Resolución del examen de Selectividad de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II Andalucía – Junio de 2007

Antonio Francisco Roldán López de Hierro *

21 de junio de 2007

Opción A

Ejercicio 1 Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$ e $Y = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$.

a) Determine la matriz inversa de A.

b) Halle los valores de x, y, z para los que se cumple $A \cdot X = Y$.

Solución : El determinante de la matriz A es:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (0+0+0) - (-1+0+0) = 1.$$

Como este determinante es no nulo, sabemos que la matriz A posee inversa, y vamos a calcularla. Su matriz de menores de orden dos es:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Cambiando el signo de los elementos que ocupan *posición par*, encontramos la matriz adjunta $\widetilde{A}$ de A, que es:

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

*Profesor del *I.E.S. Acci* de Guadix (Granada) - http://www.ies-acci.com/antonioroldan/

Como el determinante de A vale 1, su matriz inversa coincide con la traspuesta de su matriz adjunta, por lo que concluimos que la matriz inversa de A es:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\,\widetilde{A}^t = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Por otro lado, la ecuación matricial $A \cdot X = Y$ se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix} = Y = A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-2y-2 \\ y \\ 3y-x \end{pmatrix},$$

que es equivalente al sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} x-2y-2=-x, \\ y=2, \\ -x+3y=z, \end{array} \right. \qquad \Leftrightarrow \qquad \left\{ \begin{array}{l} 2x-2y=2, \\ y=2, \\ -x+3y-z=0. \end{array} \right.$$

De la segunda ecuación, $y=2$. Entonces, de la primera ecuación se tiene que $x=y+1=3$. Y la tercera ecuación nos dice que $z=-x+3y=-3+6=3$. Por tanto, la única solución del sistema es $x=3$, $y=2$ y $z=3$. ■

Nota 1 *Observa que aunque la matriz A es inversible, el sistema no se resuelve considerando $Y = A^{-1} \cdot X$, ya que tanto en X como en Y hay incógnitas.*

Ejercicio 2 Para la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida de la forma $f(x) = 8x^3 - 84x^2 + 240x$, determine:

a) Su monotonía y sus extremos relativos.

b) Su curvatura y su punto de inflexión.

Solución : Calculamos la primera derivada de f para estudiar su monotonía y sus posibles extremos relativos:

$$f'(x) = 24x^2 - 168x + 240 = 24\left(x^2 - 7x + 10\right).$$

Sus puntos críticos (donde se anula la primera derivada) son:

$$f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 7x + 10 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 10}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x \in \{2, 5\}.$$

La siguiente tabla nos indica tanto la monotonía como los extremos relativos de f:

f'	$+$	Máx	$-$	Mín	$+$
f	$\nearrow$	2	$\searrow$	5	$\nearrow$

Por tanto, podemos decir que f es (estrictamente) creciente en $]-\infty, 2[\cup]5, +\infty[$, y es (estrictamente) decreciente en $]2, 5[$. Como

$$f(2) = 64 - 336 + 480 = 208 \quad \text{y} \quad f(5) = 1000 - 2100 + 1200 = 100,$$

podemos también afirmar que f posee un máximo en $(2, 208)$ y un mínimo en $(5, 100)$ (ambos son extremos relativos porque las funciones polinómicas de grado tres, consideradas sobre $\mathbb{R}$, no están acotadas ni superior ni inferiormente).

Para la curvatura razonamos de manera similar utilizando la segunda derivada:

$$f''(x) = 48x - 168 = 24(2x - 7); \qquad f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}.$$

El único candidato a punto de inflexión tiene abscisa $x = 7/2$, y como $f'''(7/2) = 48 \neq 0$, confirmamos que se trata, efectivamente, de un punto de inflexión. Dado que

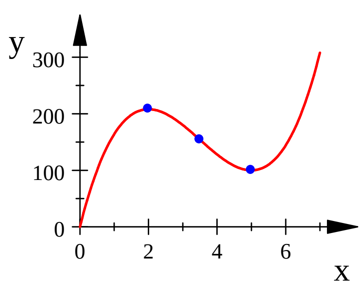
$$f\left(\frac{7}{2}\right) = 8\left(\frac{7}{2}\right)^3 - 84\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 240\,\frac{7}{2} = 343 - 1029 + 840 = 154,$$

deducimos que el único punto de inflexión de f es el punto $\left(\frac{7}{2}, 154\right)$. Además, la curvatura se estudia en la siguiente tabla:

f''	$-$	P.I.	$+$
f	$\cap$	5	$\cup$

que nos dice que la función f es cóncava en $]-\infty, 7/2[$ y convexa en $]7/2, +\infty[$. ■

Aunque no se nos pide (y es mejor no hacerlo si no se nos solicita), tenemos datos suficientes como para dibujar la función f.

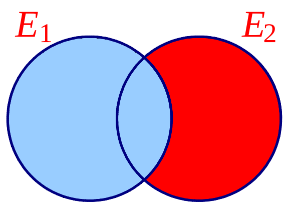


Ejercicio 3 La baraja española consta de diez cartas de oros, diez de copas, diez de espadas y diez de bastos. Se extraen dos cartas. Calcule razonadamente la probabilidad de que, al menos, una de las dos cartas sea de espadas en los siguientes supuestos:

a) Si se extraen las cartas con reemplazamiento.

b) Si se extraen las cartas sin reemplazamiento.

Solución : Llamemos E_i al suceso "elegida la $i-$ésima carta al azar, ésta resulta ser de espadas". Es claro que $p(E_1) = 10/40 = 1/4$, porque hay 40 cartas y, de ellas, 10 son de espadas, y también sabemos que $p\left(E_1^C\right) = 1 - p(E_1) = 3/4$. El suceso en el que al menos una de las dos cartas es de espadas es el suceso unión $A = E_1 \cup E_2$, pues o bien la primera carta es de espadas, o bien lo es la segunda, o bien lo son las dos cartas extraídas. Tenemos que calcular la probabilidad de este suceso utilizando las propiedades que conocemos; por ejemplo, sabemos que este suceso es la unión disjunta de dos posibilidades: o bien la primera es de espadas (y ya da igual la segunda), o bien la primera no es de espadas y la segunda sí lo es. De esta forma, tenemos:



$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2 \setminus E_1) = p(E_1) + p\left(E_1^C \cap E_2\right) =$$
$$= p(E_1) + p\left(E_1^C\right) \cdot p\left(\frac{E_2}{E_1^C}\right).$$

Las probabilidades $p(E_1)$ y $p\left(E_1^C\right)$ son conocidas, y la probabilidad condicionada $p\left(E_2/E_1^C\right)$ es la que varía según si hay o no reemplazamiento. Si hay reemplazamiento, la probabilidad de que la segunda carta sea de espadas no depende de lo que haya pasado en la primera (los sucesos son independientes), y así $p\left(E_2/E_1^C\right) = 1/4$. Si no hay reemplazamiento y la primera carta no es de espadas, en la baraja quedan 39 cartas y 10 de ellas son de espadas, por lo que $p\left(E_2/E_1^C\right) = 10/39$. Por consiguiente, la probabilidad de que alguna de las dos cartas extraídas sea de espadas es:

$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p\left(E_1^C\right) \cdot p\left(\frac{E_2}{E_1^C}\right) =$$
$$= \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}, & \text{si hay reemplazamiento,} \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{39}, & \text{si no hay reemplazamiento} \end{array} \right\} =$$
$$= \left\{ \begin{array}{ll} \frac{7}{16}, & \text{si hay reemplazamiento,} \\ \frac{23}{52}, & \text{si no hay reemplazamiento.} \end{array} \right.$$

■

Nota 2 *Una forma, quizá más sencilla, de realizar el ejercicio anterior consiste en pasar al complementario: lo contrario de que alguna carta sea de espadas,* $(E_1 \cup E_2)^C$*, aplicando las* leyes de De Morgan, *es que ninguna de las dos cartas sea de espadas, es decir,* $E_1^C \cap E_2^C$. *Entonces:*

$$p\left(E_1 \cup E_2\right) = 1 - p\left(\left(E_1 \cup E_2\right)^C\right) = 1 - p\left(E_1^C \cap E_2^C\right) = 1 - p\left(E_1^C\right) \cdot p\left(E_2^C / E_1^C\right) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{ll} 1 - \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{3}{4}, & \textit{si hay reemplazamiento,} \\ & \\ 1 - \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{29}{39}, & \textit{si no hay reemplazamiento} \end{array} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{7}{16}, & \textit{si hay reemplazamiento,} \\ & \\ \dfrac{23}{52}, & \textit{si no hay reemplazamiento.} \end{array} \right.$$

Ejercicio 4 En una muestra aleatoria de 256 individuos se ha obtenido una edad media de $17'4$ años. Se sabe que la desviación típica de la población Normal de la que procede esa muestra es de 2 años.

a) Obtenga un intervalo de confianza al 95 % para la edad media de la población.

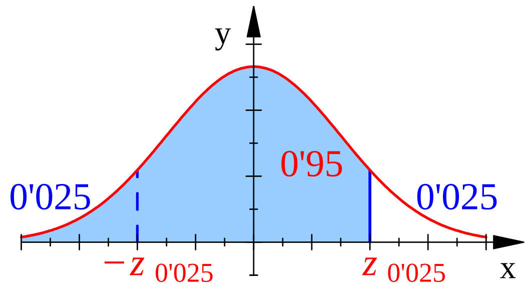
b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el correspondiente intervalo de confianza, al 90 %, tenga de amplitud a lo sumo $0'5$?

Solución : Sea X la variable aleatoria que mide la edad de una persona de esa población, elegida al azar. De esta variable sabemos que $X \hookrightarrow \mathcal{N}\left(\mu, \sigma = 2\right)$, siendo la media μ desconocida. Se elige una muestra de tamaño $n = 256$, que arroja una media muestral de $\bar{x} = 17'4$ años. Como la población de partida es Normal, el intervalo de confianza solicitado es:

$$I.C. = \left] \ \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ \right[.$$

Para aplicar esta fórmula, es necesario calcular el valor crítico $z_{\alpha/2}$ al nivel de confianza del 95 % (o lo que es lo mismo, a un nivel de significación $\alpha = 5\ \% = 0'05$). Para ello, recordamos que el número $z_{\alpha/2}$ es el único número real que cumple que $p\left(Z > z_{\alpha/2}\right) = \alpha/2 = 0'025$, siendo Z una variable con distribución Normal estándar. Como disponemos de una tabla de colas a la izquierda, traducimos esta condición con el suceso opuesto, es decir, $p\left(Z \leq z_{\alpha/2}\right) = 1 - 0'025 = 0'975$. Buscamos este valor en la tabla de la distribución Normal estándar, encontrando el valor crítico

$z_{\alpha/2} = 1'96$.



$$Z \hookrightarrow \mathcal{N}(0,1)$$

De esta forma, el intervalo de confianza es:

$$I.C. = \left] \, \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \, \right[= \left] \, 17'4 \pm 1'96 \cdot \frac{2}{\sqrt{256}} \, \right[= \left] \, 17'4 \pm 0'245 \, \right[=$$
$$= \left] \, 17'155, 17'645 \, \right[.$$

Esto significa que la edad media de la población está, al 90 % de confianza, entre $17'155$ y $17'645$ años.

Por otro lado, para que la amplitud del intervalo de confianza sea $A = 0'5$ años, su error máximo admitido será $E = A/2 = 0'25$ años. Razonando como antes pero ahora al 90 % de confianza, buscamos en la tabla de la distribución Normal estándar el valor $(1+p)/2 = (1+0'9)/2 = 0'95$, lo que nos proporciona el valor crítico $z_{\alpha/2} = 1'645$ (serían aceptables las aproximaciones por defecto $1'64$ y por exceso $1'65$, aunque nosotros hemos tomado un valor intermedio). Con estos datos, el tamaño mínimo que debemos tomar en una muestra es:

$$n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2}\, \sigma}{E} \right)^2 = \left(\frac{1'645 \cdot 2}{0'25} \right)^2 = 13'16^2 = 173'19.$$

Por tanto, deberá tomarse una muestra de, al menos, 174 individuos. ■

Opción B

Ejercicio 1 Consideramos el recinto del plano limitado por las inecuaciones:

$$y - x \leq 4; \quad y + 2x \geq 7; \quad -2x - y + 13 \geq 0; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

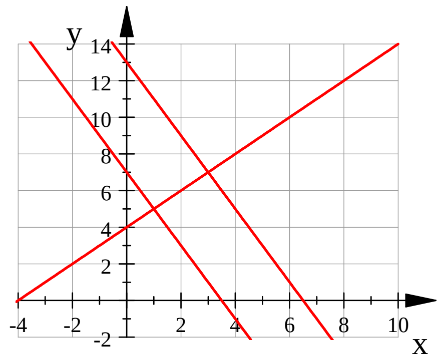
a) Represente el recinto y calcule sus vértices.

b) Halle en qué puntos de ese recinto alcanza los valores máximo y mínimo la función $F(x,y) = 4x + 2y - 1$.

Solución : Llamemos R al recinto buscado. Una forma de dibujar sus bordes consiste en hacer igualdades las desigualdades y calcular los puntos en los que estas rectas cortan a los ejes de coordenadas.

$$y - x = 4 \rightarrow \begin{cases} (-4,0) \\ (0,4) \end{cases} \qquad y + 2x = 7 \rightarrow \begin{cases} (3'5,0) \\ (0,7) \end{cases} \qquad 2x + y = 13 \rightarrow \begin{cases} (6'5,0) \\ (0,13) \end{cases}$$

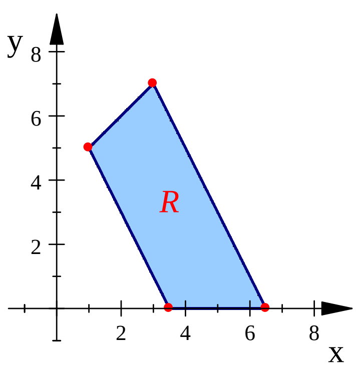
Con estos puntos, ya podemos dibujar los bordes del recinto.



Calculamos dónde se cortan las rectas distintas de los ejes coordenados:

$$\begin{cases} -x + y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \quad x = 1,\ y = 5 \qquad \begin{cases} -x + y = 4 \\ 2x + y = 13 \end{cases} \quad x = 3,\ y = 7 \qquad \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x + y = 13 \end{cases} \quad \text{Incompatible}$$

Se observa que la segunda y la tercera rectas son paralelas, ya que no se cortan. Con esta información y mirando las inecuaciones determinamos el recinto deseado y sus vértices correspondientes.



Así, los vértices del recinto R son $(3'5,0)$, $(6'5,0)$, $(1,5)$ y $(3,7)$.

El *Teorema Fundamental de la Programación Lineal* afirma que la función $F(x,y) = 4x + 2y - 1$ alcanza máximo y mínimo absolutos en la región acotada R, y que estos extremos deben estar situados en sendos vértices del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores:

$$F\left(3'5,0\right) = 14 - 1 = 13, \quad F\left(6'5,0\right) = 26 - 1 = 25,$$
$$F(1,5) = 4 + 10 - 1 = 13, \quad F(3,7) = 12 + 14 - 1 = 25.$$

Observamos que el valor máximo de F es 25 y su valor mínimo es 13. No obstante, estos extremos no se alcanzan en puntos aislados, sino que observamos que hay dos vértices consecutivos del recinto en los que se alcanza el máximo por un lado y el mínimo por otro. Entonces sabemos la función F toma el mismo valor en todos los puntos del segmento cerrado que une vértices consecutivos al mismo nivel. Esto significa que la función F alcanza su valor máximo en el recinto R en todos los puntos del segmento cerrado de extremos $(6'5, 0)$ y $(3, 7)$. Igualmente, su valor mínimo se alcanza en todos los puntos del segmento cerrado de extremos $(3'5, 0)$ y $(1, 5)$. ■

Ejercicio 2 **a)** Halle los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = ax^2 - b$ en el punto $(1, 5)$ sea la recta $y = 3x + 2$.

b) Para $g(x) = e^{1-x} + \mathrm{L}(x + 2)$, calcule $g'(1)$.

Solución : Como la gráfica de f pasa por el punto $(1, 5)$, sabemos que $f(1) = 5$. Además, la pendiente de la recta tangente en $x = 1$ es 3, por lo que $f'(1) = 3$. Como $f'(x) = 2ax$, traducimos estas dos condiciones en ecuaciones que cumplen los coeficientes a y b:

$$\begin{aligned} f(1) = 5 \quad &\Leftrightarrow \quad a - b = 5, \\ f'(1) = 3 \quad &\Leftrightarrow \quad 2a = 3. \end{aligned}$$

De la segunda ecuación, $a = 3/2$ y entonces $b = a - 5 = 3/2 - 5 = -7/2$.

Por otro lado, la primera derivada de g es:

$$g'(x) = e^{1-x} \cdot (-1) + \frac{1}{x+2} = -e^{1-x} + \frac{1}{x+2},$$

y evaluando en $x = 1$ resulta que:

$$g'(1) = -e^0 + \frac{1}{1+2} = -1 + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}.$$

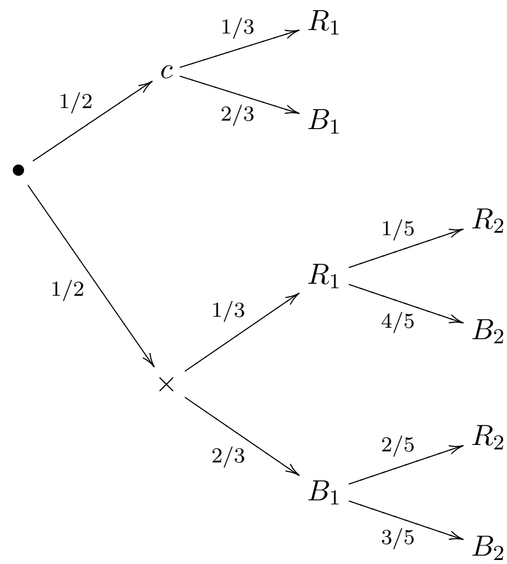
■

Ejercicio 3 En una urna hay cuatro bolas blancas y dos rojas. Se lanza una moneda, si sale cara se extrae una bola de la urna y si sale cruz se extraen, sin reemplazamiento, dos bolas de la urna.

a) Calcule la probabilidad de que se hayan extraído dos bolas rojas.

b) Halle la probabilidad de que no se haya extraído ninguna bola roja.

Solución : Llamemos c y $\times$ a los sucesos que ocurren cuando al lanzar la moneda aleatoriamente, sale cara o sale cruz, respectivamente. Como suponemos que la moneda no está trucada, es claro que $p\,(c) = p\,(\times) = 1/2$. De la misma forma, llamemos R_i y B_i a los sucesos "extraída la $i-$ésima bola al azar de la urna, ésta ha resultado ser roja" o "blanca", respectivamente. La probabilidad de que se hayan extraído dos bolas rojas es $p\,(R_1 \cap R_2)$, pues tanto la primera como la segunda deben ser rojas. Tenemos entonces el siguiente esquema con las siguientes probabilidades:



Antes de sacar alguna bola hay que tirar la moneda. Entonces el hecho de que salgan dos bolas rojas puede ocurrir, en principio, habiendo salido cara o habiendo salido cruz. Por tanto, tenemos la unión disjunta:

$$R_1 \cap R_2 = (c \cap R_1 \cap R_2) \overset{\bullet}{\cup} (\times \cap R_1 \cap R_2)\,.$$

Sin embargo, el primer suceso es imposible ya que si sale cara, sólo se extrae una bola, y entonces la segunda no puede ser roja porque no hay una segunda bola ($c \cap R_1 \cap R_2 \subset c \cap R_2 = \varnothing$). Queda entonces solamente el segundo suceso, $\times \cap R_1 \cap R_2$, en el que después de salir cruz, se extraen dos bolas que resultan ser rojas. De esta forma, aplicando el *teorema de la probabilidad compuesta* y teniendo en cuenta el anterior esquema en árbol:

$$p\,(R_1 \cap R_2) = p\,(\times \cap R_1 \cap R_2) = p\,(\times) \cdot p\left(\frac{R_1}{\times}\right) \cdot p\left(\frac{R_2}{\times \cap R_1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}.$$

Esto demuestra que la probabilidad de que se hayan extraído dos bolas rojas es $1/30$.

Llamemos ahora A al suceso "ninguna de las bolas extraídas al azar es roja". Razonando de forma similar, este suceso puede ocurrir habiendo salido antes o bien cara o bien cruz, por lo que podemos descomponerlo como la unión disjunta:

$$A = (c \cap A) \overset{\bullet}{\cup} (\times \cap A)\,,$$

y esto nos lleva al *teorema de la probabilidad total*:

$$p\,(A) = p\,(c \cap A) + p\,(\times \cap A) = p\,(c) \cdot p\left(\frac{A}{c}\right) + p\,(\times) \cdot p\left(\frac{A}{\times}\right).$$

Si sale cara, sólo se extrae una bola; por tanto, el hecho de que ninguna bola extraída sea roja significa que la única que se ha sacado es blanca, y así:

$$p\left(\frac{A}{c}\right) = p\left(\frac{B_1}{c}\right) = \frac{2}{3}.$$

Por otro lado, si ha salido cruz, se extraen dos bolas, y que ninguna sea roja significa que las dos bolas que se sacan son blancas. Entonces:

$$p\left(\frac{A}{\times}\right) = p\left(\frac{B_1 \cap B_2}{\times}\right) = p\left(\frac{B_1}{\times}\right) \cdot p\left(\frac{B_2}{\times \cap B_1}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}.$$

Recapitulando toda la información que tenemos:

$$p\left(A\right) = p\left(c\right) \cdot p\left(\frac{A}{c}\right) + p\left(\times\right) \cdot p\left(\frac{A}{\times}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}.$$

De esta forma, la probabilidad de que ninguna bola extraída sea roja es $8/15$. ■

Ejercicio 4 En una granja avícola se ha tomado una muestra aleatoria de 200 polluelos de pato, entre los cuales se encontraron 120 hembras.

a) Halle un intervalo de confianza, con un nivel del 98 %, para la proporción de hembras entre estos polluelos.

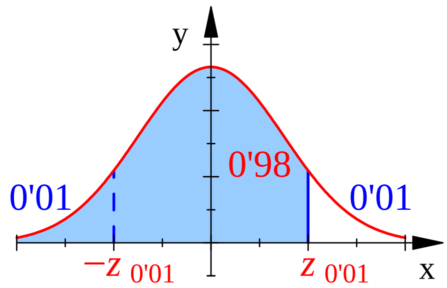
b) Razone, a la vista del intervalo encontrado, si a ese nivel de confianza puede admitirse que la verdadera proporción de hembras de pato en esa granja es $0{,}5$.

Solución: Como hay 120 hembras en una muestra de tamaño $n = 200$, la proporción muestral de hembras entre los polluelos de pato es $\hat{p} = 120/200 = 0'6$. Dado que $n \geq 30$, $n \cdot \hat{p} = 200 \cdot 0'6 = 120 \geq 5$ y $n \cdot (1 - \hat{p}) = 200 \cdot 0'4 = 80 \geq 5$, podemos utilizar la aproximación de *De Moivre* para obtener la fórmula de intervalo del confianza para la proporción poblacional de hembras, que es:

$$I.C. = \left] \; \hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}} \; \right[.$$

Para aplicar esta fórmula, es necesario calcular el valor crítico $z_{\alpha/2}$ al nivel de confianza del 98 % (o lo que es lo mismo, a un nivel de significación $\alpha = 2\ \% = 0'02$). Para ello, recordamos que el número $z_{\alpha/2}$ es el único número real que cumple que $p\left(Z > z_{\alpha/2}\right) = \alpha/2 = 0'01$, siendo Z una variable con distribución Normal estándar. Como disponemos de una tabla de colas a la izquierda, traducimos esta condición con el suceso opuesto, es decir, $p\left(Z \leq z_{\alpha/2}\right) = 1 - 0'01 = 0'99$. Buscamos este valor en la tabla de la distribución Normal estándar, encontrando el valor crítico

$z_{\alpha/2} = 2'325$ (también serían aceptables las aproximaciones por defecto $2'32$ y por exceso $2'33$).



$Z \hookrightarrow \mathcal{N}(0,1)$

De esta forma, el intervalo de confianza es:

$$I.C. = \left] \hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\,(1-\hat{p})}{n}} \right[= \left] 0'6 \pm 2'325\sqrt{\frac{0'6 \cdot 0'4}{200}} \right[\approx \left] 0'6 \pm 0'08 \right[=$$
$$= \left] 0'52, 0'68 \right[.$$

Esto significa que, al 98 % de confianza, la proporción de hembras en toda la población está entre el 52 % y el 68 %. Desde luego, a este nivel de confianza, hemos de rechazar la afirmación que establece que la proporción de hembras de pato en esa granja sea del 50 % ya que el número $0'5$ no está dentro del intervalo de confianza que hemos determinado. ■