Transmisión se Datos

Relaciones de problemas

José C. Segura

1995-1999

Capítulo 1

Análisis de Señales

1–1 Calcule las transformadas de Fourier de

a) $e^{jw_0 t}$

b) $\cos(w_0 t + \varphi)$, $\cos(w_0 t)$ y $\sin(w_0 t)$

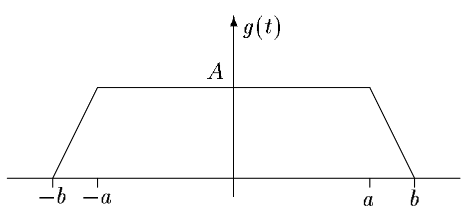
c) $\cos(w_0 t)u(t)$ y $\sin(w_0 t)u(t)$

1–2 Calcule la transformada de Fourier de una señal periódica genérica $g(t)$. Parta de la representación en serie de Fourier de la señal

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n e^{jnw_0 t} \; ; \; w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

1–3 Calcule la transformada de Fourier de un tren de impulsos unitarios $g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0)$. Use el resultado del ejercicio anterior.

1–4 Calcule la transformada de Fourier de la señal mostrada en la figura. Utilice la propiedad de diferenciación temporal.



1–5 Muestre que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{sinc}(2Bt - m)\mathrm{sinc}(2Bt - n)\, dt = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \frac{1}{2B} & m = n \end{cases}$$

1–6 Muestre que los coeficientes de la serie exponencial de Fourier de una señal periódica par son reales y los de una impar son imaginarios.

1–7 Muestre que la transformada de Fourier de $g(t)$ puede expresarse como

$$G(w) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\cos wt \; dt - j\int_{-\infty}^{\infty} g(t)\sin wt \; dt$$

Muestre también que si $g(t)$ es una señal par de t, entonces

$$G(w) = 2\int_{0}^{\infty} g(t)\cos wt \; dt$$

y si $g(t)$ es una función impar de t, entonces

$$G(w) = -2j\int_{0}^{\infty} g(t)\sin wt \; dt$$

1–8 Si $g(t)$ es una señal compleja $g(t) = g_r(t) + jg_i(t)$ donde $g_r(t)$ y $g_i(t)$ son funciones reales y $g(t) \leftrightarrow G(w)$, muestre que

a) $g^*(t) \leftrightarrow G^*(-w)$

b) $g_r(t) \leftrightarrow \frac{1}{2}[G(w) + G^*(-w)]$

c) $g_i(t) \leftrightarrow \frac{1}{2j}[G(w) - G^*(-w)]$

1–9 Usando la propiedad de simetría (o dualidad) comprueba que

a) $\frac{2a}{t^2+a^2} \leftrightarrow 2\pi e^{-a|w|}$

b) $\frac{1}{2}\left[\delta(t) - \frac{1}{j\pi t}\right] \leftrightarrow u(w)$

c) Encuentre la transformada inversa de Fourier de

i) $we^{aw}u(-w)$

ii) $we^{-aw}u(w)$

iii) $|w|e^{-a|w|}$

1–10 Hay varias formas de determinar el *ancho de banda esencial* de una señal paso-baja no limitada en banda. Uno consiste en determinar la frecuencia tal que la energía de la señal para frecuencias superiores es inferior a un 1% de la energía total. Otra consiste en determinar la frecuencia para la que el módulo del espectro decae un factor k respecto de su valor para $w = 0$ (p.e. $K = 5$). Utilizando cada uno de estos criterios, estime el ancho de banda esencial de $g(t) = \frac{2a}{t^2+a^2}$.

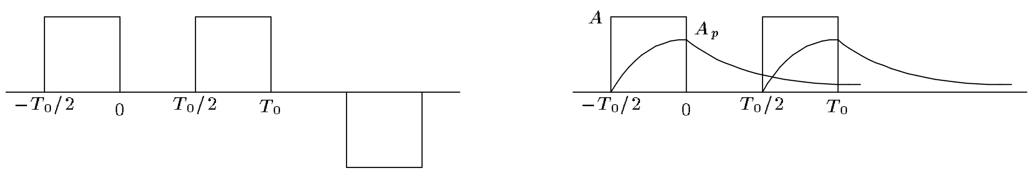
1–11 Pruebe el dual del teorema de muestreo. En concreto pruebe que si $g(t) = 0 \quad \forall |t| > T$ (i.e. $g(t)$ está limitada temporalmente en un intervalo de duración $2T$), entonces $G(w)$ está unicamente determinado por sus muestras tomadas a intervalos de duración no superior a $1/2T$. Muestre entonces que

$$G(w) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} G\left(\frac{n\pi}{T}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{wT}{\pi} - n\right)$$

Capítulo 2

Transmisión de señales

2–1 Se transmiten pulsos rectangulares como los de la figura sobre un canal de función de transferencia $H(w) = a/(jw+a)$ a una razón de $2B$ pulsos por segundo donde B es el ancho de banda de 3dB del canal en Hertzios. Determine la interferencia causada por un pulso a su adyacente en su valor máximo.



NOTA: El ancho de banda de 3-dB se define como la frecuencia para la que se verifica $|H(2\pi B)|^2 = |H(0)|^2/2$

2–2 Estime el ancho de banda esencial (al 99% de energía) de la señal $g(t) = \frac{2a}{t^2+a^2}$

2–3 Encuentre la PSD (densidad de potencia espectral) de las señales

a) $g(t) = A\cos(w_0 t + \theta)$

b) $g(t) = A\sin(w_0 t + \theta)$

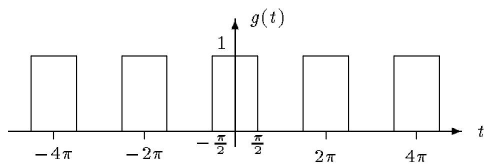
2–4 Muestre que para $g(t) = A_1 \cos(w_1 t + \theta_1) + A_2 \cos(w_2 t + \theta_2)$

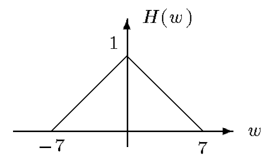
$$\mathcal{R}_g(t) = \frac{A_1^2}{2}\cos w_1 t + \frac{A_2^2}{2}\cos w_2 t$$
$$S_g(w) = \frac{\pi}{2}\left(A_1^2\left[\delta(w+w_1)+\delta(w-w_1)\right] + A_2^2\left[\delta(w+w_2)+\delta(w-w_2)\right]\right)$$
$$P_g = \overline{g^2(t)} = \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2}$$

2–5 La señal periodica $g(t)$ se pasa por un filtro de función de transferencia $H(w)$ (mostrados en la figura)

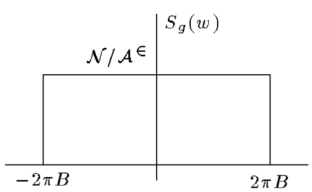
a) Determine la PSD y el rms (valor cuadrático medio) de $g(t)$

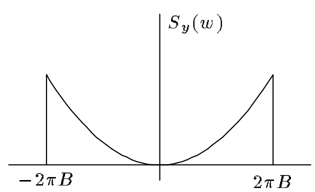
b) Determine la señal de salida $y(t)$ y su valor rms

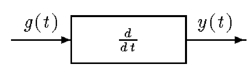




2–6 Una señal de potencia tiene una PSD $S_g(w) = \mathcal{N}/2$. Cuando es aplicada a un derivador ideal como el que se muestra en la figura, la salida tiene una PSD $S_y(w)$. Determine la PSD y la potencia de la señal de salida.







2–7 Un cierto canal tiene una característica ideal de amplitud pero no de fase dada por

$$|H(w)| = 1 \quad \text{y} \quad \theta_h(w) = -wt_0 - k\sin wT \quad \text{con} \quad k \ll 1$$

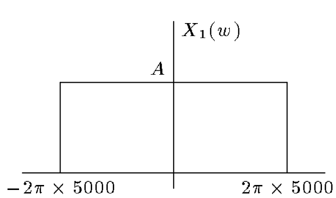
a) Muestre que la salida $r(t)$ para una entrada $g(t)$ es

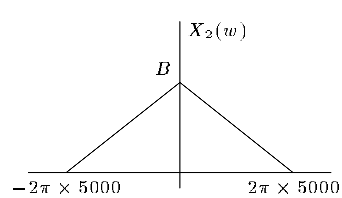
$$r(t) = g(t - t_0) + \frac{k}{2}\left[g(t - t_0 - T) - g(t - t_0 + T)\right]$$

NOTA: use la relación $e^{-jk\sin wT} \approx 1 - jk\sin wT \quad k \ll 1$

b) Discuta los efectos de este canal para señales TDM (multiplexadas temporalmente) y FDM (multiplexadas en frecuencia) desde el punto de vista de la interferencia entre las señales multiplexadas.

2–8 La relación entre la entrada $x(t)$ y la salida $y(t)$ de un canal no lineal está dada por $y(t) = x(t) + 0.22x^3(t)$. La entrada es la superposición de dos señales moduladas $x(t) = x_1(t)\cos w_1 t + x_2(t)\cos w_2 t$ donde los espectros $X_1(w)$ y $X_2(w)$ se muestran en la figura y $w_1 = 2\pi(100\times 10^3)$ y $w_2 = 2\pi(110\times 10^3)$.





a) Bosqueje los espectros de las señales de entrada $x(t)$ y salida $y(t)$

b) ¿Se pueden recuperar las señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$ (sin interferencia ni distorsión) de la salida $y(t)$?

c) Si una señal TDM que consiste en dos trenes de pulsos intercalados se aplica a la entrada, ¿Se pueden recuperar las señales a la salida sin distorsión y sin interferencia?

2–9 Una señal $g(t)$ se aplica a un dispositivo de ley cuadrática. La salida es a su vez aplicada a un filtro paso-baja de ancho de banda ΔfHz. Muestre que si Δf es muy pequeño, la salida del filtro es una señal constante de amplitud $2E_g\Delta f$, donde E_g es la energía de $g(t)$

NOTA: si $g^2(t) \leftrightarrow A(w)$, entonces $A(0) = E_g$

2–10 Muestre que para una señal constante $g(t) = A$

$$\mathcal{R}_g(t) = A^2, \quad S_g(w) = 2\pi A^2 \delta(w) \quad \text{y} \quad P_g = A^2$$

2–11 Si $g(t) = A + g_1(t)$ donde $g_1(t)$ es de media cero, es decir

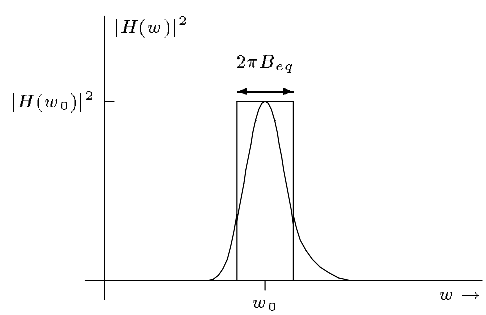
$$\overline{g_1(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g_1(t)\ dt$$

muestre que

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_g(t) &= A^2 + \mathcal{R}_{g_1}(t)\\
S_g(w) &= 2\pi A^2 \delta(w) + S_{g_1}(w)\\
P_g &= A^2 + P_{g_1}
\end{aligned}$$

2–12 La PSD de una señal puede determinarse en la práctica utilizando filtros paso-banda angostos. Una señal $g(t)$ se pasa por un filtro de banda angosta y frecuencia central w_0 variable, si la función de transferencia del filtro es $H(w)$, muestre que la potencia de la señal de salida es igual a la potencia de la señal de salida de un filtro ideal de ancho de banda B_{eq} (conocido como *ancho de banda equivalente*) donde

$$2\pi B_{eq} = \frac{1}{|H(w_0)|^2} \int_0^\infty |H(w)|^2\ dw$$



Muestre cómo este resultado puede utilizarse para el cálculo de las PSD de una señal.

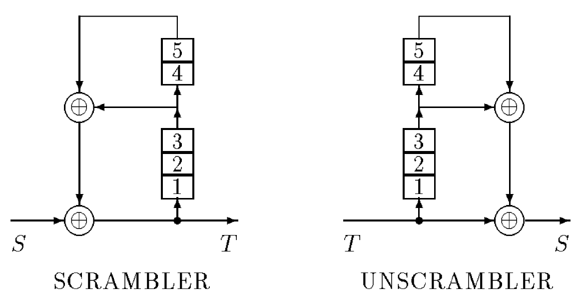
Capítulo 3

Sistemas de Comunicación Digital

3–1 Compare los casos $L = 64$ y $L = 256$ para Ley-μ desde el punto de vista del ancho de banda de transmisión y la relación señal/ruido. Asuma $\mu = 100$ y $B = 4KHz$.

3–2 Determine la velocidad de transmisión de pulsos en términos del ancho de banda de transmisión B_T y el exceso de ancho de banda r. Asuma un esquema que usa el primer criterio de Nyquist.

3–3 La cadena de bits **101010100000111** se introduce en el scrambler de la figura. Encuentre la salida T suponiendo que los registros se inicializan a cero.



3–4 A la salida de un receptor digital, las muestras (tomadas al bit-rate) son:

$$a_{-3} = p_r(-3T_0) = -0.01 \quad a{-}2 = p_r(-2T_0) = 0.05 \quad a_{-1} = p_r(-T_0) = -0.2$$
$$a_0 = p_r(0) = 1$$
$$a_1 = p_r(T_0) = -0.3 \quad a_2 = p_r(2T_0) = 0.1 \quad a_3 = p_r(3T_0) = -0.03$$

Diseñe un ecualizador de tres etapas (N=1) suponiendo $p_r(\pm kT_0) = 0 \quad k \geq 4$

3–5 Muestre que una señal ON-OFF con pulsos de ancho completo no contiene la frecuencia del reloj (bit-rate). Muestre un esquema posible para la extracción de la señal de sincronización de bit.

3–6 Encuentre la PSD de una señal cuaternaria (4-aria) polar suponiendo que todos los pulsos son equiprobables.

3–7 El código ASCII (American Standard Code for Information Interchange) contiene 128 caracteres codificados en binario. Si un computador genera 100000 caracteres/segundo, determine

a) El número de bits (dígitos binarios) requeridos por cada carácter

b) El número de bits/segundo necesario para la transmisión.

c) Para detección de errores se añade un bit (bit de paridad) para cada carácter. Modifique las respuestas de los apartados anteriores.

3–8 El ancho de banda de la señal de TV (vídeo+audio) es de 4.5MHz. Si esta señal se convierte a PCM con 1024 niveles, determine en número de bits/segundo necesarios para transmitir dicha señal. Suponga que se muestrea un 20% por encima de la frecuencia de Nyquist.

3–9 Se han de transmitir cinco señales de telemetría de 1KHz de ancho de banda cada una utilizando PCM multiplexada. El máximo error tolerable en amplitud es 0.5% del máximo de la señal. La frecuencia de muestreo debe ser un 20% superior a la frecuencia de Nyquist. Para sincronización se añaden 0.5% bits extra. Determine el mínimo bit-rate posible para la transmisión.

3–10 Una señal-mensaje $m(t)$ se transmite en PCM lineal (sin compresión). Si la SNR de cuantización debe ser de al menos 47dB, determine el mínimo valor de L requerido asumiendo $m(t)$ senoidal. Determina la SNR para ese valor de L.

3–11 Para la señal del problema 3–8, determine el mínimo valor de L si el parámetro de compresión es $\mu = 255$ y la mínima SNR requerida es de 50dB. Determine la SNR para éste valor de L.

3–12 Una señal limitada en banda a 1MHz se muestrea un 50% por encima de su frecuencia de Nyquist y se cuantiza con 256 niveles utilizando Ley-μ con $\mu = 255$.

a) Determine la SNR de cuantización

b) Esta SNR es insatisfactoria y debe incrementarse en 10dB. Se ha encontrado que muestrear al 20% de la frecuencia de Nyquist es sin embargo adecuado. ¿Es posible alcanzar la SNR deseada disminuyendo la frecuencia de muestreo? ¿Por qué?

3–13 Para un sistema DM de integración simple, la señal de voz se muestrea a 64KHz, siendo la amplitud máxima $A_{\text{max}} = 1$.

a) Determine el mínimo valor del cuanto σ para que no ocurra sobrecarga de pendiente.

b) Determine la potencia del ruido de cuantización sobre una banda de 3.5KHz.

c) Suponiendo que la señal es senoidal, determine la potencia de salida S_0 y la SNR.

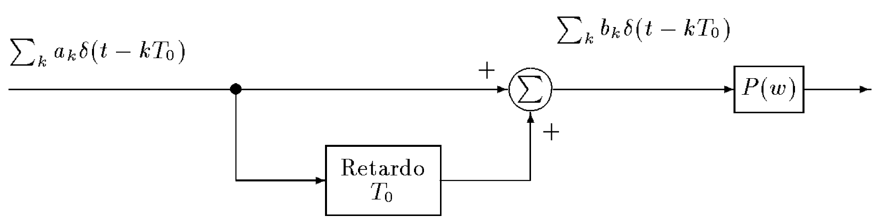
d) Suponiendo que la amplitud de la señal de voz está uniformemente distribuida en el intervalo $[-1, 1]$, determine S_0 y la SNR.

e) Determine el ancho de banda de transmisión

3–14 Una señal $m_1(t)$ es limitada en banda a 3.6KHz y otras tres señales $m_2(t)$, $m_3(t)$ y $m_4(t)$ lo son a 1.2KHz cada una. Las cuatro señales se muestrean a sus frecuencias de Nyquist. Sugiera un esquema de multiplexado indicando la frecuencia de los conmutadores. Si la salida del multiplexor se cuantiza con $L = 1024$, ¿cual es el bit-rate resultante?

3–15 Considere el siguiente esquema de codificación de línea. Un **0** se codifica como ausencia de pulso, y un **1** como un pulso $p(t)$ ó $-p(t)$ según la siguiente regla. Si un **1** es precedido por otro **1**, se codifica como el mismo pulso que el **1** anterior. Si un **1** es precedido por un **0**, se codifica como un pulso de signo opuesto al **1** anterior. Determine la función de autocorrelación $\mathcal{R}_x(t)$ utilizando unicamente las autocorrelaciones R_n para $n \leq 4$.

3–16 Los dígitos de información a_k, que pueden tomar los valores +1 y -1, son procesados como se muestra en la figura. Los dígitos b_k son ternarios y toman valores -2, 0 y +2. Estos dígitos se codifican usando ausencia de pulso para 0, y pulsos $-p(t)$ y $p(t)$ para los valores -2 y +2 respectivamente. Muestre que la señal resultante tiene la misma PSD que una señal duobinaria. Dado que $a_k = b_k - a_{k-1}$, muestre que la señal recibida puede ser decodificada unívocamente conocido el primer bit de información a_1.



3–17 Para transmitir a una velocidad de 5000 bits/s utilizando el primer criterio de Nyquist, es necesario un canal de comunicación de 3KHz de ancho de banda. Determine el exceso de ancho de banda r.

3–18 Un canal telefónico tiene un ancho de banda de 2.7KHz. Calcule el bit-rate que se puede alcanzar si utilizamos:

a) Señales binarias con codificación bipolar.

b) Señales binarias con codificación polar y pulsos de ancho completo.

c) Señales binarias con pulsos seno-remontado de un 12.5% de exceso de ancho de banda.

3–19 En cierto sistema de telemetría se desean transmitir simultaneamente 8 señales analógicas de ancho de banda 2KHz cada una utilizando PCM multiplexada. El error en las amplitudes no puede ser superior a 1% del valor de pico de las señales.

a) Determine el mínimo número de niveles de cuantización.

b) Determine el ancho de banda de transmisión si se usan pulsos coseno remontado con 20% de exceso de ancho de banda con una frecuencia de muestreo un 25% superior a la frecuencia de Nyquist.

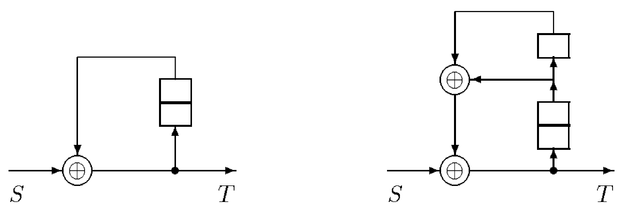
3–20 En un sistema de transmisión digital que utiliza el segundo criterio de Nyquist, las muestras de amplitud entre cada dos bits transmitidos son

$$f_0 \quad f_0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -f_0 \quad 0 \quad 0 \quad -f_0 \quad 0 \quad f_0 \quad 0 \quad 0 \quad -f_0 \quad f_0 \quad f_0 \quad 0 \quad -f_0$$

a) Indique si se ha producido algún error en detección.

b) ¿Puede encontrar la secuencia correcta de bits? ¿Existe más de una posibilidad?. De el mayor número de respuestas posible asumiendo que la probabilidad de más de un error es extremadamente baja.

3–21 Para los *scrambler's* de la figura, obtenga la salida T para $S = 101010100000111$.



3–22 En un cierto canal de comunicación, los pulsos recibidos $p_r(t)$ tienen amplitudes

$$\begin{array}{ll} p_r(0) = 1 & \\ p_r(T_0) = 0.1 & p_r(-T_0) = 0.3 \\ p_r(2T_0) = -0.02 & p_r(-2T_0) = -0.07 \end{array}$$

Determine los valores aproximados para un ecualizador de tres etapas
(suponga $p_r(\pm kT_0) = 0 \quad \forall k > 2$).

3–23 Para una señal binaria cuya amplitud de pico en el receptor es $A_p = 0.0015$, determine la probabilidad de error si el canal añade un ruido gausiano cuyo valor rms es 0.0003. Suponga los casos de codificaciones polar, on-off y duobinaria. Asuma que los pulsos son tales que no existe ISI en el receptor.

3–24 Se transmiten pulsos rectangulares de ancho mitad a un bit-rate de 10Kbps usando codificación on-off. La probabilidad de error de detección debe ser menor de 10^{-6}. El valor rms del ruido es de 1mV. La atenuación de la señal a lo largo del canal es de 30dB. Determine la mínima potencia requerida en el emisor. Por simplicidad, asuma que el canal tiene un ancho de banda infinito (la forma de los pulsos no se modifica en la transmisión).

3–25 Repita el problema anterior para señales polares.

3–26 En un cierto enlace digital la amplitud de pico en el receptor es $A_p = 0.001$ y el valor rms del ruido es de 0.0002. Se utiliza un esquema de codificación polar con pulsos de ancho mitad, siendo la atenuación del canal de 30dB.

a) Calcule la probabilidad de error de detección y la potencia en el transmisor.

b) Si se utiliza un esquema bipolar en lugar de uno polar, determine la potencia en el emisor para obtener la misma probabilidad de error que en el caso anterior. Por simplicidad, asuma un canal de ancho de banda infinito.

3–27 En un esquema multiamplitud con $M = 16$

a) Determine el mínimo ancho de banda de transmisión requerido para un bit-rate de 12Kbps.

b) Si se utilizan pulsos coseno-remontado con exceso de ancho de banda $r = 20\%$, determine el ancho de banda de transmisión.

3–28 Se transmiten datos binarios sobre un canal a razón de $f_0$bits/s. Para reducir el ancho de banda de transmisión se decide transmitir esta misma información utilizando un sistema multiamplitud 16-ario.

a) ¿En qué factor se reduce el ancho de banda?

b) ¿En qué factor aumenta la potencia, si se mantiene la separación entre las amplitudes de los pulsos?

3–29 Considere el caso de transmisión binaria con codificación polar, pulsos rectangulares de ancho mitad con amplitudes $\pm A/2$ y velocidad de f_0 bps.

a) Determine el ancho de banda y la potencia de la señal transmitida.

b) La misma información se debe transmitir ahora utilizando un sistema M-ario con pulsos rectangulares de ancho mitad y amplitudes $\pm A/2$, $\pm 3A/2$, $\pm 5A/2$, $\cdots$, $\pm(M-1)A/2$. Si todos los pulsos son equiprobables, determine la potencia y el ancho de banda de transmisión.

c) Si los pulsos M-arios del apartado anterior se transmiten a razón de f_0 pulsos por segundo, determine el bit-rate en bits por segundo. Muestre que la potencia transmitida es

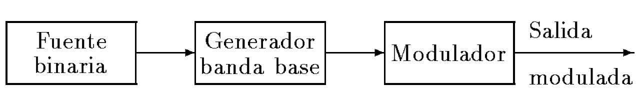
$$(M^2-1)A^2/24 \approx M^2A^2/24$$

3–30 Una señal analógica de 10KHz de ancho de banda se muestrea a 24KHz y las muestras se cuantizan con 256 niveles y se codifican según un esquema M-ario multiamplitud. Los pulsos utilizados satisfacen el primer criterio de Nyquist con $r = 20\%$. Se dispone de un canal de 30KHz de ancho de banda. ¿Qué valores de M son aceptables?.

3–31 La figura muestra un sistema binario de transmisión de datos. El generador de señal en banda base genera pulsos polares de ancho completo. El bit-rate es de 1Mbps.

a) Si el modulador genera una señal PSK, ¿cual es el ancho de banda de la señal modulada?.

b) Si el modulador genera una señal FSK cuya diferencia de frecuencias es $f_{c_1} - f_{c_0} = 100KHz$, determine el ancho de banda de la señal modulada.



3–32 Repita el problema anterior si se utiliza un esquema M-ario con $M = 4$ y pulsos polares de ancho completo. En el apartado referente a FSK, las amplitudes adyacentes se transmiten como frecuencias separadas 100KHz.

Capítulo 4

Modulación Lineal

4–1 Para cada una de las siguientes señales:

a) $m(t) = \cos 1000t$

b) $m(t) = 2\cos 1000t + \cos 2000t$

c) $m(t) = \cos 1000t \cos 3000t$

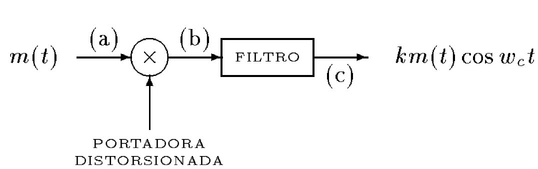
trace los espectros en banda-base y DSB, USB y LSB para una portadora $\cos 10000t$.

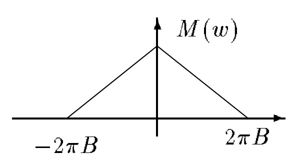
4–2 Repita el problema anterior para las señales

a) $m(t) = \Pi(t)$

b) $m(t) = e^{-|t|}$

4–3 La figura muestra un modulador DSB-SC. La portadora es una señal distorsionada dada por $a_1 \cos w_c t + a_2 \cos^2 w_c t$. El espectro de $m(t)$ es el mostrado en la figura.



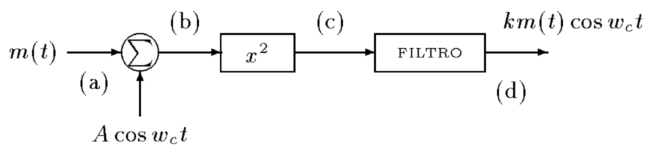


a) Determine las señales y muestre sus espectros en los puntos b y c del modulador.

b) ¿Qué tipo de filtro necesita el modulador?

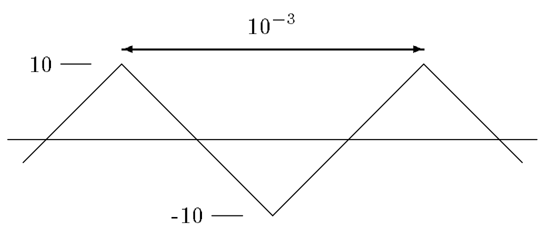
c) ¿Cuál es el mínimo valor de w_c para que el sistema funcione correctamente?

4–4 Muestre que el esquema de la figura puede utilizarse para generar señales DSB-SC. Suponiendo que $m(t)$ está limitada en banda a B Hz, dibuje las señales en los puntos a, b, c, y d. Explique la naturaleza del filtro utilizado. ¿Existe alguna restricción sobre el ancho de banda de la señal $m(t)$?



4–5 Una señal DSB-SC $m(t)\cos w_c t$ es amplificada antes de ser transmitida. Desgraciadamente, el amplificador tiene una característica no-lineal de amplitud dada por $e_o(t) = 100e_i(t) + 3e_i^2(t)$. Suponiendo que el espectro de $m(t)$ está limitado en banda a B Hz, trace el espectro de la señal a la salida del amplificador. ¿Es posible recuperar la señal DSB-SC sin distorsión?. En caso afirmativo, indique si existe alguna restricción sobre la frecuencia de portadora w_c.

4–6 Una señal modulante $m(t)$ como la de la figura modula una portadora en AM.



a) Trace la señal modulada para índices de modulación $\mu = 0.5$ y $\mu = 1$.

b) Para cada caso determine

   i) La potencia total de la señal modulada.

   ii) La potencia de la portadora.

   iii) La potencia de las bandas laterales.

   iv) La eficiencia de la modulación.

4–7 A primera vista, un detector de envolvente y un demodulador de rectificación seguido de un filtro RC parecen ser el mismo sistema. Muestre que esta afirmación es incorrecta. En concreto, muestre que los valores RC requeridos son diferentes en ambos casos y que para el detector de envolvente, la constante RC depende del índice de modulación μ.

4–8 Una señal modulante $m(t)$ modula SSB a una portadora $A\cos 1000t$. Considere los siguientes casos:

a) $m(t) = \cos 100t$

b) $m(t) = \cos 100t + 2\cos 300t$

c) $m(t) = \cos 100t \cos 500t$

Para cada uno de estos casos, trace el espectro DSB-SC. Suprimiendo la banda no deseada obtenga los espectros USB y LSB. A partir de estos espectros, obtenga las señales temporales $\varphi_{USB}(t)$ y $\varphi_{LSB}(t)$.

4–9 Para una señal modulante

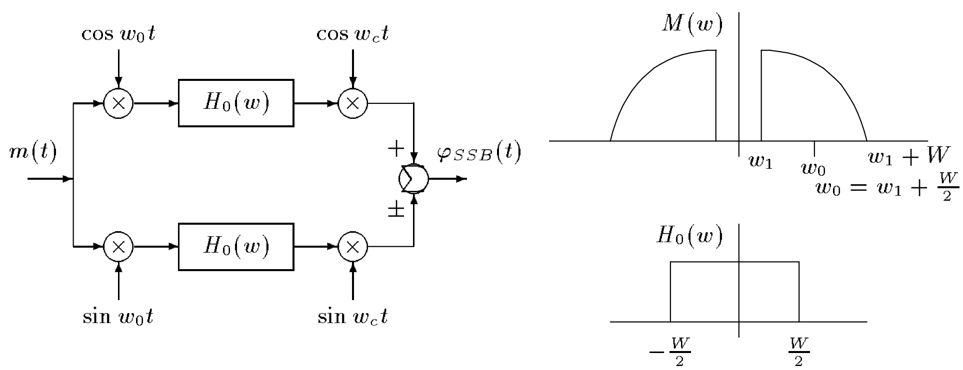
$$m(t) = \frac{0.02}{t^2 + 10^{-4}}$$

y una portadora $\cos 10000t$

a) Determine y dibuje el espectro DSB-SC

b) Determine $\varphi_{USB}(t)$ y $\varphi_{LSB}(t)$ y dibuje sus espectros.

4–10 Un tercer método para generar señales SSB (conocido como método Weaver) se basa en un esquema como el de la figura.



a) Analice el sistema y muestre que la salida es efectivamente una señal SSB.

b) ¿Cuál es la ventaja de este método frente al de filtrado selectivo en frecuencia?

4–11 Determine el porcentaje de distorsión causada por el segundo armónico en demodulación SSB+C por detección de envolvente. Considere modulación de un tono de forma que la señal a la entrada del demodulador será:

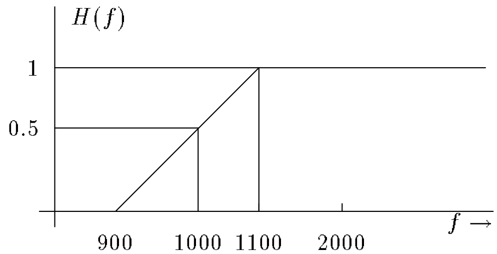
$$\varphi_i(t) = A\cos w_c t + m(t)\cos w_c t + m_h(t)\sin w_c t$$

con $m(t) = \alpha \cos w_m t$. Determine el valor de α de forma que esta distorsión sea inferior al 10%.

4–12 En un sistema QAM, la portadora local generada en el receptor tiene un error de frecuencia Δw. y un error de fase δ. Obtenga las expresiones para las señales en fase y cuadratura recuperadas a la salida del receptor.

4–13 Una señal DSB-SC puede ser demodulada mediante detección de envolvente si se inserta (suma) en el receptor una portadora local antes de la detección. ¿Qué amplitud mínima debe tener esta portadora reinsertada?. Muestre que la distorsión introducida por el detector de envolvente debida a una falta de sincronización de la portadora reinsertada es similar a la producida por un detector síncrono con una portadora local con errores de frecuencia y fase.

4–14 Un filtro vestigial tiene una función de transferencia $H(f)$ como la mostrada en la figura.



Obtenga las señales moduladas en banda lateral residual generadas utilizando este filtro para los casos siguientes:

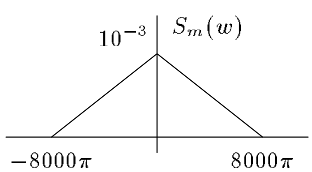
a) $m(t) = \cos 100t$

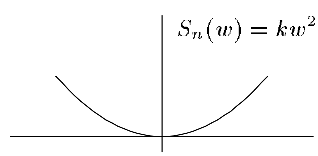
b) $m(t) = \cos 200t$

c) $m(t) = \cos 100t \cos 200t$

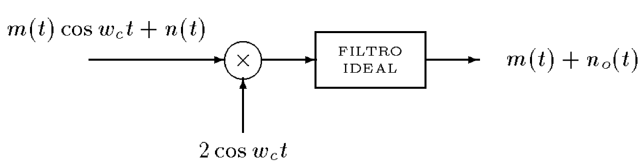
d) $m(t) = 2 \cos 200t$

4–15 Una señal $m(t)$ con una PSD como la mostrada en la figura es transmitida a través de un canal que introduce un ruido aditivo $n(t)$ con PSD $S_n(w)$ mostrada también en la figura y con $k = \frac{3\times10^{-12}}{128\pi^2}$. El receptor consiste unicamente en un filtro paso-baja ideal de ancho de banda igual al de la señal. Determina la realción señal/ruido a la salida.





4–16 Para un receptor DSB-SC síncronocomo como el mostrado en la figura, la PSD del ruido es constante igual a $\mathcal{N}/2$ con $\mathcal{N} = 10^{-7}$. La PSD de la señal es también constante igual a β en la banda de frecuencias $|w| \leq 2\pi B$ con B=4KHz.



a) Calcule la potencia de la señal a la salida del receptor.

b) Calcule la potencia del ruido a la salida del receptor.

c) Si la relación señal/ruido debe ser de al menos 30dB, obtenga el mínimo valor posible para β y la potencia correspondiente a la señal $m(t)$.

4–17 Para un canal AM con ruido de PSD $S_n(w) = 10^{-8}$ se requiere una relación SNR de al menos 33dB. Determine la potencia necesaria en el emisor si la señal modulante es triangular, el ancho de banda es de 5KHz y la atenuación introducida por el canal es $H(w) = 0.005$. Suponga un 80% de modulación.

4–18 En una ciudad, una estación de radio S tiene asignada una frecuencia central de 1500KHz. Cuando se sintoniza un receptor *barato* a esta frecuencia, la emisora se recibe con claridad. Sin embargo, esta emisora también se recibe (aunque con menor potencia) en otra frecuencia del dial. Explique razonadamente cual es el motivo de este comportamiento y a que frecuencia se recibe la emisora atenuada.

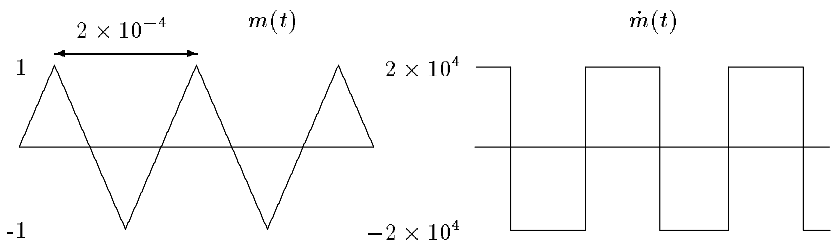
NOTA: Los receptores de radio comercial se basan en el principio de heterodinación. Trasladan el espectro de la señal a demodular a una frecuencia intermedia de 455KHz mediante un mezclador, antes de realizar la demodulación.

4–19 Considere un receptor superheterodino diseñado para recibir la banda de frecuencias de 1 a 30MHz con frecuencia intermedia de 40MHz. ¿Cuál es el rango de frecuencias generado por el oscilador local?. Una emisora de frecuencia nominal 10MHz es recibida en los 10MHz del dial. En esta posición del dial también se recibe una interferencia de otra emisora. ¿Cuál es la frecuencia de esta señal?

Capítulo 5

Modulación Angular

5–1 Estime el ancho de banda FM y PM para una señal modulante $m(t)$ como la de la figura con $k_f = \pi \times 10^4$ y $k_p = \pi/4$.



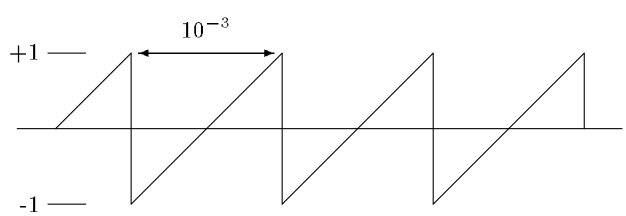
5–2 Repita el problema anterior para $k_f = 2\pi \times 10^5$ y $k_p = 10\pi$. Repita los cálculos si la señal $m(t)$ se expande temporalmente en un factor 2 (su periodo pasa a ser 4×10^{-4}).

5–3 Una señal $m(t) = \sin 100t$ rectificada se utiliza para modular angularmente una portadora de frecuencia $f_c = 10^4$.

a) Dibuje la señal PM si $k_p = 10\pi$.

b) Dibuje la señal FM si $k_f = 10\pi$.

5–4 Trace las señales FM y PM para la señal modulante de la figura dados $w_c = 10^6$, $k_f = 1000$ y $k_p = \pi/2$. Explique porque es necesario utilizar $k_p < \pi$ para PM.



5–5 Para una señal modulante

$$m(t) = \sin 30\pi t + 3\cos 200t$$

determine $\varphi_{FM}(t)$ y $\varphi_{PM}(t)$ con $w_c = 10^7$, $k_f = 10$ y $k_p = 10$. Estime el ancho de banda en los dos casos.

5–6 Una señal modulada angularmente con portadora de frecuencia $w_c = 2\pi \times 10^6$ está descrita por la ecuación siguiente

$$\varphi_{EM}(t) = 10\cos(w_c t - 0.3\cos 200\pi t)$$

a) Calcule la potencia de la señal modulada.

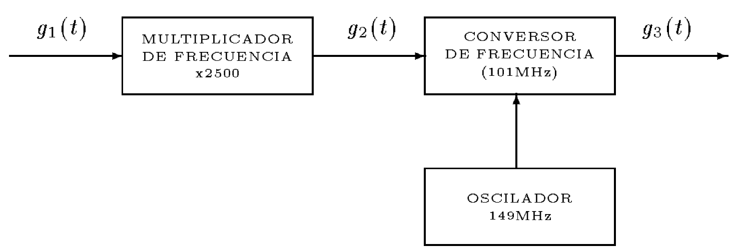
b) Calcule la desviación en frecuencia Δf.

c) Calcule la desviación en fase $\Delta\phi$.

d) Estime el ancho de banda de la señal modulada.

5–7 Estime el ancho de banda para las señales moduladas del problema 5–3. Suponga que el ancho de banda esencial de $m(t)$ es la frecuencia de su tercer armónico.

5–8 El método Armstrong para generación indirecta FM es utilizado en un modulador como el de la figura.



La señal modulante es $g_1(t) = A\cos[w_c t + k\int m(\tau)d\tau]$ donde $w_c = 2\pi \times 10^5$, $k = 0.05$, $m_p = 200$ y el ancho de banda de $m(t)$ es de 100Hz. Calcule la desviación en frecuencia y el ancho de banda de las señales $g_1(t)$, $g_2(t)$ y $g_3(t)$.

5–9 Se utiliza el método Armstrong para generar una señal FM con frecuencia de portadora $f_c = 100MHz$ y desviación de frecuencia $\Delta f = 20KHz$. La señal en banda base $m(t)$ tiene componentes en frecuencia en el rango de 50Hz a 15KHz. En la primera etapa (FM de banda angosta), el índice de modulación β debe ser inferior a 0.2 en el peor caso (para frecuencia de 50Hz). Calcule M, el factor de multiplicación de frecuencia necesario y la frecuencia del oscilador utilizado en el conversor de frecuencia. Suponga que la multiplicación de frecuencia se realiza utilizando unicamente factores 2 y 3. Suponga una portadora de 200KHz en la primera etapa.

5–10 Muestre que si $m(t)$ no tiene discontinuidades, un demodulador FM seguido de un integrador actúa como un demodulador PM. Muestre también que un demodulador PM seguido de un diferenciador actúa como un demodulador FM incluso si $m(t)$ tiene discontinuidades.

5–11 Una señal rectangular periódica de periodo T_0, ancho $T_o/2$ y amplitud ± 1 modula en frecuencia a una portadora de amplitud A, frecuencia $f_c = 10KHz$ y desviación de frecuencia $\Delta f = 1KHz$. La señal se demodula con un diferenciador seguido de un detector de envolvente y un bloqueo de contínua. Trace las formas de onda de la señal a la entrada del demodulador, tras el diferenciador, tras el detector de envolvente y a la salida del demodulador.

5–12 Para un sistema de comunicación FM y un canal con ruido blanco de PSD $S_n(w) = 10^{-9}$, el ancho de banda de la señal modulante es 15KHz y la SNR de salida de 31dB. Se conoce que la potencia relativa de la señal modulante es $\overline{m^2(t)}/m_p^2 = 2/9$ y que la desviación de frecuencia relativa es $\beta = 2$. La constante del demodulador[1] es $\alpha = 10^{-4}$.

a) Calcule la potencia de la señal de entrada.

b) Calcule las potencias de salida de la señal y el ruido.

c) Determine la potencia transmitida si la función de transferencia del canal es $|H_c(w)| = 10^{-3}$.

5–13 Para un cierto sistema FM se tiene

$$m(t) = \cos^3 10000t \qquad k_f = 471000$$

La amplitud A de la portadora a la entrada del receptor es $1/3$ y la PSD del ruido en el canal es $S_n(w) = \mathcal{N}/2 = 10^{-8}$.

a) ¿Cuál es el valor de Δf?

b) ¿Cuál es el ancho de banda de transmisión?

c) ¿Cuál es la SNR de salida?

NOTA: $\cos^3\theta = \frac{1}{4}(3\cos\theta + \cos 3\theta)$.

5–14 Una señal rectangular periódica $m(t)$ de amplitud ± 1 y periodo $T_0 = 10^{-3}$ (ancho $T_0/2$) modula en frecuencia a una portadora con $\Delta f = 50KHz$. La señal FM se transmite a través de un canal con ruido blanco de PSD $S_n(w) = 10^{-8}$. La potencia de la señal de entrada al receptor es $S_i = 0.25$. Calcule la SNR a la salida.

5–15 Muestre que para una señal modulante $m(t)$ triangular de amplitud $\pm A$ y periodo T_0, PM es superior a FM en un factor $3\pi^2/4$ (desde el punto de vista de la relación señal/ruido) independientemente de la amplitud y el periodo de la señal modulante. Suponga que el ancho de banda de $m(t)$ es la frecuencia de su tercer armónico.

[1] Para un demodulador FM práctico, si la frecuencia instantánea es $w_i = w_c + k_f m(t)$, la salida del demodulador es $\alpha k_f m(t)$.

5–16 En teoría se ha mostrado que FM es superior a PM para modulación de un tono. Para modulación multitono, PM puede resultar superior a FM. Muestre que para modulación de dos tonos $m(t) = \alpha_1 \cos w_1 t + \alpha_2 \cos w_2 t$, PM es superior a FM cuando $(1 + xy)^2 < (1 + x)^2/3$ donde $x = \alpha_1/\alpha_2$ e $y = w_1/w_2$. Suponga que $w_2 > w_1$ y, consecuentemente, el ancho de banda de $m(t)$ es $B = w_2/2\pi$. Para el cálculo de m_p y m'_p suponga que, en ciertos instantes, las dos sinusoides suman sus amplitudes en fase.

5–17 Para un sistema FM con $\beta = 5$ y $\overline{m^2(t)}/m_p^2 = 0.05$, la SNR de salida es de 20dB.

a) ¿Se encuentra el sistema en la zona de efecto umbral?.

b) Si β se incrementa a 6 (manteniendo los demás parámetros inalterados), ¿Se puede incrementar la SNR de salida?. Explique los motivos.

c) Si β se reduce a 2, ¿Aumentará o disminuirá la SNR?. Explique los motivos.

5–18 En un cierto sistema FM utilizado en comunicaciones via satélite, la SNR de salida es 23.4dB con $\beta = 2$. El ancho de banda de la señal modulante es 10KHz, y la potencia relativa $\overline{m^2(t)}/m_p^2 = 1/9$. El sistema con $\beta = 2$ se encuentra en la región lineal de SNR (no hay efecto umbral). Se necesita que la SNR de salida sea de 40dB, pero como la potencia de transmisión está limitada, se decide aumentar la SNR aumentando el ancho de banda de transisión.

a) ¿Cuál es el máximo valor posible de β, y el ancho de banda correspondiente, manteniendo al sistema en la zona lineal de SNR?. Determine la máxima SNR posible para ese valor de β.

b) Determine el mínimo incremento de potencia de transmisión necesario para obtener una SNR de 40dB. ¿Cuál es el valor de β y el ancho de banda de transmisión en este caso?

Apéndice A

Soluciones a los problemas

1–1

a) $2\pi\delta(w - w_0)$

b) $\pi[\delta(w - w_0)e^{j\varphi} + \delta(w + w_0)e^{-j\varphi}]$

c) $\pi[\delta(w - w_0) + \delta(w + w_0)] \,:\, \varphi = 0$

d) $j\pi[\delta(w + w_0) - \delta(w - w_0)] \quad ; \quad \varphi = \pi$

e) $\frac{\pi}{2}[\delta(w - w_0) + \delta(w + w_0)] + \frac{jw_0}{w_0^2 - w^2}$

f) $\frac{j\pi}{2}[\delta(w + w_0 - \delta(w - w_0)] + \frac{w_0}{w_0^2 - w^2}$

1–2

$$G(w) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n \delta(w - nw_0)$$

1–3

$$G(w) = w_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(w - nw_0) \;;\; w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

Note que

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0) = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jnw_0 t} \;;\; w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

1–4

$$G(w) = \frac{2A}{b - a} \frac{\cos aw - \cos bw}{w^2}$$

1–6 Utilize la propiedad de que la integral de una función impar sobre un intervalo simétrico es cero.

1–7 Utilice la misma propiedad que en el ejercicio anterior

1–10 Para el primer criterio $B = 0.36/a$ y para el segundo $B = 0.256/a$.

1–11 Realice un desarrollo similar al utilizdo en teoría para demostrar el teorema de muestreo.

2–1 Escriba la función de transferencia en la forma $Y(w) + j(w/a)Y(w) = X(w)$, de donde se puede obtener mediante transformación inversa de Fourier la ecuación diferencial $y(t)+\frac{1}{a}\frac{dy(t)}{dt} = x(t)$, donde $y(t)$ es la slida del canal y $x(t)$ la entrada (señal rectangular). Esta ecuación diferencial se resuelve en el intervalo [0,T_0] con $x(t) = 0$ y la condición de controno $y(0) = A_p$. La solución es $y(t) = A_p e^{-at}$. la interferencia se calcula en $t = T_0$ como $\rho = y(T_0)/A_p = e^{-aT_0}$. El ancho de banda de 3dB del filtro es $B = \frac{a}{2\pi}$. La velocidad de transmisión de pulsos es $T_0 = \frac{1}{2B}$. Sustituyendo estos valores se obtiene el resultado $\rho = 0.043 = 4.3\%$

2–2 $B = 0.36/a$

2–3

a) $\mathcal{R}_g(t) = \frac{A^2}{2}\cos w_0 t \quad S_g(t) = \frac{\pi A^2}{2}[\delta(w + w_0) + \delta(w - w_0)]$

b) $\mathcal{R}_g(t) = \frac{A^2}{2}\cos w_0 t \quad S_g(t) = \frac{\pi A^2}{2}[\delta(w + w_0) + \delta(w - w_0)]$

2–5 El valor cuadrático medio se calcula por integración directa

$$\overline{g^2(t)} = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} g^2(t)\,dt = 1/2$$

resultando $g_{rms} = \sqrt{\overline{g^2(t)}} = 1/\sqrt{2} = 0.707$.
Desarrollando en serie de Fourier la señal periódica tenemos

$$g(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(nw_0 t + \theta_n)\,;\; w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

Donde los coeficientes son $C - 0 = 1/2$ y $C_n = \frac{2}{n\pi}\sin(\frac{n\pi}{2})$. Y la función desarrollada es

$$g(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\left(\cos t - \frac{1}{3}\cos 3t + \frac{1}{5}\cos 5t - \frac{1}{7}\cos 7t + \cdots\right)$$

Como la función de transferencia es $H(w) = 1 - w/7$, los nuevos coeficientes del desarrollo son

$$y(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\left(\frac{6}{7}\cos t - \frac{4}{21}\cos 3t + \frac{2}{25}\cos 5t\right)$$

De donde se puede obtener el valor cuadrático medio y rms de $y(t)$ resultando $\overline{y^2(t)} = 0.407$ y $y_{rms} = \sqrt{0.407} = 0.638$

2–6 La función de transferencia del diferenciador es $H(w) = jw$, la densidad de potencia espectral a la salida es $S_y(w) = \frac{w^2\mathcal{N}}{A^2}$ y la potencia de la señal de salida es $P_y = \frac{8\pi^2\mathcal{N}B^3}{3A^2}$.

2–7

a) La función de transferencia del canal que (con la aproximación $k \ll 1$) es $H(w) \approx e^{-jwt_0}[1 - jk\sin wt]$. Obtenga el espectro de la señal de salida como producto del de la señal de entrada con la función de transferencia. Finalmente obtenga la señal de salida calculando la transformada inversa de su espectro.

b) Dado que la salida es una suma de versiones retardadas y escaladas de la señal de entrada, el ancho de banda es igual a la señal de entrada, por lo tanto no hay error de solapamiento en el caso de multiplexado en frecuencia. Sin embargo, se produce un *ensanchamiento* temporal de la señal que puede provocar interferencia intersimbólica en el caso de multiplexado temporal.

2–8

a) Tenga en cuenta que el producto de dos señales genera un espectro cuyo ancho de banda es la suma de los anchos de banda de las señales multiplicadas.

b) Si desarrolla $x(t)$ en la expresión del canal y opera, obtendrá una señal con armónicos en w_2, w_2, $w_1 + w_2$, $w_1 - w_2$, $3w_1$ y $3w_2$. El término de frecuencia w_1 contiene la superposición de las señales x_1, x_1^3, y $x_1x_2^2$, de la misma forma, el término en w_2 contiene la superposición de las señales x_2, x_2^3, y $x_2x_1^2$. Por lo tanto, no es posible recuperar x_1 filtrando paso-banda a la frecuencia w_1 ni x_2 filtrando en w_2.

c) En el caso de TDM no existe interferencia ya que el canal cuadrático no expande temporalmente las señales, por lo tento, éstas se pueden recuperar sin interferencia aunque cpn componentes de distorsión no-lineal de amplitud.

2–9 Si el filtro es lo suficientemente angosto, se puede aproximar la salida del filtro por $y(t) = \frac{2X(0)\Delta w}{2\pi}$, siendo $X(w)$ el espectro de la señal a la salida del dispositivo de ley cuadrática. La componente $w = 0$ del espectro del cuadrado de una señal es la energís total de la misma $X(0) = E_g$, por lo tanto $y(t) = 2\Delta f E_g$.

2–12 Para la resolución iguale la potencia de salida del filtro angosto real y el ideal de ancho de banda equivalente. En la integración suponga que el espectro de la señal es constante en el ancho de banda del filtro, es decir: $H(w) = H(w_0)$ dentro del ancho de banda de los filtros.

3–1 Para el caso $L = 64$ se tiene una ancho de banda de transmisión $B_T = 48KHz$ y una relación señal/ruido de cuantización $SNR_O = 27.6dB$. Para $L = 256$ se tiene $B_T = 64KHz$ y $SNR_O = 39.6dB$. Un aumento de 2 bits en la codificación incrementa la SNR_O en $12dB$ y el ancho de banda unicamente en un 33%.

3–2 El ancho de banda de transmisión es $B_T = \left(\frac{1+r}{2}\right) f_0$ donde r es el exceso de ancho de banda y f_0 el *bit-rate*.

3–3 La relación S-T del scrambler es $T = S \oplus [D^3 T \oplus D^5 T]$. Inicialmente se tiene $T = S$ suponiendo que los registros estan inicializados a cero. Definiendo $F = (D^3 \oplus D^5)$ podemos expandir la recursión en la forma $T = S \oplus FS \oplus F^2 S \oplus F^3 S \oplus F^5 S \oplus \cdots$. Si expandimos $F^2 = D^6 \oplus D^1 0$, $F^3 = D^9 \oplus D^{11} \oplus D^{13} \oplus D^{15}$ obteniendo finalmente $T = [D^3 \oplus D^5 \oplus D^6 \oplus D^9 \oplus D^{11} \oplus D^{13} \oplus D^{15}]D$. Los términos con retardo superior a 15 son simpre cero (no están almacenados). Para la secuencia de entrada, la salida es $T = 101110001101001$.

3–4 Sustituyendo los valores para $N = 1$ en

$$\sum_{n=-N}^{N} C_{-n} P_r[(k-n)T_0] = P_O[(k+N)T_0] = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k = \pm 1, \pm 2, \cdots, \pm N \end{cases}$$

se obtiene un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas de la forma

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.2 & 0.05 \\ -0.3 & 1 & -0.2 \\ 0.1 & -0.3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La solución es $C_{-1} = 0.209$, $C_0 = 1.126$, $C_1 = 0.317$. Con estos valores, la señal de salida es

t	-2T_0	-T_0	0	T_0	2T_0	3T_0	4T_0
$P_0(t)$	0.008	0.0113	0	1	0	0.011	-0.00211

3–5 Una señal on-off se puede expreasar como la suma de la señal polar equivalente de amplitud mitad mas una seña de reloj de amplitud mitad también. Para el caso de ancho mitad de pulsos, el espectro contiene la superposición de los espectros y por lo tanto la frecuencia de la señal de reloj (*bit-rate*). Para el caso de anho completo, la señal de reloj degenera en una señal constante, y por lo tanto, no se tiene la frecuencia de reloj en la señal compuesta.

Un posible esquema de sinconización consiste en derivar la señal, pasarla por un rectificador de onda completa. Esto genera un tren de pulsos que contiene un armónico de la señal de reloj ya que aparecen pulsos en los falncos de subida y bajada de la señal original.

3–6 El único coeficiente de autocorrelación del tren de pulsos es $R_0 = 5/4$. Suponiendo pulsos de ancho mitad, la densidad de potencia es

$$S_y(w) = \frac{eT_0}{16} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{wT_0}{4\pi}\right)$$

Resulta igual a la de la codificación polar salvo por un factor 5/4 de incremento en la potencia debido a la codificación multinivel.

3–7

a) Se necesitan 7 bits por carácter

b) 70Kbps

c) 80Kbps

3–8 $B_T = f_0 = 108MHz$

3–9 Para un 0.5% de error se neesitan $L = 512$ nivels ó 9 bits. La frecuencia de muestreo debe ser $f_s = 2400Hz$. Al añadir un 0.5% de bits adicionales, tenemos 9.04 bits por muestra, con lo que el *bit-rate* final es de $5 \times 2400 \times 9.04 = 108480bps$.

3–10 $\alpha = 1.716dB$, $n = 8 \geq 7.54$, $L = 256$, $SNR_O = 49.761dB$

3–11 $\alpha = -10.107dB$, $n = 10 \approx 10.02$, $SNR_O = 49.89dB$

3–12

a) $SNR_O = 37.89dB$

b) No, porque la SNR no depende de la frecuencia de muestreo sino del número de bits usados en la cuantización.

3–13

a) $\sigma \geq 0.0785$

b) $N_q = 1.123 \times 10^{-4}$

c) $SNR_O = 36.5dB$

d) $SNR_O = 34.7dB$

e) $B_T = f_0 = 64Kbps$

3–14 Multiplexamos primero las tres señales de 1.2KHz obteniendo una señal muestreada a 7.2KHz. Ahora multiplexamos ésta con la de 3.6KHz de ancho de banda obteniendo la señal final muestreada con una frecuencia de 14.4Kbps. Si cuantizamos ahora la salida con 1024 niveles, el *bit-rate* final es de $10 \times 14400 = 144Kbps$.

3–15 Las autocorrelaciones son $\mathcal{R}_0 = 1/2$, $\mathcal{R}_1 = 1/4$, $\mathcal{R}_2 = 0$, $\mathcal{R}_3 = -1/8$ y $\mathcal{R}_4 = -1/2$. La densidad de potencia espectral resultante es

$$S(w) \approx \frac{T_0}{4}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{wT_0}{4\pi}\right)\cos^2\left(\frac{wT_0}{2}\right)$$

3–16 Las relaciones entre coeficientes son $b_k = a_k + a_{k-1}$ y $a_k = b_k - a_{k-1}$. Las autocorrelaciones son $\mathcal{R}_0 = 1/2$, $\mathcal{R}_1 = 1/4$ y cero para órdenes superiores a 1. Por lo tanto, la PDS resultante será igual a la de la codificación duobinaria ya que tiene idénticas autocorrelaciones. En la decodificación, conocido el primer bit, se pueden obtener los demás bits de la recursión $a_k = b_k - a_{k-1}$.

3–17 $r = 1/5$

3–18

a) $f_o = 2.7Kbps$

b) $f_o = 2.7Kbps$

c) $f_o = 4.8Kbps$

3–19

a) $L = 256$, $n = 8$

b) $f_s = 4.8KHz$, $f_o = 302.7Kbps$, $B_T = 192Kbps$

3–20

a) El error es $-f_o$ en la secuencia $f_o 00 - f_o$ ya que no puede haber un cambio de signo con un número par de ceros intermedios.

b) La amplitud correcta es f_o ya que si fuene 0, la siguiente amplitud f_o sería incorrecta y estamos suponiendo que sólo se produce un error.

3–21

a) $T = S \otimes D^2 S \otimes D^4 S \otimes D^6 S \otimes \cdots$

b) $T = S \otimes D^2 S \otimes D^3 S \otimes D^4 S \otimes D^7 S \otimes D^8 S \otimes D^9 S \otimes \cdots$

3–22 $N = 1$ $C_{-1} = -0.328$, $C_0 = 1.067$, $C_1 = -0.113$

3–23

Polar $P(\epsilon) = 2.87 \times 10^{-7}$

ON-OFF $P(\epsilon) = 6.00 \times 10^{-3}$

Duobinaria $P(\epsilon) = 9.00 \times 10^{-3}$

3–24 Un valor aproximado para el error dado es $A_p/2\sigma_n = 4.795$, y la amplitud de pico en el receptor debe ser $A_p = 9.59 \times 10^{-3}$ y en el emisor $A_e = 0.303$. La potencia ON-OFF es $P_e = A_e^2/4$ y por lo tanto la potencia en el emisor debe ser $P_e = 0.023$.

3–25 La amplitud de pico en el emisor es $A_e = 0.1515$ y la potencia de emisión es $P_e = 0.0115$.

3–26

a) $P(\epsilon) = 2.87 \times 10^{-7}$, $A_e = 0.0316$, $P_e = 5 \times 10^{-4}$

b) $A_p b = 0.002048$, $A_e b = 0.0648$, $P_e b = 0.00105$

3–27

a) $B_T = 1.5KHz$

b) $B_T = 1.8KHz$

3–28 P_2 y f_2 se refieren a la potencia y el *bit-rate* en el caso de codificación binaria y P_m y f_m en el caso de muoltinivel $M = 16$.

a) $f_m = f_2/4$

b) $P_m = 85P_2$

3–29

a) $P = A^2/8$, $B_T = 2f_o$

b) $P' = \left(\frac{M^2-1}{3}\right) P$, $f'_o = f_o/\log M$, $B'_T = B_T/\log M$

3–30 El mínimo número de niveles es $M = 16$ con un ancho de banda resultante de $B_T = 28.8KHz$

3–31

a) $B_T = 2MHz$

b) $R_T = 2.1MHz$

3–32

a) $B_T = 2MHz$

b) $B_T = 2.3MHz$

4–3

a)

$$\Phi_b(w) = \frac{a_1}{2} M(w) + \frac{a_1}{2} \left[M(w - w_c) + M(w + w_c)\right] + \frac{a_2}{4} \left[M(w - 2w_c) + M(w + 2w_c)\right]$$
$$\Phi_c(w) = \frac{a_1}{2} \left[M(w - w_c) + M(w + w_c)\right]$$

b) Es necesario un filtro paso-banda de ancho $2\pi B$ centrado en w_c

c) La condición para que el sistema opere correctamente es $w_c \geq 4\pi B$

4–4 La señal en el punto c) del sistema es

$$\varphi_c(t) = m^2(t) + 2Am(t)\cos w_c t + \frac{A^2}{2}\cos 2w_c t$$

Se necesita un filtro paso-banda de frecuencia central w_c y ancho de banda $4\pi B$. La condición de funcionamiento adecuado es $w_c \geq 6\pi B$

4–5 La señal a la entrada del filtro es

$$e_o(t) = \frac{3m^2(t)}{2} + 100m(t)\cos w_c t + \frac{3m^2(t)}{2}\cos 2w_c t$$

Por lo tanto, el filtro necesario es paso-banda de frecuencia central w_c y ancho de banda $4\pi B$. La restricción para un adecuado funcionameinto es $w_c \geq 6\pi B$

4–6

a) $\varphi(t) = A\left[1 + \frac{m(t)}{m_p}\right] cosw_c t$

b) Para una señal triangular $\frac{\overline{m^2(t)}}{m_p^2} = 1/6$

i) $P_t = \frac{7A^2\mu^2}{12}$

ii) $P_c = \frac{A^2}{2}$

iii) $P_s = \frac{A^2\mu^2}{12}$

iv) $\eta = \frac{\mu^2}{6+\mu^2}$

4–7

Detector rectificador La frecuencia de corte del filtro paso-baja debe ser $W_o = 2\pi B$ y para un filtro RC de primer orden se tiene $RC = \frac{1}{2\pi B}$

Detector de envolvente

$$RC \leq \frac{1}{2\pi B}\left(\frac{\sqrt{1-\mu^2}}{\mu}\right)$$

4–8

a)

$$\varphi_{LSB}(t) = \frac{A}{2}\cos 900t$$
$$\varphi_{USB}(t) = \frac{A}{2}\cos 1100t$$

b)

$$\varphi_{LSB}(t) = \frac{A}{2}\cos 900t + A\cos 700t$$
$$\varphi_{USB}(t) = \frac{A}{2}\cos 1100t + A\cos 1300t$$

c)

$$\varphi_{LSB}(t) = \frac{A}{4}[\cos 400t + cos600t]$$
$$\varphi_{USB}(t) = \frac{A}{4}[\cos 1400t + cos1600t]$$

4–10 La ventaja es que al filtrar paso-banda a una frecuencia w_o inferior a la frecuencia final de modulación w_c, el factor de calidad del filtro es menor.

4–11 El porcentaje de distorsión es $\rho = \frac{1}{2}\frac{1}{(A/\alpha)+(\alpha/A)}$. Si éste debe ser menor que el 10%, debe verificarse $\alpha \leq 0.2087A$.

4–12
Término en fase

$$\varphi_c(t) = \frac{1}{2}[m_1(t)\cos(\Delta wt + \delta) + m_2(t)\sin(\Delta wt + \delta)]$$

Término en cuadratura

$$\varphi_s(t) = \frac{1}{2}[m_1(t)\sin(\Delta wt + \delta) + m_2(t)\cos(\Delta wt + \delta)]$$

4–13 La amplitud de la portadora reinsertada debe verificar $\left(\frac{m(t)}{A}\right)^2 \ll 1$. La salida del detector de envolvente es $E(t) \approx A + m(t)\cos(\Delta wt + \delta)$.

4–14

a) $\frac{1}{2}\cos 1100t$

b) $\frac{1}{2}\cos 1200t$

c) $\frac{1}{2}\cos 1100t + \frac{1}{2}\cos 1300t$

d) $\cos 1200t$

4–15

$$SNR = \frac{6\pi^2\beta}{kB^2} = 1.56 \times 10^6 = 61.9dB$$

4–16

a) $P_s = 2\beta B = 8000\beta$

b) $P_n = 2\frac{\mathcal{N}}{2}B = \mathcal{N}B = 4 \times 10^{-4}$

c) $\beta = 5 \times 10^{-5}$, $P_s = 0.4$

4–17 La potencia del ruido es $P_n = 10^{-4}$ por lo tanto la potencia de la señal en el receptor debe ser $P_s = 0.199$. La potencia en el transmisor debe ser $P_s' = 7960$ que con un índice de modulación $\mu = 0.8$ necesita una potencia total de emisión $P_t' = 82589.7$.

4–18

Sintonización Para una emisora de 1500Hz, el osiclador local se fija a (1500+455)KHz= 1955KHz de forma que el mezcaldor genera un término diferencia modulado a 455KHz, señal que es filtrada y amplificada.

Estación imagen Una estación que emita a 2410KHz también presenta un armónico diferencia a 455KHz, y se amplificará junto con la señal de la estación de 1500KHz, resultando una interferencia aditiva a la salida del demodulador. Las estaciones separadas el doble de la frecencia intermedia se denominan *estaciones imagen* (en este caso $sf_i = 910KHz$). Estas estaciones deben filtrarse en el amplificador sintonizado para evitar la interferencia.

Doble sintonía La estación de 1500Hz también se sintoniza cuando el oscilador local genera una frecuencia (1500-455)KHz=1045KHz. En este caso el término diferencia es también de 455KHz. En este caso, la estación se sintoniza con una *frecuencia aparente* de 590KHz, Separada de la frecuencia real $2f_i = 910KHz$.

4–19 Si diseñamos el receptor para generar la frecuencia intermedia por diferencia, el oscilador local debe generar el rango de frecuencias 41-70MHz. La emisora de 10MHz se sintoniza cuando el oscilador local genera una frecuencia de 50MHz ya que (50-40)=10MHz. Con esta frecuencia del oscilador local también se sintoniza uan emisora de 90MHz ya que (90-50)=40MHz.

5–1 El ancho de banda considerado el tercer armónico es $B = 1.5 \times 10^4 Hz$.

FM $\Delta f = 0.5 \times 10^4$, NBFM, $B_{FM} = 40KHz$

PM $\Delta f = 0.25 \times 10^4$, NBPM, $M_{PM} = 35KHz$

5–2

FM $\Delta f = 10^5$, WBFM, $B_{FM} = 260KHz$

PM $\Delta f = 10^5$, WBPM, $B_{FM} = 260KHz$

Para el caso de la señal expandida, el ancho de banda pasa a $B = 7.5KHz$ conservándose m_p pero cambiando $m_p' = 10^4$

FM $\Delta f = 10^5$, WBFM, $B_{FM} = 230KHz$

PM $\Delta f = 5 \times 10^4$, WBPM, $B_{FM} = 130KHz$

5–4 La señal PM es $\varphi_{PM}(t) = A\cos\left[10^6 t + \frac{3\pi}{2}m(t)\right]$. Si $k_p \geq \pi$, se produce un ambigüedad debido a la periodicidad 2π del coseno. En el ejemplo, los valores $m(t) = -1/3$ y $m(t) = 1$ generarían fases $-\pi/2$ y $3\pi/2$ que son indistinguibles.

5–5

$$\varphi_{FM}(t) = \cos\left[10^7 t - \frac{\cos 30\pi t}{30\pi} - \frac{3\cos 200t}{200}\right] \ ; \ B_{FM} = 76.4Hz$$
$$\varphi_{PM}(t) = \cos\left[10^7 t + \sin 30\pi t + 3\cos 200t\right] \ ; \ B_{PM} = 2337Hz$$

5–6

a) $P_s = 50$

b) $\Delta f = 30Hz$

c) $\Delta\Phi = 0.3rad$

d) $B = 100Hz$ y $B_{FM} = 260Hz$

5–7

a) $B_{FM} = 105.49Hz$

b) $B_{PM} = 1191Hz$

5–8

$g_1(t)$ $f_1 = 10KHz$, $\Delta f_1 = 1.5915Hz$, NBFM, $B_{g_1} = 203.183Hz$

$g_2(t)$ $f_2 = 250MHz$, $\Delta f_2 = 3978.85Hz$, WBFM, $B_{g_2} = 8.36KHz$

$g_3(t)$ $f_3 = 101MHz$, $\Delta f_3 = 3978.85Hz$, WBFM, $B_{g_3} = 8.36KHz$

5–9 La desviación de frecuencia de entrada debe ser $\Delta f_1 = 10Hz$ y el factor de multiplicación de $M = 2000$, que se puede descomponer como $M = 2^3 \times 3^5 = 1944$. Colocamos un multiplicador $M_1 = 2^2 \times 3^2 = 36$ antes del mezclador y otro $M_2 = 2 \times 3^3 = 54$ detrás del mezcaldor, es necesario que la frecuencia de mezcla sea de 5.3481MHz.

5–12

a) Primero calculamos $SNR = 1258.9$ y el valor $\gamma = 472.1$, con lo que la potencia de entrada es $\S_i = -18.5dB$.

b) $N_o = -53.8dB$, $S_o = -22.8dB$

c) $S_T = 14Kw$

5–13

a) $\Delta f = 74.962KHz$

b) $B_{FM} = 270KHz$

c) $\beta = 2.5$, $\gamma = 92.6$, $SNR_o = 27.3dB$

5–14 $B \approx 3KHz$, $\beta = 16.67$, $\gamma = 4.167 \times 10^3$, $SNR_o = 74.9dB$

5–15 $m_p = A$, $m'_p = \frac{4A}{T_0}$, $B = \frac{3}{T_0}$, $(SNR_o)_{PM} = \frac{3\pi^2}{4}(SNR_o)_{FM}$.

5–17

a) $\gamma_u = 21.46dB$, la SNR para este valor es $(SNR_o)_u = 27.2dB$, por lo tanto estamos dentro de la zona umbral.

b) Repitiendo los cáculos para $\beta = 6$, tenemos $\gamma_u = 22.04$ y para este valor $(SNR_o)_u = 29.3dB$, por lo tanto, estamos más profundamente en la zona umbral y lo que hemos conseguido es disminuir la SNR en lugar de aumentarla.

c) Si disminuimos a $\beta = 2$, tenemos $\gamma_u = 19.03dB$ y $(SNR_o)_u = 16.8dB$, en este caso, la SNR puede aumentar ya que estamos fuera de la zona umbral que se produce a 19.03dB, y ahora tenemos una SNR de 16.8dB.

5–18

a) Como no estamos en la zona umbral, se puede calcular γ para $\beta = 2$ resultando $\gamma = 164.1$. El máximo valor para la SNR se consigue en el límite de la zona umbral, es decir para $\gamma = \gamma_u = 164.1$, lo que nos da un valor $\beta_{MAX} = 6.2$ y una $(SNR_o)_{MAX} = 33.2dB$.

b) Es evidente que no se pueden conseguir 40dB de SNR de salida aumentando más β, por lo que es necesario aumentar la potencia de entrada. El mínimo incremento necesario es $\Delta S_i = 6.8dB$. En esta situación, el ancho de banda de transmisión es $B_{FM} = 164KHz$.