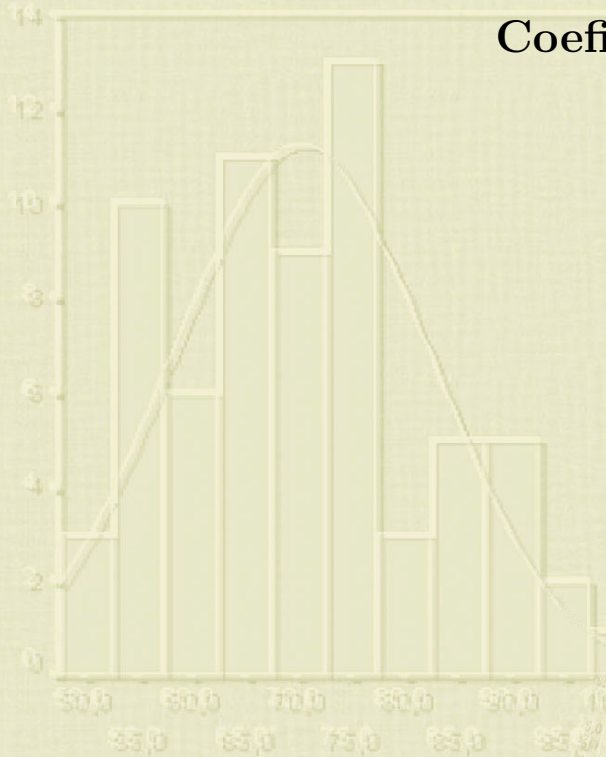


Coeficiente de determinación lineal



$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0905	0.0045	0.0002	0.0000								
0.2	0.8187	0.1637	0.0164	0.0011	0.0000								
0.3	0.7408	0.2225	0.0333	0.0023	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.2681	0.0546	0.0072	0.0007	0.0000							
0.5	0.6065	0.3073	0.0728	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.5488	0.3293	0.0768	0.0128	0.0036	0.0004	0.0000	0.0000					
0.7	0.4966	0.3476	0.1217	0.0209	0.0056	0.0007	0.0001	0.0000					
0.8	0.4493	0.3595	0.1478	0.0303	0.0077	0.0012	0.0001	0.0000					
0.9	0.4066	0.3659	0.1647	0.0404	0.0111	0.0026	0.0001	0.0000					
1.0	0.3679	0.3679	0.1835	0.0513	0.0153	0.0031	0.0001	0.0000					
1.1	0.3329	0.3662	0.2034	0.0578	0.0203	0.0043	0.0008						
1.2	0.3012	0.3614	0.2165	0.0645	0.0260	0.0052	0.0012						
1.3	0.2725	0.3493	0.2303	0.0698	0.0324	0.0064	0.0018						
1.4	0.2466	0.3422	0.2442	0.1228	0.0395	0.0111	0.0026						
1.5	0.2231	0.3347	0.2516	0.1235	0.0471	0.0141	0.0035						
1.6	0.2015	0.3256	0.2569	0.1378	0.0551	0.0176	0.0047	0.00					
1.7	0.1827	0.3166	0.2606	0.1498	0.0636	0.0218	0.0061	0.00					
1.8	0.1663	0.3075	0.2678	0.1607	0.0723	0.0266	0.0078	0.00					
1.9	0.1516	0.2982	0.2706	0.1718	0.0812	0.0306	0.0098	0.00					
2.0	0.1383	0.2897	0.2707	0.1804	0.0902	0.0361	0.0126	0.0014	0.0005	0.0000			
2.1	0.1108	0.2738	0.2631	0.1828	0.1004	0.0476	0.0174	0.0055	0.0015	0.0004	0.0000		
2.2	0.0909	0.2514	0.2504	0.1786	0.1129	0.0602	0.0241	0.0083	0.0027	0.0007	0.0000		
2.3	0.0733	0.2236	0.2316	0.1678	0.1274	0.0682	0.0319	0.0118	0.0040	0.0012	0.0000		
2.4	0.0588	0.1931	0.2016	0.1496	0.1444	0.0823	0.0419	0.0188	0.0057	0.0016	0.0000		
2.5	0.0473	0.1614	0.1723	0.1253	0.1637	0.0987	0.0572	0.0278	0.0111	0.0036	0.0004	0.0000	
2.6	0.0383	0.1296	0.1425	0.0958	0.1826	0.1204	0.0718	0.0390	0.0190	0.0060	0.0014	0.0000	
2.7	0.0309	0.0994	0.1125	0.0666	0.2004	0.1476	0.0918	0.0590	0.0307	0.0122	0.0036	0.0004	0.0000
2.8	0.0248	0.0723	0.0815	0.0406	0.2164	0.1777	0.0826	0.0628	0.0391	0.0172	0.0052	0.0011	0.0000
2.9	0.0198	0.0494	0.0565	0.0246	0.2294	0.1994	0.1026	0.0808	0.0541	0.0251	0.0100	0.0026	0.0000
3.0	0.0157	0.0326	0.0396	0.0166	0.2396	0.2104	0.1152	0.0934	0.0616	0.0307	0.0122	0.0043	0.0000
3.1	0.0123	0.0215	0.0266	0.0104	0.2466	0.2171	0.1246	0.1066	0.0728	0.0371	0.0153	0.0053	0.0000
3.2	0.0097	0.0137	0.0165	0.0064	0.2504	0.2204	0.1304	0.1129	0.0812	0.0443	0.0188	0.0071	0.0000
3.3	0.0075	0.0085	0.0104	0.0035	0.2514	0.2214	0.1353	0.1192	0.0935	0.0528	0.0232	0.0093	0.0000
3.4	0.0059	0.0054	0.0066	0.0021	0.2504	0.2204	0.1396	0.1277	0.1066	0.1104	0.0633	0.0100	0.0000
3.5	0.0045	0.0035	0.0046	0.0012	0.2466	0.2171	0.1436	0.1377	0.1204	0.1304	0.0743	0.0122	0.0000
3.6	0.0033	0.0025	0.0033	0.0007	0.2404	0.2104	0.1476	0.1490	0.1304	0.1414	0.1514	0.0153	0.0000
3.7	0.0023	0.0017	0.0023	0.0004	0.2316	0.2016	0.1516	0.1621	0.1436	0.1528	0.1621	0.0188	0.0000
3.8	0.0015	0.0010	0.0015	0.0002	0.2204	0.1904	0.1537	0.1767	0.1572	0.1637	0.1722	0.0226	0.0000
3.9	0.0009	0.0006	0.0009	0.0001	0.2066	0.1753	0.1553	0.1921	0.1671	0.1771	0.1826	0.0266	0.0000
4.0	0.0006	0.0003	0.0006	0.0000	0.1896	0.1578	0.1566	0.2084	0.1771	0.1871	0.1921	0.0307	0.0000

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1

k	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
5.0	0.0003	0.0005	0.0002										
6.0	0.0022	0.0022	0.0005	0.0001	0.0000								
7.0	0.0143	0.0071	0.0033	0.0014	0.0006	0.0002	0.0001						
8.0	0.0296	0.0129	0.0096	0.0045	0.0021	0.0009	0.0004	0.0002	0.0001				
9.0	0.0504	0.0324	0.0193	0.0105	0.0058	0.0026	0.0014	0.0006	0.0003	0.0001			
10.0	0.0725	0.0321	0.0147	0.0075	0.0038	0.0018	0.0009	0.0005	0.0002	0.0001			

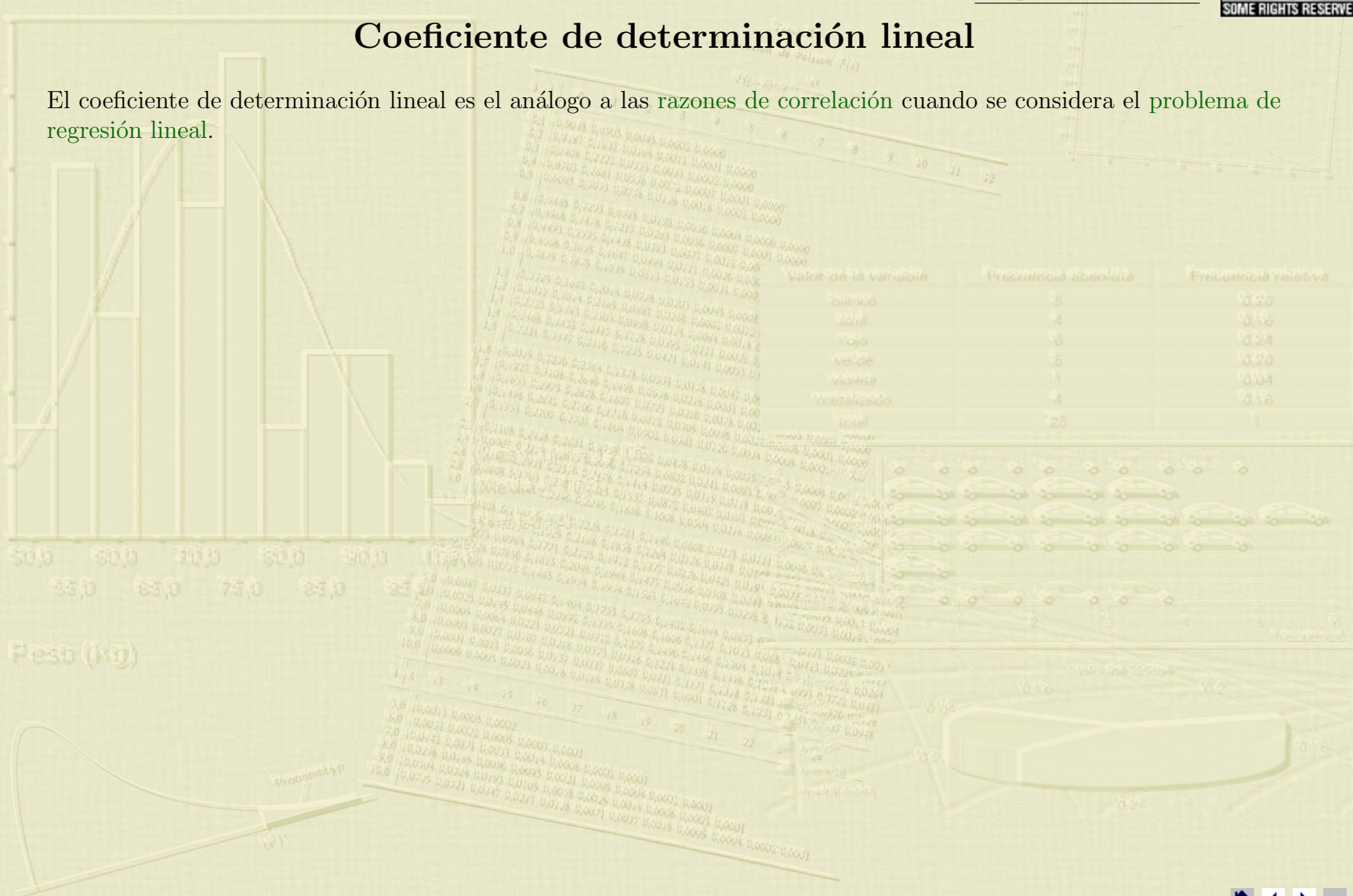


Peso (kg)

Probabilidad

Coeficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las razones de correlación cuando se considera el problema de regresión lineal.



Coeficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión;

Peso (kg)

Probabilidad

(kg)

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	4	0.16
total	25	1

5.0	0.0003	0.0005	0.0002																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																			</
-----	--------	--------	--------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

Coeficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.



Coeficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.

La definición de este coeficiente surge de la misma idea que motiva la de las razones de correlación.

Peso (kg)

Probabilidad

(kg)

Coeficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.

La definición de este coeficiente surge de la misma idea que motiva la de las razones de correlación. Nos centramos en la regresión lineal de Y sobre X , y consideramos la función de regresión lineal óptima,

$$\varphi_{opt}^L(X) = E[Y] + \frac{Cov[X, Y]}{Var[X]}(X - E[X]),$$

Coefficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.

La definición de este coeficiente surge de la misma idea que motiva la de las razones de correlación. Nos centramos en la regresión lineal de Y sobre X , y consideramos la función de regresión lineal óptima,

$$\varphi_{opt}^L(X) = E[Y] + \frac{Cov[X, Y]}{Var[X]}(X - E[X]),$$

cuya varianza está dada por

$$Var[\varphi_{opt}^L(X)] = \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]}.$$

Coefficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.

La definición de este coeficiente surge de la misma idea que motiva la de las razones de correlación. Nos centramos en la regresión lineal de Y sobre X , y consideramos la función de regresión lineal óptima,

$$\varphi_{opt}^L(X) = E[Y] + \frac{Cov[X, Y]}{Var[X]}(X - E[X]),$$

cuya varianza está dada por

$$Var[\varphi_{opt}^L(X)] = \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]}.$$

Entonces, notando que el error cuadrático medio asociado a $\varphi_{opt}^L(X)$ es

$$ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y] - \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]},$$

Coeficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.

La definición de este coeficiente surge de la misma idea que motiva la de las razones de correlación. Nos centramos en la regresión lineal de Y sobre X , y consideramos la función de regresión lineal óptima,

$$\varphi_{opt}^L(X) = E[Y] + \frac{Cov[X, Y]}{Var[X]}(X - E[X]),$$

cuya varianza está dada por

$$Var[\varphi_{opt}^L(X)] = \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]}.$$

Entonces, notando que el error cuadrático medio asociado a $\varphi_{opt}^L(X)$ es

$$ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y] - \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]},$$

es inmediato obtener la siguiente expresión:

Coefficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.

La definición de este coeficiente surge de la misma idea que motiva la de las razones de correlación. Nos centramos en la regresión lineal de Y sobre X , y consideramos la función de regresión lineal óptima,

$$\varphi_{opt}^L(X) = E[Y] + \frac{Cov[X, Y]}{Var[X]}(X - E[X]),$$

cuya varianza está dada por

$$Var[\varphi_{opt}^L(X)] = \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]}.$$

Entonces, notando que el error cuadrático medio asociado a $\varphi_{opt}^L(X)$ es

$$ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y] - \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]},$$

es inmediato obtener la siguiente expresión:

$$Var[Y] = Var[\varphi_{opt}^L(X)] + ECM(\varphi_{opt}^L(X)),$$

Coefficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.

La definición de este coeficiente surge de la misma idea que motiva la de las razones de correlación. Nos centramos en la regresión lineal de Y sobre X , y consideramos la función de regresión lineal óptima,

$$\varphi_{opt}^L(X) = E[Y] + \frac{Cov[X, Y]}{Var[X]}(X - E[X]),$$

cuya varianza está dada por

$$Var[\varphi_{opt}^L(X)] = \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]}.$$

Entonces, notando que el error cuadrático medio asociado a $\varphi_{opt}^L(X)$ es

$$ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y] - \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]},$$

es inmediato obtener la siguiente expresión:

$$Var[Y] = Var[\varphi_{opt}^L(X)] + ECM(\varphi_{opt}^L(X)),$$

que indica que la varianza de Y es la suma de la varianza de la función de regresión lineal óptima y del error cuadrático medio asociado.

Coefficiente de determinación lineal

El coeficiente de determinación lineal es el análogo a las **razones de correlación** cuando se considera el **problema de regresión lineal**. Así, dadas dos variables aleatorias, X e Y , definidas sobre el mismo espacio de probabilidad y con momentos de segundo orden finitos, el coeficiente de determinación cuantifica el grado de concentración de la distribución de (X, Y) en torno a las rectas de regresión; mide, por tanto, la bondad de la aproximación lineal óptima de cada variable a partir de la otra y, consecuentemente, el grado de dependencia lineal de las variables.

La definición de este coeficiente surge de la misma idea que motiva la de las razones de correlación. Nos centramos en la regresión lineal de Y sobre X , y consideramos la función de regresión lineal óptima,

$$\varphi_{opt}^L(X) = E[Y] + \frac{Cov[X, Y]}{Var[X]}(X - E[X]),$$

cuya varianza está dada por

$$Var[\varphi_{opt}^L(X)] = \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]}.$$

Entonces, notando que el error cuadrático medio asociado a $\varphi_{opt}^L(X)$ es

$$ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y] - \frac{(Cov[X, Y])^2}{Var[X]},$$

es inmediato obtener la siguiente expresión:

$$Var[Y] = Var[\varphi_{opt}^L(X)] + ECM(\varphi_{opt}^L(X)),$$

que indica que la varianza de Y es la suma de la varianza de la función de regresión lineal óptima y del error cuadrático medio asociado.

Puesto que la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ será tanto mejor cuanto menor sea su error cuadrático medio o, equivalentemente, según la descomposición anterior, cuanto mayor sea su varianza, y teniendo en cuenta el requisito de adimensionalidad,

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Peso (KG)

Probabilidad

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo;

Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo; así las funciones de regresión lineal óptimas de Y sobre X y de X sobre Y aproximan igual de bien a la variable correspondiente, y el grado de bondad de tales aproximaciones se mide por este coeficiente común:

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo; así las funciones de regresión lineal óptimas de Y sobre X y de X sobre Y aproximan igual de bien a la variable correspondiente, y el grado de bondad de tales aproximaciones se mide por este coeficiente común:

$$\text{Coeficiente de determinación lineal de } X \text{ e } Y \rightarrow \rho_{X,Y}^2 = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo; así las funciones de regresión lineal óptimas de Y sobre X y de X sobre Y aproximan igual de bien a la variable correspondiente, y el grado de bondad de tales aproximaciones se mide por este coeficiente común:

$$\text{Coeficiente de determinación lineal de } X \text{ e } Y \rightarrow \rho_{X,Y}^2 = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Si se tiene en cuenta la descomposición de la varianza de cada una de las variables en la varianza de la función de regresión lineal óptima sobre la otra variable y el error cuadrático medio, observamos que este coeficiente especifica la proporción de varianza de cada una de las variables que es debida a la función de regresión.

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo; así las funciones de regresión lineal óptimas de Y sobre X y de X sobre Y aproximan igual de bien a la variable correspondiente, y el grado de bondad de tales aproximaciones se mide por este coeficiente común:

$$\text{Coeficiente de determinación lineal de } X \text{ e } Y \rightarrow \rho_{X,Y}^2 = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Si se tiene en cuenta la descomposición de la varianza de cada una de las variables en la varianza de la función de regresión lineal óptima sobre la otra variable y el error cuadrático medio, observamos que este coeficiente especifica la proporción de varianza de cada una de las variables que es debida a la función de regresión. Además, es inmediato comprobar que el coeficiente de determinación lineal está relacionado con los errores cuadráticos medios por las siguientes expresiones:

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo; así las funciones de regresión lineal óptimas de Y sobre X y de X sobre Y aproximan igual de bien a la variable correspondiente, y el grado de bondad de tales aproximaciones se mide por este coeficiente común:

$$\text{Coeficiente de determinación lineal de } X \text{ e } Y \rightarrow \rho_{X,Y}^2 = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Si se tiene en cuenta la descomposición de la varianza de cada una de las variables en la varianza de la función de regresión lineal óptima sobre la otra variable y el error cuadrático medio, observamos que este coeficiente especifica la proporción de varianza de cada una de las variables que es debida a la función de regresión. Además, es inmediato comprobar que el coeficiente de determinación lineal está relacionado con los errores cuadráticos medios por las siguientes expresiones:

$$ECM (\varphi_{opt}^L(X)) = Var [Y] (1 - \rho_{X,Y}^2) \Leftrightarrow \rho_{X,Y}^2 = 1 - \frac{ECM (\varphi_{opt}^L(X))}{Var [Y]}.$$

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo; así las funciones de regresión lineal óptimas de Y sobre X y de X sobre Y aproximan igual de bien a la variable correspondiente, y el grado de bondad de tales aproximaciones se mide por este coeficiente común:

$$\text{Coeficiente de determinación lineal de } X \text{ e } Y \rightarrow \rho_{X,Y}^2 = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Si se tiene en cuenta la descomposición de la varianza de cada una de las variables en la varianza de la función de regresión lineal óptima sobre la otra variable y el error cuadrático medio, observamos que este coeficiente especifica la proporción de varianza de cada una de las variables que es debida a la función de regresión. Además, es inmediato comprobar que el coeficiente de determinación lineal está relacionado con los errores cuadráticos medios por las siguientes expresiones:

$$ECM (\varphi_{opt}^L(X)) = Var [Y] (1 - \rho_{X,Y}^2) \Leftrightarrow \rho_{X,Y}^2 = 1 - \frac{ECM (\varphi_{opt}^L(X))}{Var [Y]}.$$

$$ECM (\varphi_{opt}^L(Y)) = Var [X] (1 - \rho_{X,Y}^2) \Leftrightarrow \rho_{X,Y}^2 = 1 - \frac{ECM (\varphi_{opt}^L(Y))}{Var [X]}.$$

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo; así las funciones de regresión lineal óptimas de Y sobre X y de X sobre Y aproximan igual de bien a la variable correspondiente, y el grado de bondad de tales aproximaciones se mide por este coeficiente común:

$$\text{Coeficiente de determinación lineal de } X \text{ e } Y \rightarrow \rho_{X,Y}^2 = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Si se tiene en cuenta la descomposición de la varianza de cada una de las variables en la varianza de la función de regresión lineal óptima sobre la otra variable y el error cuadrático medio, observamos que este coeficiente especifica la proporción de varianza de cada una de las variables que es debida a la función de regresión. Además, es inmediato comprobar que el coeficiente de determinación lineal está relacionado con los errores cuadráticos medios por las siguientes expresiones:

$$ECM (\varphi_{opt}^L(X)) = Var [Y] (1 - \rho_{X,Y}^2) \Leftrightarrow \rho_{X,Y}^2 = 1 - \frac{ECM (\varphi_{opt}^L(X))}{Var [Y]}.$$

$$ECM (\varphi_{opt}^L(Y)) = Var [X] (1 - \rho_{X,Y}^2) \Leftrightarrow \rho_{X,Y}^2 = 1 - \frac{ECM (\varphi_{opt}^L(Y))}{Var [X]}.$$

Nota: El coeficiente de determinación es el producto de los **coeficientes de regresión**, $\rho_{X,Y}^2 = \gamma_{Y/X} \gamma_{X/Y}$, y, por lo tanto, puede obtenerse directamente a partir de las rectas de regresión.

como en las razones de correlación, para medir el grado de bondad de la aproximación $\varphi_{opt}^L(X)$ se usa el cociente

$$\frac{Var [\varphi_{opt}^L(X)]}{Var [Y]} = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Notemos que si se considera la regresión lineal de X sobre Y , el coeficiente obtenido es exactamente el mismo; así las funciones de regresión lineal óptimas de Y sobre X y de X sobre Y aproximan igual de bien a la variable correspondiente, y el grado de bondad de tales aproximaciones se mide por este coeficiente común:

$$\text{Coeficiente de determinación lineal de } X \text{ e } Y \rightarrow \rho_{X,Y}^2 = \frac{(Cov [X, Y])^2}{Var [X] Var [Y]}.$$

Si se tiene en cuenta la descomposición de la varianza de cada una de las variables en la varianza de la función de regresión lineal óptima sobre la otra variable y el error cuadrático medio, observamos que este coeficiente especifica la proporción de varianza de cada una de las variables que es debida a la función de regresión. Además, es inmediato comprobar que el coeficiente de determinación lineal está relacionado con los errores cuadráticos medios por las siguientes expresiones:

$$ECM (\varphi_{opt}^L(X)) = Var [Y] (1 - \rho_{X,Y}^2) \Leftrightarrow \rho_{X,Y}^2 = 1 - \frac{ECM (\varphi_{opt}^L(X))}{Var[Y]}.$$

$$ECM (\varphi_{opt}^L(Y)) = Var [X] (1 - \rho_{X,Y}^2) \Leftrightarrow \rho_{X,Y}^2 = 1 - \frac{ECM (\varphi_{opt}^L(Y))}{Var[X]}.$$

Nota: El coeficiente de determinación es el producto de los **coeficientes de regresión**, $\rho_{X,Y}^2 = \gamma_{Y/X} \gamma_{X/Y}$, y, por lo tanto, puede obtenerse directamente a partir de las rectas de regresión.

Además de la adimensionalidad, cabe destacar las siguientes propiedades de este coeficiente.

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

- i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

- i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

$$\text{Cov}[aX + b, cY + d] = E[(aX + b - aE[X] - b)(cY + d - cE[Y] - d)]$$

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

- i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

$$\text{Cov}[aX + b, cY + d] = E[(aX + b - aE[X] - b)(cY + d - cE[Y] - d)] = acE[(X - E[X])(Y - E[Y])] =$$

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

- i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[aX + b, cY + d] &= E[(aX + b - aE[X] - b)(cY + d - cE[Y] - d)] = acE[(X - E[X])(Y - E[Y])] = \\ &= ac\text{Cov}[X, Y]. \end{aligned}$$

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[aX + b, cY + d] &= E[(aX + b - aE[X] - b)(cY + d - cE[Y] - d)] = acE[(X - E[X])(Y - E[Y])] = \\ &= ac\text{Cov}[X, Y]. \end{aligned}$$

Entonces, teniendo en cuenta las propiedades de la varianza, se deduce la propiedad:

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

- i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[aX + b, cY + d] &= E[(aX + b - aE[X] - b)(cY + d - cE[Y] - d)] = acE[(X - E[X])(Y - E[Y])] = \\ &= ac\text{Cov}[X, Y]. \end{aligned}$$

Entonces, teniendo en cuenta las propiedades de la varianza, se deduce la propiedad:

$$\rho_{aX+b, cY+d}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[aX + b] \text{Var}[cY + d]}$$

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[aX + b, cY + d] &= E[(aX + b - aE[X] - b)(cY + d - cE[Y] - d)] = acE[(X - E[X])(Y - E[Y])] = \\ &= ac\text{Cov}[X, Y]. \end{aligned}$$

Entonces, teniendo en cuenta las propiedades de la varianza, se deduce la propiedad:

$$\rho_{aX+b, cY+d}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[aX + b] \text{Var}[cY + d]} = \frac{a^2 c^2 (\text{Cov}[X, Y])^2}{a^2 c^2 \text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \rho_{X,Y}^2.$$

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

- i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[aX + b, cY + d] &= E[(aX + b - aE[X] - b)(cY + d - cE[Y] - d)] = acE[(X - E[X])(Y - E[Y])] = \\ &= ac\text{Cov}[X, Y]. \end{aligned}$$

Entonces, teniendo en cuenta las propiedades de la varianza, se deduce la propiedad:

$$\rho_{aX+b, cY+d}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[aX + b] \text{Var}[cY + d]} = \frac{a^2 c^2 (\text{Cov}[X, Y])^2}{a^2 c^2 \text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \rho_{X,Y}^2.$$

- ii) La no negatividad de $\rho_{X,Y}^2$ se obtiene de la propia definición, ya que $\text{Var}[X] > 0$ y $\text{Var}[Y] > 0$.

Propiedades del coeficiente de determinación lineal

- i) $\rho_{X,Y}^2$ es invariante frente a cambios de escala y origen en las unidades de medida de X y/o Y .
- ii) $0 \leq \rho_{X,Y}^2 \leq 1$.
- iii) $\rho_{X,Y}^2 = 0 \Leftrightarrow$ la recta de regresión de Y es $y = E[Y] \Leftrightarrow$ la recta de regresión de X sobre Y es $x = E[X]$.
- iv) $\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow$ existe dependencia funcional lineal entre las variables X e Y .
- v) $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{Y/X}^2$ y $\rho_{X,Y}^2 \leq \eta_{X/Y}^2$.
- vi) $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de Y sobre X coincide con la recta.
 $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 \Leftrightarrow$ la curva de regresión de X sobre Y coincide con la recta.

Demostración:

- i) Si a, b, c, d son números reales tales que $a \neq 0$ y $c \neq 0$, se tiene:

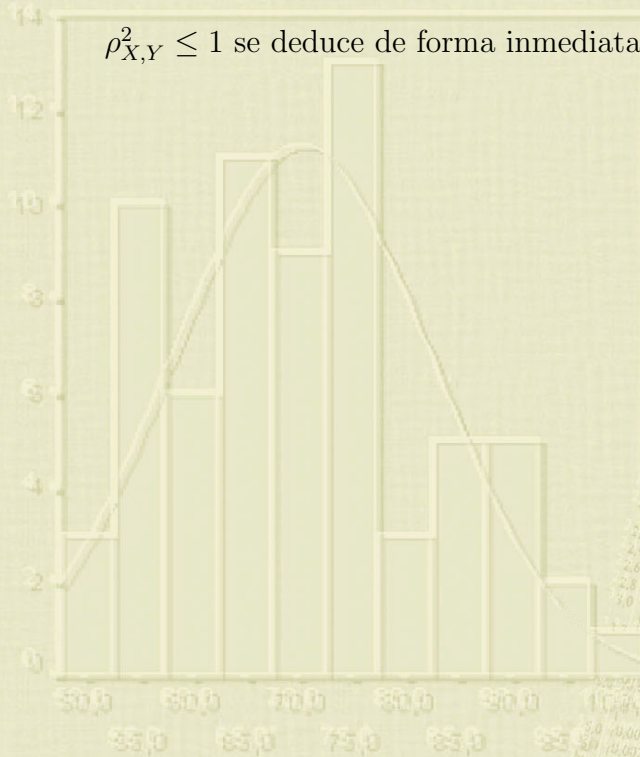
$$\begin{aligned} \text{Cov}[aX + b, cY + d] &= E[(aX + b - aE[X] - b)(cY + d - cE[Y] - d)] = acE[(X - E[X])(Y - E[Y])] = \\ &= ac\text{Cov}[X, Y]. \end{aligned}$$

Entonces, teniendo en cuenta las propiedades de la varianza, se deduce la propiedad:

$$\rho_{aX+b, cY+d}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[aX + b] \text{Var}[cY + d]} = \frac{a^2 c^2 (\text{Cov}[X, Y])^2}{a^2 c^2 \text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \rho_{X,Y}^2.$$

- ii) La no negatividad de $\rho_{X,Y}^2$ se obtiene de la propia definición, ya que $\text{Var}[X] > 0$ y $\text{Var}[Y] > 0$. La desigualdad

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de Cauchy-Schwarz.



Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Tabla 2
Función de Poisson $P(X=i)$

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0905	0.0045	0.0002	0.0000								
0.2	0.8187	0.1613	0.0164	0.0011	0.0000								
0.3	0.7408	0.2222	0.0333	0.0033	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.2681	0.0536	0.0072	0.0007	0.0000							
0.5	0.6065	0.3070	0.0720	0.0125	0.0015	0.0001	0.0000						

0.6	0.5488	0.3293	0.0890	0.0216	0.0036	0.0004	0.0000	0.0000					
0.7	0.4966	0.3476	0.1217	0.0295	0.0056	0.0007	0.0001	0.0000					
0.8	0.4493	0.3593	0.1448	0.0393	0.0077	0.0012	0.0001	0.0000					
0.9	0.4066	0.3659	0.1607	0.0494	0.0111	0.0026	0.0003	0.0000					
1.0	0.3679	0.3679	0.1835	0.0613	0.0153	0.0031	0.0005	0.0001					

1.1	0.3329	0.3662	0.2014	0.0778	0.0203	0.0043	0.0008	0.0001					
1.2	0.3012	0.3614	0.2165	0.0947	0.0260	0.0062	0.0012	0.0001					
1.3	0.2725	0.3493	0.2303	0.0998	0.0324	0.0084	0.0018	0.0001					
1.4	0.2466	0.3422	0.2412	0.1228	0.0395	0.0111	0.0026	0.0003					
1.5	0.2231	0.3347	0.2516	0.1235	0.0471	0.0141	0.0035	0.0005					

1.6	0.2015	0.3236	0.2569	0.1378	0.0551	0.0176	0.0047	0.0008					
1.7	0.1827	0.3106	0.2646	0.1498	0.0636	0.0218	0.0061	0.0010					
1.8	0.1663	0.2975	0.2678	0.1607	0.0723	0.0266	0.0078	0.0013					
1.9	0.1516	0.2842	0.2706	0.1718	0.0812	0.0306	0.0098	0.0017					
2.0	0.1393	0.2707	0.2707	0.1804	0.0902	0.0361	0.0120	0.0024	0.0005	0.0001	0.0000		

2.1	0.1108	0.2538	0.2641	0.1928	0.1026	0.0414	0.0055	0.0015	0.0004	0.0001	0.0000		
2.2	0.1000	0.2374	0.2613	0.2044	0.1124	0.0476	0.0174	0.0055	0.0015	0.0004	0.0001	0.0000	
2.3	0.0892	0.2213	0.2566	0.2124	0.0602	0.0241	0.0083	0.0070	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000	
2.4	0.0808	0.2051	0.2516	0.2176	0.0476	0.0241	0.0083	0.0070	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000	
2.5	0.0742	0.1903	0.2463	0.2213	0.0377	0.0266	0.0108	0.0083	0.0070	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000

2.6	0.0692	0.1766	0.2406	0.2246	0.0306	0.0295	0.0132	0.0108	0.0083	0.0070	0.0007	0.0002	0.0001
2.7	0.0653	0.1643	0.2346	0.2276	0.0256	0.0306	0.0153	0.0132	0.0108	0.0083	0.0070	0.0007	0.0002
2.8	0.0623	0.1533	0.2286	0.2306	0.0216	0.0317	0.0176	0.0153	0.0132	0.0108	0.0083	0.0070	0.0007
2.9	0.0598	0.1433	0.2226	0.2336	0.0186	0.0328	0.0206	0.0176	0.0153	0.0132	0.0108	0.0083	0.0070
3.0	0.0578	0.1343	0.2166	0.2366	0.0166	0.0339	0.0236	0.0206	0.0176	0.0153	0.0132	0.0108	0.0083

3.1	0.0563	0.1263	0.2106	0.2396	0.0153	0.0350	0.0266	0.0236	0.0206	0.0176	0.0153	0.0132	0.0108
3.2	0.0553	0.1193	0.2046	0.2426	0.0143	0.0361	0.0286	0.0266	0.0236	0.0206	0.0176	0.0153	0.0132
3.3	0.0548	0.1133	0.1986	0.2456	0.0133	0.0372	0.0306	0.0286	0.0266	0.0236	0.0206	0.0176	0.0153
3.4	0.0543	0.1073	0.1926	0.2486	0.0123	0.0383	0.0326	0.0306	0.0286	0.0266	0.0236	0.0206	0.0176
3.5	0.0538	0.1013	0.1866	0.2516	0.0113	0.0394	0.0346	0.0326	0.0306	0.0286	0.0266	0.0236	0.0206

3.6	0.0533	0.0953	0.1806	0.2546	0.0103	0.0405	0.0366	0.0346	0.0326	0.0306	0.0286	0.0266	0.0236
3.7	0.0528	0.0893	0.1746	0.2576	0.0093	0.0416	0.0386	0.0366	0.0346	0.0326	0.0306	0.0286	0.0266
3.8	0.0523	0.0833	0.1686	0.2606	0.0083	0.0427	0.0406	0.0386	0.0366	0.0346	0.0326	0.0306	0.0286
3.9	0.0518	0.0773	0.1626	0.2636	0.0073	0.0438	0.0426	0.0406	0.0386	0.0366	0.0346	0.0326	0.0306
4.0	0.0513	0.0713	0.1566	0.2666	0.0063	0.0449	0.0446	0.0426	0.0406	0.0386	0.0366	0.0346	0.0326

4.1	0.0508	0.0653	0.1506	0.2696	0.0053	0.0460	0.0466	0.0446	0.0426	0.0406	0.0386	0.0366	0.0346
4.2	0.0503	0.0593	0.1446	0.2726	0.0043	0.0471	0.0486	0.0466	0.0446	0.0426	0.0406	0.0386	0.0366
4.3	0.0498	0.0533	0.1386	0.2756	0.0033	0.0482	0.0506	0.0486	0.0466	0.0446	0.0426	0.0406	0.0386
4.4	0.0493	0.0473	0.1326	0.2786	0.0023	0.0493	0.0526	0.0506	0.0486	0.0466	0.0446	0.0426	0.0406
4.5	0.0488	0.0413	0.1266	0.2816	0.0013	0.0504	0.0546	0.0526	0.0506	0.0486	0.0466	0.0446	0.0426

4.6	0.0483	0.0353	0.1206	0.2846	0.0003	0.0515	0.0566	0.0546	0.0526	0.0506	0.0486	0.0466	0.0446
4.7	0.0478	0.0293	0.1146	0.2876	0.0000	0.0526	0.0586	0.0566	0.0546	0.0526	0.0506	0.0486	0.0466
4.8	0.0473	0.0233	0.1086	0.2906	0.0000	0.0537	0.0606	0.0586	0.0566	0.0546	0.0526	0.0506	0.0486
4.9	0.0468	0.0173	0.1026	0.2936	0.0000	0.0548	0.0626	0.0606	0.0586	0.0566	0.0546	0.0526	0.0506
5.0	0.0463	0.0113	0.0966	0.2966	0.0000	0.0559	0.0646	0.0626	0.0606	0.0586	0.0566	0.0546	0.0526

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1



$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X,Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

Peso (kg)

Probabilidad

(kg)

Tabla 2

Distribución de Poisson $P(i)$

$P(i) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!}$

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco

5

0.20

rojo

4

0.16

verde

3

0.24

violeta

5

0.20

total

1

0.04

total

4

0.16

total

25

1

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X,Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

iv) Usando la relación entre $\rho_{X,Y}^2$ y los errores cuadráticos medios, se tiene:

Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Tabla 2

Distribución de Poisson $P(i)$

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco	5	0.20
azul	4	0.16
rojo	3	0.24
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	4	0.16
	25	1

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X,Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

iv) Usando la relación entre $\rho_{X,Y}^2$ y los errores cuadráticos medios, se tiene:

$$\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = ECM(\varphi_{opt}^L(Y)) = 0,$$

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X,Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

iv) Usando la relación entre $\rho_{X,Y}^2$ y los errores cuadráticos medios, se tiene:

$$\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = ECM(\varphi_{opt}^L(Y)) = 0,$$

lo que equivale a que las funciones de regresión lineal óptimas aproximan exactamente la distribución del vector (X,Y) ; o sea, que estas variables están linealmente relacionadas.

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X,Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

iv) Usando la relación entre $\rho_{X,Y}^2$ y los errores cuadráticos medios, se tiene:

$$\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = ECM(\varphi_{opt}^L(Y)) = 0,$$

lo que equivale a que las funciones de regresión lineal óptimas aproximan exactamente la distribución del vector (X,Y) ; o sea, que estas variables están linealmente relacionadas.

v) Ya que $ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X))$, la propiedad se sigue de las relaciones

$$Var[Y](1 - \eta_{Y/X}^2) = ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y](1 - \rho_{X,Y}^2).$$

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X,Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

iv) Usando la relación entre $\rho_{X,Y}^2$ y los errores cuadráticos medios, se tiene:

$$\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = ECM(\varphi_{opt}^L(Y)) = 0,$$

lo que equivale a que las funciones de regresión lineal óptimas aproximan exactamente la distribución del vector (X,Y) ; o sea, que estas variables están linealmente relacionadas.

v) Ya que $ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X))$, la propiedad se sigue de las relaciones

$$Var[Y](1 - \eta_{Y/X}^2) = ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y](1 - \rho_{X,Y}^2).$$

vi) Es evidente que si la curva y la recta coinciden, $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2$.

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X, Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

iv) Usando la relación entre $\rho_{X,Y}^2$ y los errores cuadráticos medios, se tiene:

$$\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = ECM(\varphi_{opt}^L(Y)) = 0,$$

lo que equivale a que las funciones de regresión lineal óptimas aproximan exactamente la distribución del vector (X, Y) ; o sea, que estas variables están linealmente relacionadas.

v) Ya que $ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X))$, la propiedad se sigue de las relaciones

$$Var[Y](1 - \eta_{Y/X}^2) = ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y](1 - \rho_{X,Y}^2).$$

vi) Es evidente que si la curva y la recta coinciden, $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2$. Por otra parte, si la curva no fuese igual a la recta, el grado de bondad de la curva, $\eta_{Y/X}^2$, sería estrictamente mayor que el de la recta, $\rho_{X,Y}^2$, contradiciendo la igualdad de ambos coeficientes. ■

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X, Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

iv) Usando la relación entre $\rho_{X,Y}^2$ y los errores cuadráticos medios, se tiene:

$$\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = ECM(\varphi_{opt}^L(Y)) = 0,$$

lo que equivale a que las funciones de regresión lineal óptimas aproximan exactamente la distribución del vector (X, Y) ; o sea, que estas variables están linealmente relacionadas.

v) Ya que $ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X))$, la propiedad se sigue de las relaciones

$$Var[Y](1 - \eta_{Y/X}^2) = ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y](1 - \rho_{X,Y}^2).$$

vi) Es evidente que si la curva y la recta coinciden, $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2$. Por otra parte, si la curva no fuese igual a la recta, el grado de bondad de la curva, $\eta_{Y/X}^2$, sería estrictamente mayor que el de la recta, $\rho_{X,Y}^2$, contradiciendo la igualdad de ambos coeficientes. ■

Ejemplo: Se lanzan dos monedas numeradas con las caras 1 y 2. Sea X la suma obtenida e Y el máximo de los dos valores. Calcular el coeficiente de determinación de X e Y y compararlo con las razones de correlación.

$\rho_{X,Y}^2 \leq 1$ se deduce de forma inmediata de la de **Cauchy-Schwarz**.

iii) Teniendo en cuenta la definición de $\rho_{X,Y}^2$ y de las rectas de regresión, es inmediato ver que cada una de las condiciones especificadas en esta propiedad equivale a que $Cov[X, Y] = 0$ y, por lo tanto, todas son equivalentes.

iv) Usando la relación entre $\rho_{X,Y}^2$ y los errores cuadráticos medios, se tiene:

$$\rho_{X,Y}^2 = 1 \Leftrightarrow ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = ECM(\varphi_{opt}^L(Y)) = 0,$$

lo que equivale a que las funciones de regresión lineal óptimas aproximan exactamente la distribución del vector (X, Y) ; o sea, que estas variables están linealmente relacionadas.

v) Ya que $ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X))$, la propiedad se sigue de las relaciones

$$Var[Y](1 - \eta_{Y/X}^2) = ECM(\varphi_{opt}(X)) \leq ECM(\varphi_{opt}^L(X)) = Var[Y](1 - \rho_{X,Y}^2).$$

vi) Es evidente que si la curva y la recta coinciden, $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{Y/X}^2$. Por otra parte, si la curva no fuese igual a la recta, el grado de bondad de la curva, $\eta_{Y/X}^2$, sería estrictamente mayor que el de la recta, $\rho_{X,Y}^2$, contradiciendo la igualdad de ambos coeficientes. ■

Ejemplo: Se lanzan dos monedas numeradas con las caras 1 y 2. Sea X la suma obtenida e Y el máximo de los dos valores. Calcular el coeficiente de determinación de X e Y y compararlo con las razones de correlación.

La regresión óptima y lineal de estas variables han sido analizadas en el **ejemplo 1** del problema de regresión y el **ejemplo 1** de rectas de regresión, respectivamente. Los momentos necesarios para el cálculo del coeficiente de correlación son (ver **ejemplo 1**):

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Peso (KG)

Probabilidad

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}.$

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}.$
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}.$

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}$.
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}$.

Ahora vamos a comparar $\rho_{X,Y}^2$ con las razones de correlación.

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}$.
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}$.

Ahora vamos a comparar $\rho_{X,Y}^2$ con las razones de correlación.

Los errores cuadráticos medios asociados a las curvas de regresión de Y sobre X y de X sobre Y valen 0 y $1/6$, respectivamente (ver [ejemplo 1](#)).

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}$.
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}$.

Ahora vamos a comparar $\rho_{X,Y}^2$ con las razones de correlación.

Los errores cuadráticos medios asociados a las curvas de regresión de Y sobre X y de X sobre Y valen 0 y 1/6, respectivamente (ver [ejemplo 1](#)). Entonces, de la relación entre los errores cuadráticos medios y las razones de correlación se tiene:

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}$.
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}$.

Ahora vamos a comparar $\rho_{X,Y}^2$ con las razones de correlación.

Los errores cuadráticos medios asociados a las curvas de regresión de Y sobre X y de X sobre Y valen 0 y 1/6, respectivamente (ver [ejemplo 1](#)). Entonces, de la relación entre los errores cuadráticos medios y las razones de correlación se tiene:

$$\eta_{Y/X}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(X))}{\text{Var}[Y]} = 1,$$

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}$.
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}$.

Ahora vamos a comparar $\rho_{X,Y}^2$ con las razones de correlación.

Los errores cuadráticos medios asociados a las curvas de regresión de Y sobre X y de X sobre Y valen 0 y 1/6, respectivamente (ver [ejemplo 1](#)). Entonces, de la relación entre los errores cuadráticos medios y las razones de correlación se tiene:

$$\eta_{Y/X}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(X))}{\text{Var}[Y]} = 1, \quad \eta_{X/Y}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(Y))}{\text{Var}[X]} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}$.
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}$.

Ahora vamos a comparar $\rho_{X,Y}^2$ con las razones de correlación.

Los errores cuadráticos medios asociados a las curvas de regresión de Y sobre X y de X sobre Y valen 0 y 1/6, respectivamente (ver [ejemplo 1](#)). Entonces, de la relación entre los errores cuadráticos medios y las razones de correlación se tiene:

$$\eta_{Y/X}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(X))}{\text{Var}[Y]} = 1, \quad \eta_{X/Y}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(Y))}{\text{Var}[X]} = \frac{2}{3}.$$

Tenemos, por tanto, la relación

$$\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 = \frac{2}{3} < \eta_{Y/X}^2 = 1,$$

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}$.
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}$.

Ahora vamos a comparar $\rho_{X,Y}^2$ con las razones de correlación.

Los errores cuadráticos medios asociados a las curvas de regresión de Y sobre X y de X sobre Y valen 0 y $1/6$, respectivamente (ver [ejemplo 1](#)). Entonces, de la relación entre los errores cuadráticos medios y las razones de correlación se tiene:

$$\eta_{Y/X}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(X))}{\text{Var}[Y]} = 1, \quad \eta_{X/Y}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(Y))}{\text{Var}[X]} = \frac{2}{3}.$$

Tenemos, por tanto, la relación

$$\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 = \frac{2}{3} < \eta_{Y/X}^2 = 1,$$

que indica, por una parte, que el ajuste de la curva de regresión de Y sobre X a los puntos de la distribución es perfecto ($\eta_{Y/X}^2 = 1$) y que la curva se ajusta estrictamente mejor que la recta ($\rho_{X,Y}^2 < \eta_{Y/X}^2$);

$$\text{Cov}[X, Y] = \frac{1}{4}, \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}[Y] = \frac{3}{16}.$$

Entonces, sin más que sustituir, obtenemos

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{(\text{Cov}[X, Y])^2}{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]} = \frac{2}{3}.$$

Notemos que $\rho_{X,Y}^2$ es, como hemos indicado anteriormente, el producto de los coeficientes de regresión; esto es, las pendientes de las rectas de regresión que, según se vio en el [ejemplo 1](#), son:

- Recta de regresión de Y sobre X : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \rightarrow \gamma_{Y/X} = \frac{1}{2}$.
- Recta de regresión de X sobre Y : $x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3} \rightarrow \gamma_{X/Y} = \frac{4}{3}$.

Ahora vamos a comparar $\rho_{X,Y}^2$ con las razones de correlación.

Los errores cuadráticos medios asociados a las curvas de regresión de Y sobre X y de X sobre Y valen 0 y $1/6$, respectivamente (ver [ejemplo 1](#)). Entonces, de la relación entre los errores cuadráticos medios y las razones de correlación se tiene:

$$\eta_{Y/X}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(X))}{\text{Var}[Y]} = 1, \quad \eta_{X/Y}^2 = 1 - \frac{ECM(\varphi_{\text{opt}}(Y))}{\text{Var}[X]} = \frac{2}{3}.$$

Tenemos, por tanto, la relación

$$\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2 = \frac{2}{3} < \eta_{Y/X}^2 = 1,$$

que indica, por una parte, que el ajuste de la curva de regresión de Y sobre X a los puntos de la distribución es perfecto ($\eta_{Y/X}^2 = 1$) y que la curva se ajusta estrictamente mejor que la recta ($\rho_{X,Y}^2 < \eta_{Y/X}^2$); por otra parte, el hecho de

que $\rho_{X,Y}^2 = \eta_{X/Y}^2$ indica que el ajuste de la curva de regresión de X sobre Y es igual de bueno que el de la recta ya que, de hecho, la curva y la recta coinciden. 