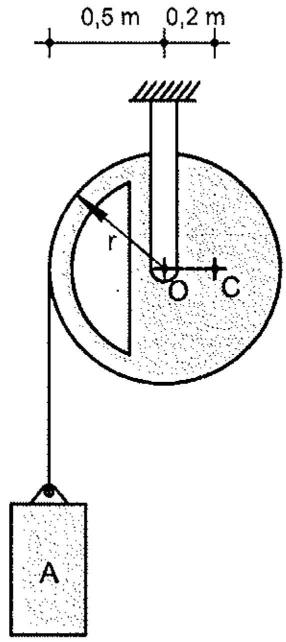
FINAL FEBRERO	**MECÁNICA PARA INGENIEROS**	*8 FEB 2012*
EJERCICIO 4	**GRUPO:**	**Tiempo: 45 min.**
APELLIDOS:		FIRMA:
NOMBRE:		DNI:

Los Problemas representan 1/3 de la nota total de cada parcial (1/3·10).



▹ Ejercicio 4 (2,5 ptos)

Como muestra la figura, el bloque A con masa m_A=30 Kg cuelga de una cuerda (cuya masa es despreciable) y que está enrollada en la polea con masa m=50 Kg y radio r=0,5 m, que tiene su centro de masas C desplazado una distancia d=0,2 m en horizontal y hacia la derecha, respecto del eje del soporte, O.

Para el instante representado en la figura, se pide:

a) Aislar ambos cuerpos, polea y bloque, y dibujar por separado su diagrama de cuerpo libre, situando todas las fuerzas que actúan sobre ellos.
b) Calcular el momento de inercia de la polea respecto a su eje de giro (I_O), sabiendo que, el radio de giro de la polea respecto a dicho eje es i_O=0,3 m.
c) Calcular la aceleración del bloque A ($\mathbf{a_A}$), la aceleración angular (α) de la polea y la tensión de la cuerda (**T**).
d) Calcular la aceleración del centro de masas de la polea ($\mathbf{a_C}$) y la reacción en el soporte (**R**).

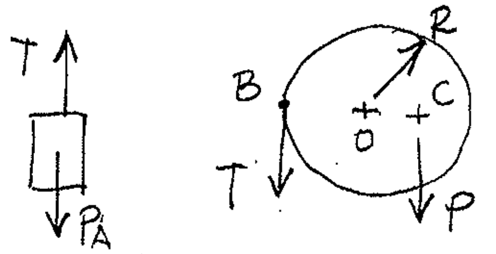
NOTA: Se recomienda plantear la ecuación de la ley fundamental del momento cinético respecto del eje de la polea, O.
Considerar la aceleración de la gravedad g=10 m/s^2.

Empiece a responder en esta misma hoja

MECÁNICA PARA INGENIEROS Ex. Final Febrero 2012

Ejercicio nº 4

a) diagrama de cuerpo libre



b)

$$i_0 = \sqrt{\frac{I_0}{m}}$$

$$I_0 = M \cdot i_0^2 = 4'5 \text{ kg} \cdot m^2$$

c) Ec. dinámica

para la polea:

$$\Sigma \underline{F} = M \cdot \underline{a_c} \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{+} & R_x = M \cdot a_{cx} & (1) \\ +\uparrow & R_y - T - P = m \cdot a_{cy} & (2) \end{cases}$$

$$\Sigma M_0 = I_0 \cdot \alpha \rightarrow \circlearrowleft^{+} \; T \cdot r - P \cdot d = I_0 \alpha. \quad (3)$$

para el bloque:

$$\Sigma \underline{F} = M_A \cdot \underline{a_A} \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{+} & 0 = 0. \quad (a_{Ax} = 0) \\ +\uparrow & T - P_A = M_A \cdot a_{Ay} \quad (4) \end{cases}$$

$$\Sigma M_A = I_A \cdot \alpha. \rightarrow 0 = 0$$

Ec. cinemática:

$$a_{Ay} = -\alpha \cdot r \quad (5)$$

La aceleración del bloque es la misma que la aceleración de un punto cualquiera de la cuerda de la que cuelga y es la aceleración tangencial del punto B de contacto de la cuerda con la polea.

Por tanto se pueden hallar T, α, a_A (3 incógnitas) con las ecuaciones (3), (4) y (5) (3 ecuaciones).

de (5) $\alpha = -\frac{a_{Ay}}{r}$ sust en (3) $-I_0 \frac{a_{Ay}}{r} = T \cdot r - P \cdot d$

de (4) $T = m_A \cdot a_{Ay} + P_A$ y sust en la anterior queda:

$$-I_0 \frac{a_{Ay}}{r} = m_A \cdot a_{Ay} \cdot r + P_A \cdot r - P \cdot d$$

$$\boxed{a_{Ay}} = \frac{P \cdot d - P_A \cdot r}{\frac{I_0}{r} + m_A \cdot r} = \boxed{-2'0833 \ m/s^2} \quad (\downarrow)$$

$$\boxed{\alpha = -\frac{a_{Ay}}{r} = \boxed{4'1667 \ rad/s^2}} \quad (\circlearrowleft)$$

$$\boxed{T = m_A \, a_{Ay} + P_A = \boxed{237'5 \ N}}$$

evidentemente y conforme al diagrama de cuerpo libre la cuerda está sometida a tracción

d) $\underline{a_c}$? por cinemática:

$$\underline{a_c} = \underbrace{\cancel{\underline{a_0}}}_{0 \text{ (pto fijo)}} + \underbrace{\underline{\alpha} \wedge \underline{r_{c/o}}}_{\underline{a_t} = a_{cy} \hat{j}} + \underbrace{\underline{\omega} \wedge (\underline{\omega} \wedge \underline{r_{c/o}})}_{\underline{a_n} = a_{cx} \hat{k}} = \underbrace{\alpha d}_{a_{cy}} \hat{j} \underbrace{- \omega^2 d}_{a_{cx}} \hat{k}$$

$$a_{cy} = \alpha \cdot d \qquad a_{cx} = -\omega^2 d$$

Si suponemos que en ese instante $\omega = 0$ (se parte de la situación de reposo) entonces:

$$\underline{a_c} = \alpha d \hat{j} \qquad \boxed{a_{cy} = 0'8333 \ m/s^2} \quad (\uparrow)$$

$$\boxed{a_{cx} = 0.}$$

R 2.

de (1) $\boxed{R_x = m \cdot a_{cx} = 0.}$ (al haber supuesto $\omega = 0$; en otro caso $R_x = -m\,\omega^2 d$)

de (2) $\boxed{R_y} = m\,a_{cy} + T + P = m\,\alpha \cdot d + T + m \cdot g =$

$= m\,(\alpha \cdot d + g) + T = \boxed{779'17\,N}$ $(\uparrow)$