

Métodos Matemáticos II: Control Tema 1 (Tipos A y B)

Nombre y Apellidos:

Duración: 45 min.

Dada la ecuación diferencial de Riccati

$$t^2 x' - (4e^t + 1)tx + 2e^t t^2 x^2 = -2e^t - 2$$

1. **(2pt)** Ensaya una solución particular del tipo $x_p(t) = t^c$ y escoge la respuesta correcta entre: $c = 1$, $c = 0$ ó $c = -1$.
2. **(3pt)** Realiza el cambio de variable $x \rightarrow y = (x - x_p)^{-1}$ y comprueba que se obtiene una ecuación diferencial lineal del tipo (ayuda) $y' + t^m y = ne^{lt}$, con m, n y l enteros.
3. **(4pt)** Calcula la solución general de dicha ecuación diferencial lineal.
4. **(1pt)** Deshaz el cambio $y = (x - x_p)^{-1}$ y escribe la solución general $x(t)$ de la ecuación de Riccati.

Solución: $c = -1$, $y'(t) + \frac{y(t)}{t} = 2e^t$, $y(t) = \frac{c_1}{t} + \frac{2e^t(t-1)}{t}$.

Dada la ecuación diferencial de Riccati

$$t^2 x' - (6e^t + 1)tx + 3e^t t^2 x^2 = -3e^t - 2$$

1. **(2pt)** Ensaya una solución particular del tipo $x_p(t) = t^c$ y escoge la respuesta correcta entre: $c = 1$, $c = 0$ ó $c = -1$.
2. **(3pt)** Realiza el cambio de variable $x \rightarrow y = (x - x_p)^{-1}$ y comprueba que se obtiene una ecuación diferencial lineal del tipo (ayuda) $y' + t^m y = ne^{lt}$, con m, n y l enteros.
3. **(4pt)** Calcula la solución general de dicha ecuación diferencial lineal.
4. **(1pt)** Deshaz el cambio $y = (x - x_p)^{-1}$ y escribe la solución general $x(t)$ de la ecuación de Riccati.

Solución: $c = -1$, $y'(t) + \frac{y(t)}{t} = 3e^t$, $y(t) = \frac{c_1}{t} + \frac{3e^t(t-1)}{t}$.