

# UNIVERSIDAD DE GRANADA.

## Examen Extraordinario de Métodos Matemáticos II.

### Grado en Física y Doble Grado en Física y Matemáticas

4 de Febrero de 2020.

- Nombre y Apellidos:
- *Entrega los ejercicios por separado.*
- *Duración: 2 horas y 30 minutos*

1. [2,5 puntos] Sea la ecuación diferencial

$$x^3 y' = x^4 y^2 - 2x^2 y - 1.$$

- a) Encuentra un valor de  $a$  que hace que  $y(x) = x^a$  sea una solución particular.
  - b) Realiza el cambio de variable  $z = 1/(y - x^{-2})$  y comprueba que obtienes una ecuación diferencial separable para  $z$ .
  - c) Encuentra la solución general  $y(x)$  de la ecuación diferencial dada.
2. [2,5 puntos] Encuentra la solución general de la ecuación diferencial

$$x'' + x' = t + te^{-t}.$$

3. [2,5 puntos] Dada la ecuación diferencial

$$\left(\frac{1}{4} - x^2\right)y'' - 2xy' + 20y = 0,$$

- a) ¿Es  $x_0 = 0$  un punto ordinario o singular?
  - b) Resuélvela por series de potencias en torno al punto  $x_0 = 0$ .
  - c) ¿Existen soluciones polinómicas, es decir, se trunca la serie para alguna de las soluciones?
  - d) ¿Cuál es el radio de convergencia?
4. [2,5 puntos] Obtener, mediante el método de separación de variables, la solución de la ecuación en derivadas parciales

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2},$$

con condiciones de contorno  $\partial_x u(0, t) = \partial_x u(L, t) = 0$  y condición inicial  $u(x, 0) = \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right)$ , donde  $a$  y  $L$  son constantes reales positivas.