ordem como começar do intuitivo e chegar ao analítico, mas sim uma harmonia entre ambos. Bruner afirma que a linguagem não é apenas o meio de comunicação e sim um instrumento que possibilita organizar e ordenar o meio, destacando assim a importância da linguagem adequada no processo de ensino. A seguir, dois esquemas que resumem o modelo do currículo em espiral de maneira simplificada (Figura 1).

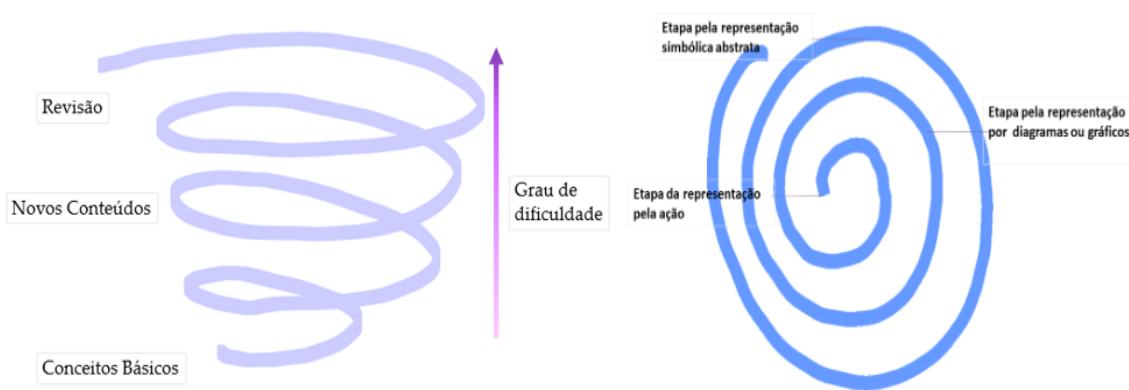


Figura 1. Esquema representando currículo em espiral

3. Exemplo de atividade

Um mesmo tema motivador pode ser usado a longo do percurso escolar em que o grau de aprofundamento sobre o mesmo aumenta, mas também com objetivos de aprendizagem diferentes. No NCTM (2000), p.66 se apresenta uma sequência em que o clima é o tema central e sobre o qual informações serão coletadas ao longo das séries. Alunos da escola infantil podem coletar dados sobre o tempo, registrando os dias chuvosos, nebulosos ou ensolarados. Eles posteriormente poderão contar os dias, generalizar sobre as condições climáticas para poder realizar previsões para o futuro. Já os alunos do 3^a à 5^a série podem usar a Internet para coletar e analisar dados sobre chuva, desmatamento e outros fenômenos que dependam do clima.

A seguir está um exemplo de atividade possível para colocar as ideias anteriores em prática, mas a diferença do exemplo anterior não se propõe um aumento necessariamente na complexidade do tipo de dados que será coletado e sim na condução da atividade para conseguir abordar os conceitos matemáticos cada vez de maneira mais aprofundada.

Suponha que temos uma classe fictícia de 40 alunos, cujos primeiros nomes estão apresentados na Tabela 1. Em uma primeira etapa da atividade o(a) professor(a) poderá despertar a curiosidade dos alunos dizendo se o nome dele(a) é “mais extenso” ou “menos extenso” que qualquer outro nome dos alunos da sala. Começará ali a discussão do significado atribuído à palavra extenso, e a turma poderá chegar ao consenso que

depende do número de letras. A seguir o(a) professor(a) começa pedindo que cada aluno(a) informe a quantidade de letras de seu primeiro nome, sem se importar qual este seja, ainda que existam nomes repetidos e, na lousa, o(a) professor(a) poderá ir marcando, isto é registrando a resposta de cada aluno, informalmente, sem contagem, para que toda turma acompanhe, conforme apresentado na Tabela 2 para a turma fictícia.

Tabela 1. Lista de primeiros nomes dos 40 alunos(as) de uma turma fictícia de 7º ano

Primeiro Nome	Primeiro Nome	Primeiro Nome	Primeiro Nome
1. Alexandre	11. Clara	21. Isabela	31. Lucas
2. Alessandro	12. Eduardo	22. Izabelli	32. Luiza
3. Alice	13. Evelyn	23. Joao	33. Maria
4. Ana	14. Francisco	24. Kamilly	34. Micael
5. Ana	15. Gabriel	25. Kauan	35. Mikaella
6. Antonio	16. Gabriel	26. Kaue	36. Nicolas
7. Arthur	17. Gabriela	27. Kayllane	37. Raissa
8. Beatriz	18. Gabrielli	28. Larissa	38. Rebeca
9. Beatriz	19. Geovanna	29. leonardo	39. Samara
10. Bianca	20. Igor	30. Lucas	40. Tiago

Tabela 2. Quantidade de alunos que possuem determinado número de letras no nome

Número de letras do primeiro nome	Quantidade de alunos(as) que possui esse número de letras no primeiro nome
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Em seguida, procede a contagem que ocorreu em cada quantidade diferente de letras para apresentar a Tabela 3 a seguir.

Tabela 3. Distribuição do número de letras do 1º. nome

Número de letras do 1º. Nome	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Quantidade de alunos que possui esse nº. de letras no 1º. nome	2	3	7	8	10	6	3	1	40

Notemos que até esta etapa trata-se de um estudo descritivo, pois todos os alunos da turma estão sendo questionados em relação ao número de letras de seu nome e, assim, esta característica é a variável de interesse, que é chamada variável estatística, e trata-se, neste caso, de uma variável de tipo quantitativo. Observe que questões relacionadas à aleatoriedade ainda não foram abordadas.

Nesta etapa pode-se pensar em formular um problema: determinar qual é número total de letras dos nomes dos alunos de toda a sala. A partir da Tabela 3, o professor poderá

trabalhar o campo da álgebra apresentando o valor numérico de uma expressão algébrica. Se se denota L : número de letras do nome, Q : número de alunos com a quantidade L de letras no nome e T : número total de letras para um grupo de alunos com L letras no nome, quantos valores assume L ? Que significa a equação $T=L \times Q$? Por exemplo, $6=3 \times 2$ se observaram um total de 6 letras porque na sala há 2 alunos com 3 letras no nome. Por outro lado, $T=48$ foi observado porque houve 8 alunos com nome de 6 letras e porque também na sala houve 6 alunos com um nome de 8 letras.

Será interessante que, neste momento o professor se questione e reflita, qual é a diferença entre as variáveis algébricas L e Q . No campo da álgebra, ambas representam objetos similares, entretanto, do ponto de vista estatístico são diferentes, L - número de letras do nome, resulta da observação de uma característica de um determinado aluno, enquanto que, Q - quantidade de alunos, tem sua origem na contagem de alunos com essa característica, que é o que se chama de frequência, notando que a quantidade de alunos total (40) já é conhecida ou fixa no início da atividade, enquanto que o número total de letras (256) é desconhecido. Assim, na Tabela 3 apenas o número de letras do nome é a variável estatística. A discussão deste simples exemplo pode auxiliar ao professor a entender a diferença entre a nomeação e o uso do termo variável nos campos da álgebra e de probabilidade e estatística.

Neste momento, o professor pode questionar ou chamar atenção dos(as) alunos(as) que a característica que está sendo analisada de cada aluno não é o nome e sim a quantidade de letras de seu nome. Se fosse o nome, seria uma variável qualitativa. Gênero e mês de aniversário, por exemplo, são ambas características qualitativas. Espera-se que os alunos, com alguma ajuda do professor, percebam que o que cada aluno responde é um número, que é a quantidade de letras do seu primeiro nome, que nessa turma fictícia variou de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

Identificada a variável quantitativa, o(a) professor(a) pode realizar algumas das indagações: qual tamanho do primeiro nome é o mais frequente; e o que é o menos frequente; quantas letras têm o maior nome (que corresponde ao máximo valor da variável); qual é o número de letras do nome mais curto (que corresponde ao mínimo da variável). Desta maneira podem ser apresentadas as noções de variabilidade e de amplitude.

Neste exemplo de variável quantitativa, algumas outras quantidades podem ainda ser de interesse; poderia perguntar quantos alunos têm 7 letras ou mais no seu primeiro nome. Quantos(as) alunos(as) têm até 5 letras (ou de forma diferente, quantos alunos têm 5 letras ou menos?).

Os resultados da Tabela 3 poderão ser representados por um gráfico, como o apresentado na Figura 2.

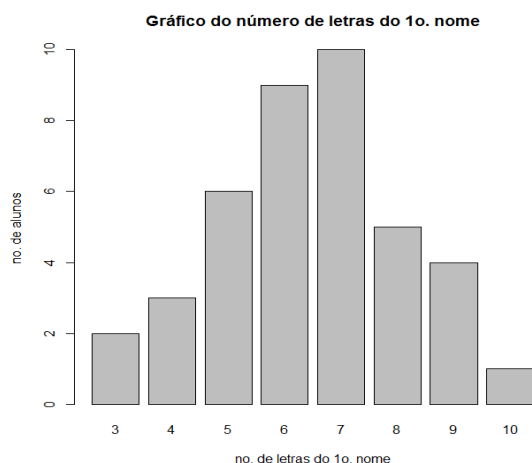


Figura 2. Gráfico do número de letras do 1º nome da turma fictícia

Este exemplo poderá ser também trabalhado com alunos do 7º. ano do ensino fundamental.

Pode-se dar início à apresentação da noção de incerteza e probabilidade, questionando se sortearmos uma pessoa do Brasil podemos saber quantas letras terá seu primeiro nome? Por exemplo, Juvenaldina, tem 11 e Eraldonclóbes tem 12 letras. Suponhamos que ela nasceu em 2002, ano em que o Brasil foi campeão da Copa, o número 7 tem uma maior probabilidade pelo nome Ronaldo?

A seguir se pode formular a experiência ou ação de sortear uma pessoa no Brasil, decidir que será um “evento pouco provável” que o nome tenha mais de 15 letras, e é impossível nome com uma letra.

Apenas posteriormente, se pode definir uma nova experiência de sortear um(a) aluno(a) da turma, e decidir o que é mais provável, o aluno ter 7 letras ou 8 letras no primeiro nome? Espera-se que o(a) aluno(a) responda da observação da tabela de frequências.

Nesta outra etapa, o(a) professor(a) poderá motivar os alunos a escrever todos os resultados possíveis do experimento – sortear um(a) aluno(a) da turma e verificar o número de letras. O resultado será o espaço amostral $\Omega = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

A seguir o(a) professor(a) pode formular a seguinte questão: podemos definir o espaço amostral do experimento que consiste em sortear uma pessoa no Brasil? Quantos elementos este teria? Todos os elementos são igualmente prováveis?

Agora se pode propor que se faça o seguinte experimento, que chamaremos de experimento aleatório: sortear 5 alunos da turma e repetir o experimento 3 vezes registrado o número de letras obtido em cada caso. Os resultados obtidos em cada repetição do experimento aleatório foram os seguintes mostrados nas Tabelas 4 – 6.

Tabela 4. Repetição 1		Tabela 5. Repetição 2		Tabela 5. Repetição 6	
Micael	6	Alice	5	Samara	6
Luiza	5	Eduardo	7	Eduardo	7
Antonio	7	Isabela	7	Raissa	6
Francisco	9	Igor	4	Nicolas	6
Mikaella	8	Leonardo	8	Tiago	5

As tabelas de frequência para a variável número de letras de cada uma das repetições do experimento estão apresentadas a seguir na Tabela 7.

Tabela 7. Tabela representando o número de letras do nome de cada aluno, nas 3 repetições do experimento aleatório

Número de letras do 1º nome	4	5	6	7	8	9
Repetição 1	0	1	1	1	1	1
Repetição 2	1	1	0	2	1	0
Repetição 3	0	1	3	1	0	0
Total	1	3	9	4	10	1

O(a) professor(a) pode motivar a reflexão sobre a variação dos resultados segundo a repetição, perguntando o número de letras mais frequente é o mesmo em todas as repetições? Na turma, o número 7 foi o que teve uma frequência maior, por que isto não ocorreu nas repetições?

A seguir o(a) professor(a) pode formular a seguinte situação problema: o que aconteceria caso se realizasse 10 repetições e o nome Francisco aparece em todas elas?

Isto motivará a reflexão de como trabalhar com frequências não é suficiente para a atribuição de probabilidades. Assim, o(a) professor(a) poderá apresentar o conceito de equiprobabilidade, probabilidade clássica e frequentista, pois existem situações dentro desta atividade que permitem abordar estes temas que já foram apresentadas.

Logo, o próximo passo será a apresentação da definição de variável aleatória, uma vez que já foram abordados os conceitos de experimento, espaço amostral e de probabilidade atribuída a cada letra, que irá, assim, transformar a variável característica em variável aleatória.

Para finalizar, notemos que o(a) professor(a) poderá, com esta atividade, apresentar a noção de censo, quando se considera todos os(as) alunos(as) da turma, e de amostra, ao realizar o experimento de maneira repetida, ou ao sortear uma pessoa do Brasil. Também de maneira organizada e estabelecendo relações poderá abordar os conceitos de variável estatística e variável aleatória.

As diferentes etapas desta atividade poderão ser desenvolvidas numa única série ou em várias ao longo do tempo, segundo seja o currículo escolar adotado.

Ainda neste exemplo, para finalizar, o(a) professor(a) poderá pedir para que o(a) aluno(a) contabilize as palavras diferentes de uma charge, ou um texto curto, como um conto ou poema. Poderá motivar os(as) alunos(as) a pesquisar dois autores, um deles que use muitas palavras e outro que use menos palavras diferentes em poemas, relacionados com um mesmo tema, por exemplo, o amor. Com esta atividade o(a) professor(a) poderá analisar as diferenças entre as características de movimentos literários diversos.

4. Conclusão e considerações finais

Por meio de uma atividade de simples execução em várias etapas, mostramos como é possível apresentar, utilizando um currículo em espiral, o conceito de variável estatística, seguido das ideias básicas de probabilidade. Abordagens simples de conceitos, como aleatoriedade e espaço amostral, podem ser apresentados sem

formalizações, sendo que estas podem resultar pouco adequadas para o nível de escolaridade. Seguindo um percurso, isto é, um currículo de maneira gradativa, pode-se apresentar a noção de variável aleatória.

Neste processo mostramos como é possível abordar também, gradualmente e de forma adequada, além dos conteúdos, suas representações.

Referencias

- Batanero, C. (2004). Ideas estocásticas fundamentales. ¿Qué contenidos se debe enseñar en la clase de probabilidad? En J. A. Fernández (Ed.), *Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 9-30). Braga: Universidad de Minho.
- Bruner, J. S. (1973). Organization of early skilled action. *Child development*, 1-11.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.
- Ministério de Educação (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. – Brasília: MEC/SEF.
- Ministério de Educação (2017). *Base nacional comum curricular (BNCC) para a educação infantil e o ensino fundamental*. Brasília.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte MECD (2014). *Real decreto por el que se establece el currículo básico de la educación primaria*. Madrid: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics, NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA:NCTM.