

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos Matemáticos de la Física IV
Convocatoria de septiembre. Primer Parcial. 7 de septiembre de 2010

- *Entrega los ejercicios en hojas separadas.*
- *Las respuestas han de ser justificadas adecuadamente.*
- *El examen ha de ser realizado a bolígrafo (azul o negro).*

Selecciona **SOLO TRES** ejercicios.

1. Considera la ecuación diferencial

$$x' = 2\sqrt{x - 4}.$$

- (a) Describe con precisión el dominio de esta ecuación.
- (b) ¿Es la función $x(t) = t^2 + 4$, $\forall t \in \mathbb{R}$, solución de dicha ecuación?

2. Considera la ecuación diferencial

$$(x^2 - t^2)x' + 2xt = 0.$$

- (a) ¿Admite algún factor integrante de la forma $t^n x^m$?
- (b) ¿Podrías encontrar algún dominio D sobre el cual $y = \frac{x}{t}$ sea un buen cambio de variables para esta ecuación? ¿Cuál es el dominio transformado asociado?

3. Considera las funciones $\varphi_1(t) = e^t$ y $\varphi_2(t) = t^2 e^t$, ambas definidas en \mathbb{R} . ¿Podrías dar un ejemplo concreto de una ecuación diferencial lineal que admita un sistema fundamental que incluya a las funciones dadas?

4. Considera la familia de problemas de valores iniciales

$$\begin{cases} x'' + a t^2 x' + b t x = 2, \\ x(0) = 1, \\ x'(0) = 3, \end{cases}$$

donde $a, b \in \mathbb{R}$. ¿Admite la solución, de cada una de estos problemas, un desarrollo en serie de potencias, centrado en $t_0 = 0$, cuyos coeficientes son estrictamente positivos?