

MATEMÁTICAS - (LDO. EN BIOLOGÍA. PRIMER CURSO)

*Relación de ejercicios N° 6. Curso 2003-2004.*

1. Resuelve los siguientes sistemas:

$$(a) \begin{cases} x + y + 2z = 8 \\ -x - 2y + 3z = 1 \\ 3x - 7y + 4z = 10 \end{cases},$$

$$(b) \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 0 \\ -2x + 5y + 2z = 0 \\ -7x - 7y + z = 0 \end{cases},$$

$$(c) \begin{cases} -x + 2y - 4z + w = 1 \\ 3x - 3w = -3 \\ -x - y + 2z - w = -1 \\ 2x + y - 2z - 2w = -2 \end{cases},$$

$$(d) \begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases},$$

$$(e) \begin{cases} 3x + 2y - z = -15 \\ 5x + 3y + 2z = 0 \\ 3x + y + 3z = 11 \\ 11x + 7y = -30 \end{cases},$$

$$(f) \begin{cases} x - 2y + z - 4w = 1 \\ x + 3y + 7z + 2w = 2 \\ x - 12y - 11z - 16w = 5 \end{cases}.$$

2. Señala las matrices que están en forma semirreducida:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (b) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (c) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad (d) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(e) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (f) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (g) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad (h) \begin{pmatrix} 1 & -7 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$(i) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (j) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad (k) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (l) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

¿Cuáles están, además, en forma reducida?

3. Resuelve los sistemas de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada, en forma reducida o semirreducida, es:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad (c) \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(d) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (e) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad (f) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 7 & 10 \\ 0 & 1 & -3 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$(g) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (h) \begin{pmatrix} 1 & 5 & -4 & 0 & -7 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Repite el ejercicio 1 usando notación matricial.
5. Da un ejemplo, si es posible, de
- un sistema lineal compatible y determinado con más ecuaciones que incógnitas.
  - un sistema lineal compatible y determinado con más incógnitas que ecuaciones.
  - un sistema lineal compatible y determinado con el mismo número de ecuaciones que incógnitas.
  - un sistema lineal compatible e indeterminado con más ecuaciones que incógnitas.
  - un sistema lineal compatible e indeterminado con más incógnitas que ecuaciones.
  - un sistema lineal compatible e indeterminado con el mismo número de ecuaciones que incógnitas.
  - un sistema lineal incompatible con más ecuaciones que incógnitas.
  - un sistema lineal incompatible con más incógnitas que ecuaciones.
  - un sistema lineal incompatible con el mismo número de ecuaciones que incógnitas.
6. Estudia, según los valores de  $a$ , el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas
- $$(a) \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{cases}, \quad (b) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_3 = 2 \\ (a^2 - 4)x_3 = a - 2 \end{cases}.$$
7. Se considera el sistema  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ .
- El sistema es compatible determinado.
  - El sistema es homogéneo.
  - $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = -2$  es solución del sistema.
  - El conjunto de soluciones depende de dos parámetros.
8. Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  la matriz asociada a un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.
- $A$  está en forma reducida.
  - El sistema asociado es compatible.
  - El conjunto de soluciones del sistema asociado es  $\{(s, 1, -s) / s \in \mathbb{R}\}$ .
  - El conjunto de soluciones del sistema asociado depende de un parámetro.
9. El sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + 3y - 2z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \\ 5x - y - 4z = 5 \end{cases}$
- tiene una única solución.
  - no tiene solución.
  - $(1, 0, 0)$  es solución.
  - el conjunto de soluciones del sistema es  $\{(1 - s, s, s) : s \in \mathbb{R}\}$ .

10. Se considera la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & a & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

a) Si  $a \neq 6$  su forma reducida es  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

b) Si  $a \neq 6$  su forma reducida es  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

c) Si  $a = 6$ , el número de 1-principales en cualquier forma semirreducida es 2.

d) Si  $a = 6$ , el número de 1-principales en cualquier forma semirreducida es 1.

11. Se considera el sistema lineal de ecuaciones  $\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 1 \\ x + 2z = -3 \\ 4x + 3y + 2z = 3 \end{cases}$ .

a) La forma reducida de la matriz ampliada asociada al sistema es  $A = ?$

b) La terna  $(-3, 5, 1)$  es una solución del sistema.

c) El conjunto de soluciones del sistema es  $\{(-3 - 2s, 5 + 2s, s) / s \in \mathbb{R}\}$ .

d) El conjunto de soluciones del sistema depende de dos parámetros.

12. Sea el sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} 3x + 2y + z + t = 4 \\ x - y + t = 2 \\ 2x + 3y + z + \alpha t = 3 \end{cases}$ .

a) Si  $\alpha = 0$  entonces el sistema no tiene solución.

b) Si  $\alpha = 0$  entonces el sistema tiene infinitas soluciones.

c) Si  $\alpha \neq 0$  entonces el sistema no tiene solución.

d) Si  $\alpha \neq 0$  entonces el sistema tiene infinitas soluciones.

13. Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  la matriz asociada a un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

a) Si  $\alpha = 0$  entonces  $A$  está en forma semi-reducida.

b) Si  $\alpha \neq 0$  entonces  $A$  está en forma semi-reducida.

c) El sistema asociado es incompatible si  $\alpha = 0$

d) El sistema asociado es compatible indeterminado si  $\alpha = 0$ .

14. Señala las afirmaciones verdaderas:

a) Los sistemas de ecuaciones lineales homogéneos son siempre compatibles determinados.

b) Un sistema lineal de ecuaciones con más incógnitas que ecuaciones no puede ser compatible y determinado.

c) Si un sistema lineal de 3 ecuaciones y 4 incógnitas es compatible, su conjunto de soluciones depende de uno o más parámetros.

d) Un sistema lineal de 3 ecuaciones y 2 incógnitas es siempre incompatible.