

UNIVERSIDAD DE GRANADA. Métodos Matemáticos de la Física IV
Convocatoria ordinaria de junio. Primera parte. 19 de junio de 2013

- *Entrega los ejercicios en hojas separadas.*
- *Las respuestas han de ser justificadas adecuadamente.*
- *El examen ha de ser realizado a bolígrafo (azul o negro).*
- *Duración: 1 hora 45 minutos.*

Selecciona **SOLO TRES** ejercicios.

1. Encuentra el/los valores del parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$ para los que la ecuación

$$2x^2x' - 6t^3 + \alpha x = 0,$$

sea exacta. Para tales valores encuentra la solución que cumple

$$x(0) = 1,$$

indicando explícitamente su dominio maximal.

2. Se considera la ecuación lineal de segundo orden

$$t^2x'' + atx' + bx = 0,$$

donde $a, b \in \mathbb{R}$.

- a) Comprueba que $x(t) = t^m$ es una solución de esta ecuación si y sólo si $p(m) = 0$, siendo $p(r) = r^2 + (a-1)r + b$.
- b) Comprueba que $x(t) = t^m \ln(t)$ es una solución de esta ecuación si y sólo si $p(m) = p'(m) = 0$, siendo $p(r)$ el polinomio dado en el apartado anterior.
- c) Aplicando los dos apartados anteriores, resuelve el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} t^2x'' + 7tx' + 9x = 0, \\ x(2) = 15, \quad x'(2) = 0, \end{cases}$$

indicando explícitamente el dominio maximal de la solución hallada.

3. Sea la función

$$f(t) = \begin{cases} -2, & t < 5, \\ -2e^{5-t}, & 5 \leq t. \end{cases}$$

- a) ¿Pertenece f a la clase Λ ? En caso afirmativo calcula su transformada de Laplace.
- b) Sea ahora $x = x(t)$ la solución del problema de valores iniciales

$$x'' + 3x' + 2x = f(t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

¿Pertenece x a la clase Λ ? En caso afirmativo calcula su transformada de Laplace.

4. Sea $x(t)$ la solución del problema de valores iniciales

$$x'' + \left(\frac{t^4 - 2t^2 + 1}{5 + t^2} \right) x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0.$$

- a) ¿Admite $x(t)$ un desarrollo en serie de potencias centrado en $t_0 = 0$ y convergente en algún entorno?
- b) ¿Convergerá esta serie de potencias en el intervalo $[-2, 2]$?