

MATEMÁTICAS - (LDO. EN BIOLOGÍA. PRIMER CURSO)

Relación de ejercicios N° 4. Curso 2003-2004.

1. Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:

$$(a) \quad x' = e^{2x+3t}, \quad x(0) = 0; \quad (b) \quad (\cos^2 x)y' = 1 - y, \quad y(0) = -3; \\ (c) \quad x' = x^3(1 + t^2)^{-1}, \quad x(0) = 1; \quad (d) \quad tx' + x = 0, \quad x(4) = 3.$$

2. Un cultivo de bacterias se encuentra en estado de congelación a una temperatura de $-40^\circ C$. Se comienza a manipular el cultivo en un laboratorio que se encuentra a una temperatura de $20^\circ C$. Si al cabo de 1 minuto, la temperatura del cultivo ha aumentado $10^\circ C$, ¿cuánto tiempo podremos mantener la muestra fuera del congelador antes de que empiece a descongelarse?

3. Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:

$$(a) \quad x' = (x - 2)(x - 4), \quad x(0) = 6; \quad (b) \quad x' = (x - 2)(x - 4), \quad x(0) = 3; \\ (c) \quad x' = (x - 2)(x - 4), \quad x(0) = 1.$$

A partir de un estudio cualitativo de la ecuación diferencial, realiza un esbozo de las gráficas de las soluciones obtenidas.

4. Considera la ecuación

$$x' = (x - 1)(x - 6).$$

- a) Resuelve la ecuación.
- b) Dibuja el retrato de fases y estudia la convexidad de las soluciones.
- c) Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0) = 5$.
- d) Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado anterior.

5. Considera la ecuación

$$x' = t(x - 1)(x - 6).$$

- a) Resuelve la ecuación.
- b) Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0) = 5$.

6. Una población cumple

$$\frac{dP}{dt} = P(2 - \ln P), \quad P(0) = 10.$$

- a) Calcula $P(t)$.
- b) Haz un estudio cualitativo de la solución a partir de la ecuación diferencial.
- c) Esboza la gráfica de la solución.

7. Considera el problema de valores iniciales

$$\frac{dx}{dt} = (x - 1)(x + 1), \quad x(0) = 0.$$

- a) Calcula $x(t)$.
- b) Haz un estudio cualitativo de la solución a partir de la ecuación diferencial.
- c) Esboza la gráfica de la solución.

8. Dibuja el retrato de fases de la ecuación $x' = \cos x$. Además, estudia la convexidad de las soluciones.