

UNIVERSIDAD DE GRANADA.

Examen Ordinario de Métodos Matemáticos II.

Grado en Física y Doble Grado en Física y Matemáticas

24 de Enero de 2022.

- Nombre y Apellidos:
- *Entrega los ejercicios por separado.*
- *Duración: 2 horas y 30 minutos*

1. [2 puntos] Dada la ecuación diferencial de Riccati

$$t^2 x' - (4e^t + 1)tx + 2e^t t^2 x^2 = -2e^t - 2$$

- a) Ensaya una solución particular del tipo $x_p(t) = t^a$ y escoge la respuesta correcta.
- b) Realiza el cambio de variable $x \rightarrow y = (x - x_p)^{-1}$ y comprueba que se obtiene una ecuación diferencial lineal.
- c) Calcula la solución general de dicha ecuación diferencial lineal.
- d) Deshaz el cambio $y = (x - x_p)^{-1}$ y escribe la solución general $x(t)$ de la ecuación de Riccati.

2. [2 puntos] (elegir una opción a o b)

- a) Encuentra un sistema fundamental de la ecuación

$$x''' - \frac{5}{t}x'' + \frac{15}{t^2}x' - \frac{20}{t^3}x = 0.$$

- b) Encuentra la solución general del sistema

$$x' = -2x + y, \quad y' = x - 2y + e^{-t} \sin(t).$$

3. [3 puntos] La ecuación diferencial de movimiento de un oscilador con un resorte “desgastable en el tiempo” es

$$mx'' = -ke^{-\alpha t}x$$

Toma $m = k = 1$ y $\alpha = 2$, realiza el cambio de variable $s = e^{-t}$ y encuentra una solución particular no trivial de la ecuación. Deshacer el cambio de variable para obtener una solución particular de la ecuación original.