



# TÉCNICAS ESTADÍSTICAS APLICADAS EN NUTRICIÓN Y SALUD

Contrastes de hipótesis paramétricos para una y varias muestras: contrastes sobre la media, varianza y una proporción. Contrastes sobre la diferencia de medias, razón de varianzas y diferencia de proporciones

Dra. Fátima Olea Serrano

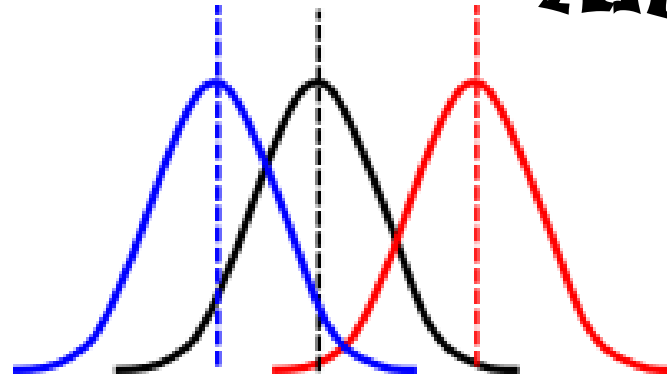
Departamento de Nutrición y Bromatología. UGR

**ANOVA**

**ANOVA**

**ANOVA**

**ANOVA**



**ANOVA** ANOVA

**ANOVA**

**ANOVA**

**ANOVA**

**ANOVA**

Dra. Fátima Olea Serrano  
Catedrática de Nutrición y Bromatología UGR

El análisis de la varianza (ANOVA, ANalysis Of VAriance, según terminología inglesa) es una colección de modelos estadísticos y sus procedimientos asociados, en el cual la varianza está particionada en ciertos componentes debidos a diferentes variables explicativas.

Se conoce también como "Anova de Fisher", debido al uso de la distribución F de Fisher como parte del contraste de hipótesis

ANOVA no compara varianzas, sino medias

Cuando se quiere comparar los resultados de K 'tratamientos' o 'factores' con respecto a la variable dependiente o de interés

El análisis de la varianza permite contrastar

- la hipótesis nula de que las medias de K poblaciones ( $K > 2$ ) son iguales, *frente a*
- la hipótesis alternativa de que por lo menos una de las poblaciones difiere de las demás en cuanto a su valor esperado.

El ANOVA requiere el cumplimiento los siguientes supuestos:

- Las poblaciones presenta distribuciones normales.
- Las K muestras sobre las que se aplican los tratamientos son independientes.
- Las poblaciones tienen todas igual varianza (homoscedasticidad).

El ANOVA es un método paramétrico

Cuando no se cumplan las condiciones de aplicación, se dispone de una técnica no paramétrica que es el test de Kruskal-Wallis.

Comparación de k medias independientes ( $H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ )

<u>Método paramétrico</u>	<u>Método no paramétrico</u>
ANOVA de una vía	Test de Kruskal-Wallis

Su hipótesis nula ( $H_0$ ) establece la igualdad de tres o más medias poblaciones y se puede formular así:

Hipótesis nula =  $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$

Hipótesis alternativa = al menos una de las medias es distinta

El ANOVA contrasta la hipótesis nula de que las **tres o más poblaciones de las que proceden los grupos tienen idéntica media.**

La hipótesis alternativa no es que un grupo en concreto sea superior a otro. **simplemente que los grupos son distintos entre sí** (heterogeneidad de medias).

Si la hipótesis nula fuese cierta, ¿cuál sería la probabilidad de que las medias de las muestras difiriesen tanto o más que lo observado? La respuesta se obtiene por el valor p

p se calcula un cociente entre:

efecto debido a la pertenencia a los grupos  
dispersión debida al azar (error aleatorio)

Si se rechaza  $H_0$ : se sabe que hay diferencias entre grupos,

Para estimar entre qué grupos hay diferencias Se desarrollan procedimientos para comparar grupos después del ANOVA se les llaman contrastos

## Pasos para calcular la tabla del ANOVA

### A. Calcular las sumas de cuadrados

"suma de cuadrados" (SC) : cuadrado de la diferencia entre cada valor y la media:

$$SC = \sum(x_1 - x_2)^2.$$

La varianza equivale al cociente entre suma de cuadrados y grados de libertad, es decir

$$s_2 = SC/N - 1.$$

Suma de los cuadrados total:  $SCT = (N-1) s^2_T$   $s^2_T$  Desviación estándar total

Suma de cuadrados dentro de cada grupo RESIDUAL:  $SCR = \sum(n_1-1) s^2$

Suma de los cuadrados entre grupos:  $SCE = SCT - SCR$

### B. Calcular los grados de libertad

Grados de libertad TOTAL =  $N - 1$

Grados de libertad Residual =  $N - k$

Grados de libertad Entre Grupos =  $K - 1$

( $N$  = tamaño muestral total) ( $k$  - número de grupos)

### **C. Calcular las varianzas**

Son el cociente entre cada suma de cuadrados y sus grados de libertad. Se calculan dos varianzas:

$$\text{Varianza Residual} = \text{SCR}/(\text{N} - k)$$

$$\text{Varianza Entre Grupos} = \text{SCE}/(k - 1)$$

### **D. Obtener el valor de F y construir la tabla**

El valor de F, que resulta del cociente de la varianza entre grupos dividida *entre la varianza residual*

$$F = \text{Varianza entre grupos} / \text{varianza residual}$$

(se llama F en honor de Fisher, que lo describió)

## **E. Hallar el valor p de significación estadística a partir de la F encontrada**

Para cada valor de F existe un valor de p,  
pero se deben tener en cuenta los grados de libertad de la F

### **El valor p lleva a decidir si se rechaza o no la hipótesis/nula**

p: probabilidad de hallar unas medias de los grupos tan diferentes entre sí como las observadas.

Cuando  $p < 0,05$  se rechazará  $H_0$

que establecía la igualdad o homogeneidad de medias.

Se interpreta como una evidencia a favor de la heterogeneidad de medias.

Si  $p > 0,10$  no se podrá rechazar la hipótesis nula.

## CONDICIONES DE APLICACIÓN DEL ANOVA

Se deberán cumplir unas condiciones de aplicación para que los resultados del ANOVA puedan considerarse válidos,

En caso contrario se aplicara e l test de Kruskal-Wallis.

Estas condiciones son:

### A) Tipos de variables:

1)La variable dependiente debe ser cuantitativa (numérica).

La variable dependiente es la variable cuya media se quiere comparar

2)La variable independiente es el factor o variable de agrupación será cualitativa (categórica).

Es el factor que clasifica las observaciones en diferentes grupos

## .....CONDICIONES DE APLICACIÓN DEL ANOVA

### B )Normalidad:

Los datos de la variable dependiente seguirán una distribución normal o de Gauss

Pero es mas importante es que la distribución de los residuales se aproxime a una normal.

Residuales: diferencia entre cada valor individual y la media de su grupo  
cada uno de los elementos que se elevan al cuadrado para construir la suma de cuadrados residual.

### **Normalidad comprobada conSPSS.**

**Primero se calculan las medias específicas de cada grupo "Analizar" → "Estadísticos descriptivos" → "Explorar").**

**Luego, se crea una variable "Transformar" → "Calcular, a la que llamaremos residual, restando a la variable la media de su grupo.**

## .....CONDICIONES DE APLICACIÓN DEL ANOVA

### C) Homogeneidad de varianzas u homoscedasticidad

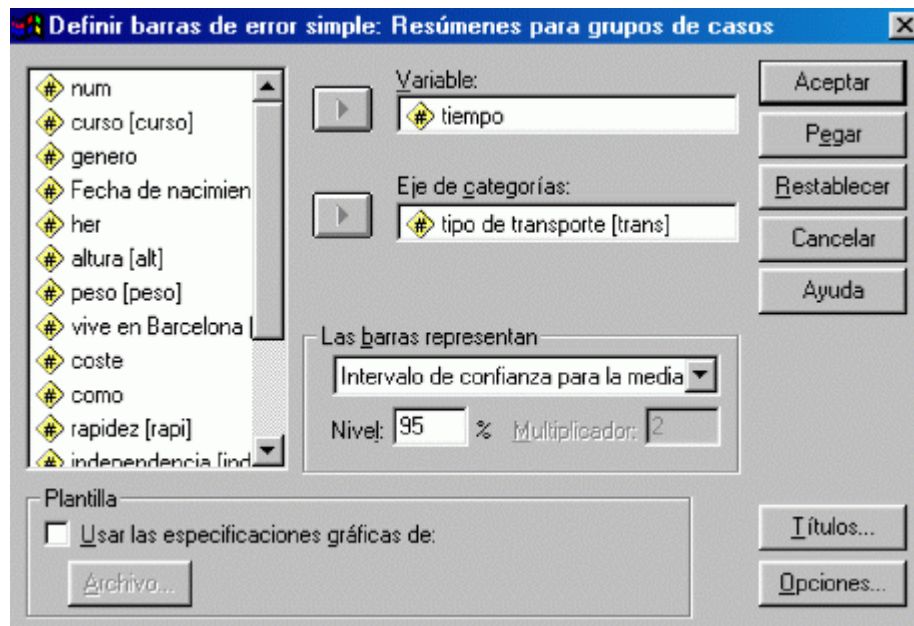
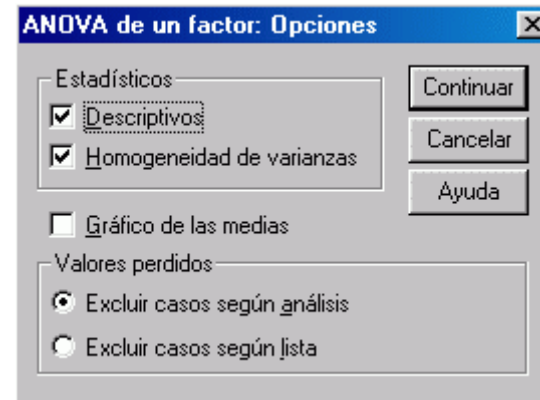
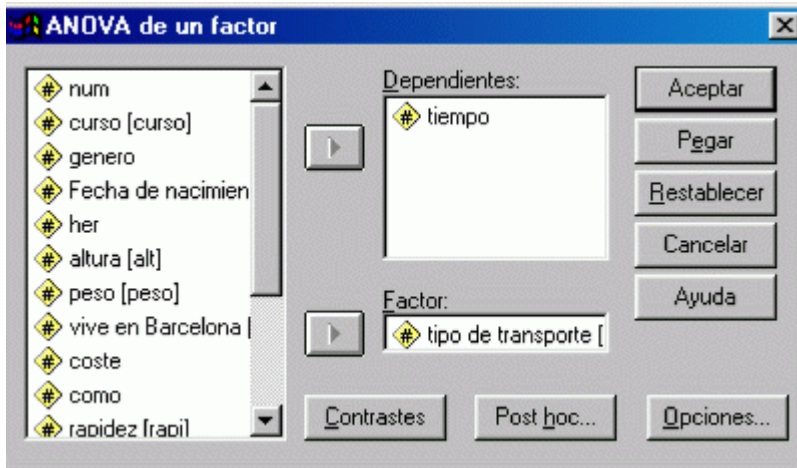
Las varianzas de cada grupo deben ser homogéneas

las dispersiones de los datos no deben diferir entre los grupos a comparar.

**Esto se comprueba en SPSS con el test de Levene, que —en principio— debe ser no significativo.**

Cuanto mayor sea el tamaño de muestra, menos importante es asegurar que no haya desviación de la normalidad o de la homogeneidad de varianzas;

se puede ser menos restrictivo en estos supuestos si se cuenta con gran tamaño muestral y todos los grupos a comparar son del mismo tamaño.



Imágenes con SPSS

Descriptivos									
		N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
imc	primavera	52	23,6894	4,34589	,60267	22,4795	24,8993	16,90	39,86
	verano	26	22,9029	3,35894	,65874	21,5462	24,2596	17,72	29,74
	otoño	41	22,7845	3,35537	,52402	21,7254	23,8435	17,77	31,08
	invierno	40	23,6539	4,55476	,72017	22,1973	25,1106	18,73	38,97
	Total	159	23,3185	4,00360	,31751	22,6914	23,9456	16,90	39,86
Energia	primavera	52	2801,276	584,8511	81,1043	2638,453	2964,100	1476,4	4676,5
	verano	27	2625,320	479,4578	92,2717	2435,653	2814,987	1659,3	3559,4
	otoño	41	2879,042	419,1029	65,4529	2746,757	3011,327	2065,0	4037,3
	invierno	42	2816,667	478,5498	73,8418	2667,540	2965,794	1754,8	3949,5
	Total	162	2795,622	504,1777	39,6119	2717,396	2873,848	1476,4	4676,5
pesoniño	primavera	49	3355,31	497,079	71,011	3212,53	3498,08	2070	4420
	verano	25	3331,20	402,868	80,574	3164,90	3497,50	2500	4220
	otoño	39	3135,13	446,854	71,554	2990,27	3279,98	2230	4030
	invierno	42	3139,95	490,216	75,642	2987,19	3292,71	1800	4020
	Total	155	3237,66	476,076	38,239	3162,12	3313,21	1800	4420

## Ejemplo1 Estudio de embarazadas y características niños

### Prueba de homogeneidad de varianzas

	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
imc	,579	3	155	,630
Energia	1,354	3	158	,259
pesoniño	,391	3	151	,760

### ANOVA de un factor

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
imc	Inter-grupos	27,838	3	9,279	,574	,633
	Intra-grupos	2504,719	155	16,159		
	Total	2532,557	158			
Energia	Inter-grupos	1088652,969	3	362884,323	1,439	,233
	Intra-grupos	39836762,727	158	252131,410		
	Total	40925415,696	161			
pesoniño	Inter-grupos	1707895,883	3	569298,628	2,590	,055
	Intra-grupos	33196022,672	151	219841,210		
	Total	34903918,555	154			

## **CONTRASTES: COMPARACIONES A PRIORI**

Cuando el ANOVA resulta estadísticamente significativo la conclusión será que las medias de los distintos grupos son diferentes entre sí.

El ANOVA sólo concluye que hay diferencias en general, y no indica específicamente donde están dichas diferencias. ¿Cómo buscarlas? Se pueden utilizar dos métodos:

1. Comparaciones *a priori*
2. Comparaciones *a posteriori* ("post hoc")

1. Comparaciones a priori: son las que se planifican antes de iniciar el análisis de los datos.

Se realizarán sólo algunas comparaciones, las más interesantes para el objetivo de la investigación.

Esta opción viene de planificar bien la investigación antes de recoger los datos.

Supone hacer lo más explícitas posibles las hipótesis y evita el recurso automático de comparar "todo" con "todo".

# CONTRASTES: COMPARACIONES A POSTERIORI

## 2. Comparaciones a posteriori ("post hoc"):

todas las posibles comparaciones de medias (2 a 2) y se realizan cuando no se ha planificado la investigación y el resultado del ANOVA sugiere rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias.

Se pueden hacer  $k(k-1)/2$  contrastes dos a dos.

Si hay tres grupos ( $k = 3$ ), se podrán hacer tres comparaciones ( $3 \times 2 / 2$ ),

Si hay cuatro, se podrán hacer seis comparaciones ( $4 \times 3 / 2$ ),

Si hay cinco grupos se podrán hacer diez comparaciones ( $5 \times 4 / 2$ ),

## CONTRASTES A POSTERIORI (POST HOC): COMPARACIONES MÚLTIPLES

Son todas las posibles comparaciones de medias entre parejas de grupos, con el fin de identificar dónde está la diferencia o diferencias causantes de que se rechace la hipótesis nula en el primer paso del ANOVA.

Se deben aplicar los contrastes *a posteriori* cuando no haya ninguna forma lógica de agrupar o combinar varias categorías conjuntamente y se deseen hacer todas las comparaciones por parejas.

Por ejemplo, cuando se comparan los efectos de varios tratamientos que son absolutamente diversos unos de otros y no se pueden hacer conjuntos coherentes entre ellos, ya que no guardan ninguna relación entre sí.

El máximo número de comparaciones posibles por parejas que se pueden hacer en un análisis de la varianza depende del número de grupos que existan

Los tests post hoc suelen "penalizar" los valores p de significación estadística, ya que al haberse hecho muchas comparaciones, puede que alguna resulte significativa simplemente por azar

Existen numerosos procedimientos, no hay un acuerdo universal sobre cuál se debe utilizar.

Los más clásicos y conocidos son el de Bonferroni y el de Scheffé .

Test de Tamhane, indicado cuando se desean comparar grupos con varianzas heterogéneas.

### **Procedimiento de Bonferroni**

Hallar una  $p = 0,05$  suele conducir al rechazo de la hipótesis nula, pero esto supondría, que simplemente por azar, una de cada 20 comparaciones que se efectúen saldría significativa y se rechazaría la hipótesis nula siendo cierta (error tipo 1).

El procedimiento de Bonferroni controla el error global que puede cometerse al hacer un determinado número de comparaciones por pares.

Sólo se consideran significativos aquellos valores de p inferiores al error global que se desea cometer dividido por el número de comparaciones



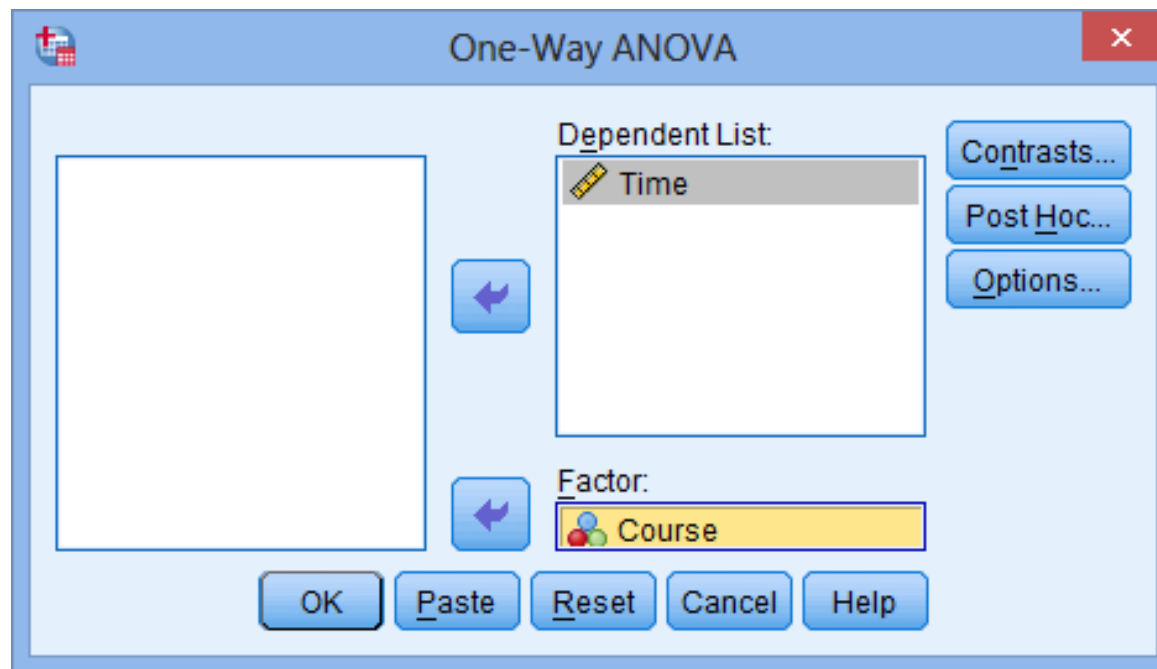
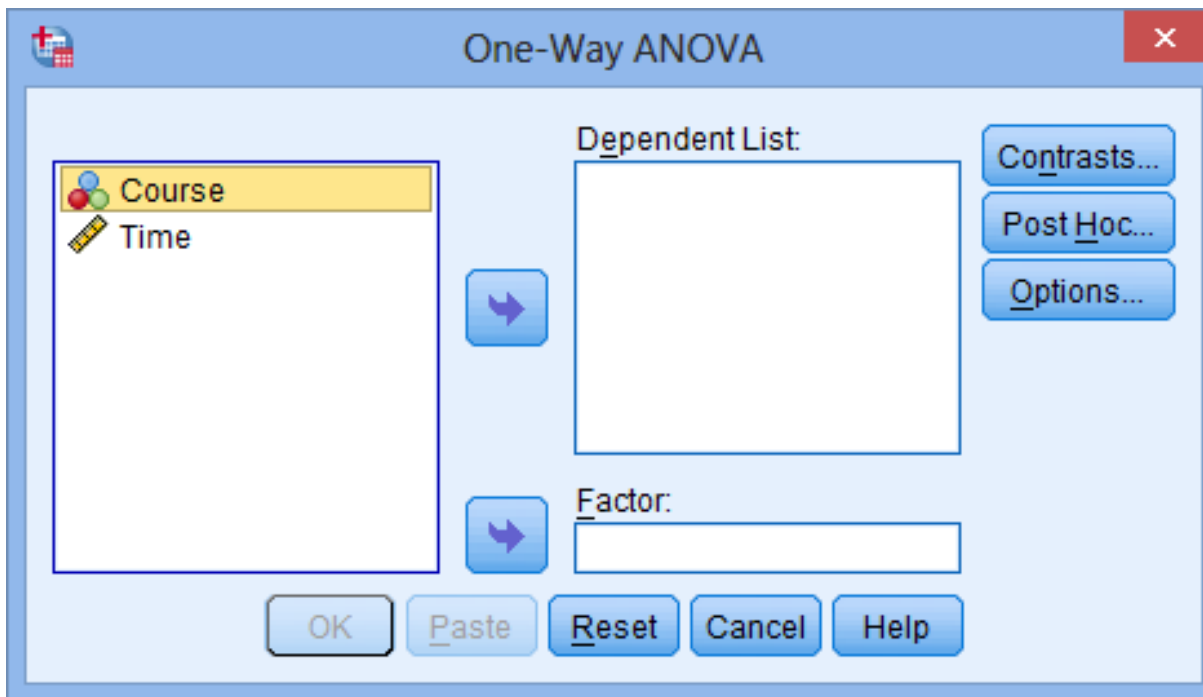
File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Add-ons Window Help



	Course	Time
1	Beginner	22.0
2	Beginner	25.0
3	Beginner	24.0
4	Beginner	28.0
5	Beginner	27.0
6	Beginner	28.0
7	Beginner	27.0
8	Beginner	29.0
9	Beginner	29.0
10	Beginner	33.0
11	Intermediate	18.0
12	Intermediate	21.0
13	Intermediate	20.0
14	Intermediate	26.0
15	Intermediate	23.0
16	Intermediate	24.0
17	Intermediate	23.00
18	Intermediate	26.00

- Reports
- Descriptive Statistics
- Compare Means**
- General Linear Model
- Generalized Linear Models
- Mixed Models
- Correlate
- Regression
- Loglinear
- Classify
- Dimension Reduction
- Scale
- Nonparametric Tests
- Forecasting
- Survival
- Multiple Response
- Simulation...
- Quality Control
- ROC Curve...

- M** Means...
- t** One-Sample T Test...
- t** Independent-Samples T Test...
- t** Paired-Samples T Test...
- F** **One-Way ANOVA...**



### One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons

Equal Variances Assumed

<input type="checkbox"/> LSD	<input type="checkbox"/> S-N-K	<input type="checkbox"/> Waller-Duncan
<input checked="" type="checkbox"/> Bonferroni	<input checked="" type="checkbox"/> Tukey	Type I/Type II Error Ratio: 100
<input type="checkbox"/> Sidak	<input type="checkbox"/> Tukey's-b	<input type="checkbox"/> Dunnett
<input type="checkbox"/> Scheffe	<input type="checkbox"/> Duncan	Control Category: Last
<input type="checkbox"/> R-E-G-W F	<input type="checkbox"/> Hochberg's GT2	Test
<input type="checkbox"/> R-E-G-W Q	<input type="checkbox"/> Gabriel	<input checked="" type="radio"/> 2-sided <input type="radio"/> < Control <input type="radio"/> > Control

Equal Variances Not Assumed

<input type="checkbox"/> Tamhane's T2	<input type="checkbox"/> Dunnett's T3	<input type="checkbox"/> Games-Howell	<input type="checkbox"/> Dunnett's C
---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------

Significance level: 0.05

Continue Cancel Help

### One-Way ANOVA: Options

Statistics

<input checked="" type="checkbox"/> Descriptive
<input type="checkbox"/> Fixed and random effects
<input type="checkbox"/> Homogeneity of variance test
<input type="checkbox"/> Brown-Forsythe
<input type="checkbox"/> Welch

Means plot

Missing Values

<input checked="" type="radio"/> Exclude cases analysis by analysis
<input type="radio"/> Exclude cases listwise

Continue Cancel Help

## Descriptivos

	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo	
					Límite inferior	Límite superior			
PadrePeso	Graduado	56	80,0536	15,68375	2,09583	75,8534	84,2537	4,20	120,00
	Escolar								
	Bachiller	81	82,7407	17,48412	1,94268	78,8747	86,6068	57,00	185,00
	Universitario	252	81,3056	12,14938	,76534	79,7983	82,8129	52,00	122,00
	Total	389	81,4242	13,92941	,70625	80,0356	82,8127	4,20	185,00
MadrePeso	Graduado	62	64,4919	13,72490	1,74306	61,0065	67,9774	47,50	110,00
	Escolar								
	Bachiller	92	60,0853	11,65162	1,21477	57,6723	62,4983	1,65	110,00
	Universitario	275	60,7800	9,76259	,58871	59,6210	61,9390	17,00	98,00
	Total	429	61,1675	10,89388	,52596	60,1337	62,2013	1,65	110,00
Energía (Kcal)	Graduado	62	1499,3065	337,97830	42,92329	1413,4760	1585,1369	699,00	2284,00
	Escolar								
	Bachiller	91	1504,9011	382,38486	40,08482	1425,2656	1584,5366	674,00	2448,00
	Universitario	284	1509,6761	351,86541	20,87937	1468,5775	1550,7746	16,00	2553,00
	Total	437	1507,2105	355,72556	17,01666	1473,7656	1540,6554	16,00	2553,00

Ejemplo 2 Características de los padres y bebés en guardería

### Prueba de homogeneidad de varianzas

	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
PadrePeso	1,737	2	386	,177
MadrePeso	3,578	2	426	,029
Energía (Kcal)	,919	2	434	,400

### ANOVA de un factor

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
PadrePeso	Inter-grupos	249,146	2	124,573	,641	,527
	Intra-grupos	75033,927	386	194,388		
	Total	75283,073	388			
MadrePeso	Inter-grupos	834,250	2	417,125	3,557	,029
	Intra-grupos	49959,379	426	117,276		
	Total	50793,629	428			
Energía (Kcal)	Inter-grupos	6085,147	2	3042,574	,024	,976
	Intra-grupos	55165647,484	434	127109,787		
	Total	55171732,632	436			

## Comparaciones múltiples

Bonferroni

Variable dependiente		Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%		
					Límite inferior	Límite superior	
PadrePeso	Graduado Escolar	Bachiller	-2,68717	2,42303	,804	-8,5132	3,1389
		Universitario	-1,25198	2,05976	1,000	-6,2046	3,7006
	Bachiller	Graduado Escolar	2,68717	2,42303	,804	-3,1389	8,5132
		Universitario	1,43519	1,78080	1,000	-2,8467	5,7170
	Universitario	Graduado Escolar	1,25198	2,05976	1,000	-3,7006	6,2046
		Bachiller	-1,43519	1,78080	1,000	-5,7170	2,8467
MadrePeso	<b>Graduado Escolar</b>	<b>Bachiller</b>	<b>4,40661*</b>	<b>1,77940</b>	<b>,041</b>	<b>,1299</b>	<b>8,6834</b>
		<b>Universitario</b>	<b>3,71194*</b>	<b>1,52250</b>	<b>,046</b>	<b>,0527</b>	<b>7,3712</b>
	<b>Bachiller</b>	<b>Graduado Escolar</b>	<b>-4,40661*</b>	<b>1,77940</b>	<b>,041</b>	<b>-8,6834</b>	<b>-,1299</b>
		<b>Universitario</b>	<b>-,69467*</b>	<b>1,30430</b>	<b>1,000</b>	<b>-3,8295</b>	<b>2,4402</b>
	<b>Universitario</b>	<b>Graduado Escolar</b>	<b>-3,71194*</b>	<b>1,52250</b>	<b>,046</b>	<b>-7,3712</b>	<b>-,0527</b>
		<b>Bachiller</b>	<b>,69467</b>	<b>1,30430</b>	<b>1,000</b>	<b>-2,4402</b>	<b>3,8295</b>

\*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.05.