Ejercicios propuestos en 2009

1.- [2009-1-B-1] En un examen se propone el siguiente problema:

"Indique dónde se alcanza el mínimo de la función $F(x,y)=6x+3y-2$ en la región determinada por las restricciones $2x+y\geq 6;\quad 2x+5y\leq 30;\quad 2x-y\leq 6$".

a) **[2'5]** Resuelva el problema.

b) **[0'5]** Ana responde que se alcanza en $(1,4)$ y Benito que lo hace en $(3,0)$. ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en $(1,4)$? ¿Es cierto que se alcanza en $(3,0)$?

2.- [2009-2-A-1, Sept] a) **[2'5]** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices: $x+3y\leq 12$; $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}\geq 1$; $y\geq 1$; $x\geq 0$.

b) **[0'5]** Calcule los valores extremos de la función $F(x,y)=5x+15y$ en dicha región y dónde se alcanzan.

3.- [2009-3-B-1, Jun] a) **[1'5]** Dibuje el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$x+y\geq 2\ ;\qquad x-y\leq 0\ ;\qquad y\leq 4\ ;\qquad x\geq 0.$$

b) **[1]** Determine el máximo y el mínimo de la función $F(x,y)=x+y$ en el recinto anterior y los puntos donde se alcanzan.

c) **[0'5]** ¿Pertenece el punto $\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior? Justifique la respuesta.

4.- [2009-4-B-1] [3] Un agricultor posee 10 hectáreas (ha) y decide dedicarlas al cultivo de cereales y hortalizas. Por las limitaciones de agua no puede destinar más de 5 ha a hortalizas. El cultivo de cereales tiene un coste de 1000 euros/ha, y el de hortalizas de 3000 euros/ha, no pudiendo superar el coste total la cantidad de 16000 euros. El beneficio neto por ha de cereales asciende a 2000 euros y el de hortalizas a 8000 euros. Halle la distribución de cultivos que maximiza el beneficio y calcule dicho máximo.

5.- [2009-5-A-1] [3] Obtenga los valores máximo y mínimo, indicando los puntos donde se alcanzan, de la función objetivo $F(x,y)=x-y$ en la región definida por las restricciones:

$$6x+y\geq 3;\quad 2x+y\leq 2;\quad y\leq\frac{5}{4};\quad x\geq 0;\quad y\geq 0.$$

6.- [2009-6-B-1] a) **[1'25]** Plantee, sin resolver, el siguiente problema de programación lineal:

"Una empresa fabrica camisas de dos tipos, A y B. El beneficio que obtiene es de 8 euros por cada camisa que fabrica del tipo A, y de 6 euros por cada una del tipo B. La empresa puede fabricar, como máximo, 100000 camisas, y las del tipo B han de suponer, al menos, el 60 % del total. ¿Cuántas camisas debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

b) **[1'75]** Represente la región definida por las inecuaciones:

$$y\leq x,\qquad y+2x\leq 6,\qquad x\leq 4y+3y.$$

Calcule el máximo de $F(x,y)=y+2x$ en la región anterior e indique dónde se alcanza.

Ejercicios propuestos en 2008

7.- [2008-1-B-1] a) **[2p] (3 puntos)** Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 26 kg de mantequilla para hacer dos tipos de tartas, A y B. Para hacer una hornada de tartas del tipo A se necesitan 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla, mientras que para hacer una hornada de tartas del tipo B se necesitan 6 kg de harina, 0.5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Sabiendo que el beneficio que se obtiene al vender una hornada del tipo A es de 20 € y de 30 € al vender una hornada del tipo B, determine cuántas hornadas de cada tipo debe hacer y vender para maximizar sus beneficios.

8.- [2008-2-B-1, Sept] **[3p]** Un nutricionista informa a un individuo que, en cualquier tratamiento que siga, no debe ingerir más de 240 mg de hierro ni más de 200 mg de vitamina B. Para ello, están disponibles píldoras de dos marcas, P y Q. Cada píldora de la marca P contiene 40 mg de hierro y 10 mg de vitamina B, y cuesta 6 céntimos de euro; cada píldora de la marca Q contiene 10 mg de hierro y 20 mg de vitamina B, y cuesta 8 céntimos de euro.

Entre los distintos tratamientos, ¿cuál sería el de máximo coste diario?

9.- [2008-3-B-1, Jun] a) **[2p]** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones: $2x+y\le 6$; $4x+y\le 10$; $-x+y\le 3$; $x\ge 0$; $y\ge 0$.

b) **[1p]** Calcule el máximo de la función $f(x,y)=4x+2y-3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

10.- [2008-4-A-1] **[3]** Un joyero fabrica dos modelos de anillos. El modelo A se hace con 1 gramo de oro y 1.5 gramos de plata. El modelo B lleva 1.5 gramos de oro y 1 gramo de plata. El joyero sólo dispone de 750 gramos de cada metal y piensa fabricar, al menos, 150 anillos del tipo B que ya tiene encargados. Sabiendo que el beneficio de un anillo del tipo A es de 50 € y del tipo B es de 70 €, cuántos anillos ha de fabricar de cada tipo para obtener el beneficio máximo y cuál será éste?

11.- [2008-5-A-1] De las restricciones que deben cumplir las variables x e y en un problema de programación lineal se deduce el siguiente conjunto de inecuaciones:

$$2y-x\le 8\;;\qquad x+y\ge 13\;;\qquad y+4x\le 49\;;\qquad x\ge 0\;;\qquad y\ge 0\,.$$

a) **[1.5]** Represente gráficamente el recinto determinado por estas inecuaciones.
b) **[1]** Determine los vértices del recinto.
c) **[0.5]** Obtenga los valores extremos de la función $F(x,y)=3x-4y+12$ en ese recinto e indique en qué punto o puntos se alcanza cada extremo.

12.- [2008-6-A-1] **[3]** Una empresa produce botellas de leche entera y de leche desnatada y tiene una capacidad de producción máxima de 6000 botellas al día. Las condiciones de la empresa obligan a que la producción de botellas de leche desnatada sea, al menos, la quinta parte de las de leche entera y, como máximo, el triple de la misma. El beneficio de la empresa por botella de leche entera es de 20 céntimos y por botella de leche desnatada es de 32 céntimos. Suponiendo que se vende toda la producción, determine la cantidad de botellas de cada tipo que proporciona un beneficio máximo y el importe de este beneficio.

Ejercicios propuestos en 2007

13.- [2007-1-B-1] **[3p]** Un Ayuntamiento concede licencia para la construcción de una urbanización de a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B. Para ello la empresa constructora dispone de un capital máximo de 15 millones de euros, siendo el coste de construcción de la vivienda de tipo A de 100000 euros y la de tipo B 300000 euros.

Si el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20000 euros y por una de tipo B a 40000 euros, ¿cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para obtener un beneficio máximo?

14.- [2007-2-B-1, Jun] Consideremos el recinto del plano limitado por las inecuaciones:

$$y-x\le 4\ ;\quad y+2x\ge 7\ ;\ -2x-y+13\ge 0\ ;\quad x\ge 0\ ;\quad y\ge 0.$$

a) **[2p]** Represente el recinto y calcule sus vértices.

b) **[1p]** Halle en qué puntos de ese recinto alcanza los valores máximo y mínimo $F(x,y)=4x+2y-1$

15.- [2007-3-A-1, Sept] De un problema de programación lineal se deducen las siguientes restricciones: $4x+3y\ge 60\ ;\quad y\le 30\ ;\quad x\le\dfrac{10+y}{2}\ ;\quad x\ge 0\ ;\quad y\ge 0$.

a) **[2p]** Represente gráficamente la región factible del problema y calcule sus vértices.

b) **[0'5p]** Maximice en esa región factible del problema la función objetivo $F(x,y)=x+3y$.

c) **[0'5p]** ¿Pertenece el punto $(11,10)$ a la región factible?

16.- [2007-4-B-1] [3p] Una empresa fabrica lunas para coches. Cada luna delantera requiere 2.5 m^2 de cristal, mientras que cada luna trasera requiere 2 m^2. La producción de una luna delantera precisa 0.3 horas de máquina de corte y cada luna trasera 0.2 horas. La empresa dispone de 1750 m^2 de cristal por semana y 260 horas semanales de máquina de corte. Para adaptarse a la demanda habitual, la empresa fabrica siempre, como mínimo, el doble de lunas delanteras que de lunas traseras.
Determine cuántas lunas de cada tipo debe fabricar semanalmente la empresa para que el número total de lunas sea máximo.

17.- [2007-5-B-1] La candidatura de un determinado grupo político para las elecciones municipales debe cumplir los siguientes requisitos: el número total de componentes de la candidatura debe estar comprendido entre 6 y 18 y el número de hombres (x) no debe exceder del doble del número de mujeres (y).

a) **[2'5]** Represente el recinto asociado a estas restricciones y calcule sus vértices.

b) **[0'5p]** ¿Cuál es el mayor número de hombres que puede tener una candidatura que cumpla esas condiciones?

18.- [2007-6-B-1] [3p] Una fábrica produce bombillas de bajo consumo que vende a 1 euro cada una, y focos halógenos que vende a 1.5 euros. La capacidad máxima de fabricación es de 1000 unidades, entre bombillas y focos, si bien no se pueden fabricar más de 800 bombillas ni más de 600 focos.
Se sabe que la fábrica vende todo lo que produce. Determine cuántas bombillas y cuántos focos debe producir para obtener los máximos ingresos posibles y cuáles serían éstos.

Ejercicios propuestos en 2006

19.- [2006-1-A-1] [3p] Una imprenta local edita periódicos y revistas. Para cada periódico necesita un cartucho de tinta negra y otro de color, y para cada revista uno de tinta negra y dos de color. Si sólo dispone de 800 cartuchos de tinta negra y 1100 de color, y si no puede imprimir más de 400 revistas, ¿cuánto dinero podrá ingresar como máximo, si vende cada periódico a 0.9 euros y cada revista a 1.2 euros?

20.- [2006-2-A-1] a) **[1'5p]** Represente gráficamente el recinto delimitado por el siguiente sistema de inecuaciones: $x \geq 3(y-3)$; $2x+3y \leq 36$; $x \leq 15$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

b) **[1p]** Calcule los vértices del recinto.

c) **[0'5p]** Obtenga el valor máximo de la función $F(x,y)=8x+12y$ en este recinto e indique dónde se alcanza.

21.- [2006-3-B-1] a) **[2p]** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices: $x \geq 0$; $y \geq 0$; $-x+2y \leq 6$; $x+y \leq 6$; $x \leq 4$.

b) **[1p]** Calcule el máximo de la función $F(x,y)=x+y+1$ en la región anterior e indique dónde se alcanza.

22.- [2006-4-B-1] **[3p]** Un laboratorio farmacéutico vende dos preparados, *A* y *B*, a razón de 40 y 20 euros el kg, respectivamente. Su producción máxima es de 1000 kg de cada preparado. Si su producción total no puede superar los 1700 kg, ¿cuál es la producción que maximiza sus ingresos? Calcule dichos ingresos máximos.

23.- [2006-5-A-1] Sea la región definida por las inecuaciones:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3} \geq 1 \; ; \quad -x+2y \geq 0 \; ; \quad y \leq 2 .$$

a) **[2p]** Represente gráficamente dicha región y calcule sus vértices.

b) **[1p]** Determine en qué puntos la función $F(x,y)=3x-6y+4$ alcanza sus valores extremos y cuáles son éstos.

24.- [2006-6-B-1] Se considera el recinto definido por las inecuaciones

$$y-x \leq 4 \; ; \quad x-y \leq 4 \; ; \quad x+y \leq 12 \; ; \quad x \geq 0 \; ; \quad y \geq 0 .$$

a) **[2p]** Represente el recinto y calcule sus vértices.

b) **[1p]** Dada la función objetivo $F(x,y)=\frac{3}{2}x-\frac{4}{5}y$, determine los valores máximo y mínimo de F y los puntos del recinto donde se alcanzan.

Ejercicios propuestos en 2005

25.- [2005-1-B-1] a) **[1p]** Dibuje el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$x-y \leq 1 \; ; \quad x+2y \geq 7 \; ; \quad x \geq 0 \; ; \quad y \leq 5 .$$

b) **[1p]** Determine los vértices de este recinto.

c) **[1p]** ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x,y)=2x+4y-5$ y en qué puntos alcanza dichos valores?

26.- [2005-2-B-1] Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$2x-3y \leq 6 \; ; \quad x \geq 2y-4 \; ; \quad x+y \leq 8 \; ; \quad x \geq 0 \; ; \quad y \geq 0 .$$

a) **[2p]** Dibuje la región que definen y calcule sus vértices.

b) **[1p]** Halle los puntos de esa región en los que la función $F(x,y)=2x+3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores.

27.- [2005-3-A-1] a) **[2p]** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices: $x+2y \geq 6$; $x \leq 10-2y$; $\frac{x}{12}+\frac{y}{3} \geq 1$; $x \geq 0$.

b) **[1p]** Calcule el máximo y el mínimo de la función $F(x,y)=4-3x-6y$ en la región anterior e indique en qué puntos se alcanzan,

28.- [2005-4-B-1] [3p] El estadio del Mediterráneo, construido para la celebración de los “Juegos Mediterráneos Almería 2005”, tiene una capacidad de 20000 espectadores. Para la asistencia a estos juegos se han establecido las siguientes normas: El número de adultos no debe superar al doble del número de niños; el número de adultos menos el número de niños no será superior a 5000. Si el precio de la entrada de niño es de 10 euros y la de adulto 15 euros ¿cuál es la composición de espectadores que proporciona mayores ingresos? ¿A cuánto ascenderán esos ingresos?

29.- [2005-5-B-1] Sea el sistema de inecuaciones siguiente:

$$x+y\le 600\ ; \qquad x\le 500\ ; \qquad y\le 3x\ ; \qquad x\ge 0\ ; \qquad y\ge 0\,.$$

a) **[2p]** Represente gráficamente el conjunto de soluciones del sistema y calcule sus vértices.

b) **[1p]** Halle el punto del recinto anterior en el que la función $F(x,y)=38x+27y$ alcanza su valor máximo.

30.- [2005-6-B-1] [3p] Una empresa monta dos tipos de ordenadores: fijos y portátiles. La empresa puede montar como máximo 10 fijos y 15 portátiles a la semana, y dispone de 160 horas de trabajo a la semana. Se sabe que el montaje de un fijo requiere 4 horas de trabajo, y reporta un beneficio de 100 euros, mientras que cada portátil necesita 10 horas de trabajo y genera un beneficio de 150 euros. Calcule el número de ordenadores de cada tipo que deben montarse semanalmente para que el beneficio sea máximo, y obtenga dicho beneficio.

Ejercicios propuestos en 2004

31.- [2004-1-A-1] [3p] Una fábrica produce dos tipos de relojes: de pulsera, que vende a 90 euros la unidad, y de bolsillo, que vende a 120 euros cada uno. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000 relojes, pero no puede fabricar más de 800 de pulsera ni más de 600 de bolsillo. ¿Cuántos relojes de cada tipo debe producir para obtener el máximo ingreso? ¿Cuál sería dicho ingreso?

32.- [2004-2-B-1] [3p] Calcule los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x,y)=3x+5y$ en el recinto del plano determinado por las inecuaciones

$$x\ge 0\ ; \qquad y\ge 0\ ; \qquad 3x-2y\ge 10\ ; \qquad 2x+3y\le 24\ ; \qquad x-5y\ge -1\,.$$

33.- [2004-3-B-1] [3p] Una pastelería elabora dos tipos de trufas, dulces y amargas. Cada trufa dulce lleva 20 g de cacao, 20 g de nata y 30 g de azúcar y se vende a 1 euro la unidad. Cada trufa amarga lleva 100 g de cacao, 20 g de nata y 15 g de azúcar y se vende a 1.3 euros la unidad.

En un día, la pastelería sólo dispone de 30 kg de cacao, 8 kg de nata y 10.5 kg de azúcar. Sabiendo que vende todo lo que elabora, calcule cuántas trufas de cada tipo deben elaborarse ese día, para maximizar los ingresos, y determine dichos ingresos.

34.- [2004-4-B-1] a) **[1p]** Los vértices de un polígono convexo son $(1,1)$, $(3,1/2)$, $(8/3,5/2)$, $(7/3,3)$ y $(0,5/3)$. Calcule el máximo de la función objetivo $F(x,y)=3x-2y+4$ en la región delimitada por dicho polígono.

b) **[2p]** Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones

$$x+2y\ge 6\ ; \qquad x-y\le 1\ ; \qquad y\le 5\ ; \qquad x\ge 0\ ; \qquad y\ge 0\,,$$

y determine sus vértices.

35.- [2004-5-A-1] Sea el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x+y\le 6, \\ 3x-2y\le 13, \\ x+3y\ge -3, \\ x\ge 0. \end{cases}$$

a) **[2p]** Dibuje el recinto cuyos puntos son las soluciones del sistema y obtenga sus vértices.

b) **[1p]** Halle los puntos del recinto en los que la función $F(x,y)=x-2y$ toma los valores máximo y mínimo, y determine éstos.

36.- [2004-6-A-1] a) **[1p]** Dibuje la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$2x-3y\ge -13\ ; \qquad 2x+3y\ge 17\ ; \qquad x+y\le 11\ ; \qquad y\ge 0.$$

b) **[1p]** Determine los vértices de este recinto.

c) **[1p]** Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=5x+6y$ en la región anterior e indique en qué puntos se alcanzan.