UNA REVISIÓN DE LA PROPIEDAD DE DUNFORD-PETTIS EN PRODUCTOS TENSORIALES PROYECTIVOS DE ESPACIOS DE BANACH

ANTONIO M. PERALTA

Resumen. En esta nota revisamos algunos de las ideas desarrolladas para el estudio de la propiedad de Dunford-Pettis en el producto tensorial proyectivo de dos espacios de Banach. Mas concretamente, revisamos algunos resultados, obtenidos recientemente en [1], que nos permiten asegurar que el producto tensorial proyectivo de dos espacios de Banach verifica la propiedad de Dunford-Pettis y la propiedad (V) si, y solo si, los dos espacios verifican ambas propiedades y no contienen a ℓ_1. Obtenemos algunas caracterizaciones en el caso particular de las C*-álgebras y los JB*-triples.

Recordamos que un espacio de Banach X satisface la *propiedad de Dunford-Pettis* (DPP en lo sucesivo) si todo operador débilmente compacto T de X en cualquier espacio de Banach Y es *completamente continuo*, es decir, T aplica sucesiones débilmente Cauchy de X en sucesiones norma convergentes en Y. Fueron N. Dunford y B.J. Pettis los primeros en demostrar que cualquier $L^1(\mu)$ verifica la propiedad DPP.

En 1953, A. Grothendieck demostró que todo $C(K)$ satisface la propiedad DPP. En el mismo trabajo, Grothendieck también probón la siguiente caracterización de la propiedad DPP. Un espacio de Banach X tiene la propiedad DPP si, y solo si, para cualquier par de sucesiones débil nulas (x_n) en X y (ρ_n) en X^*, se verifica que $\rho_n(x_n) \to 0$.

El estudio de la propiedad DPP en productos tensoriales proyectivos de espacios de Banach a centrado la atención de muchos investigadores en los últimos veinticinco años (ver por ejemplo [11, 23, 22, 4, 3, 15, 1] entre otros). Como la propiedad DPP es heredada por subespacios complementados, es claro que si el producto tensorial proyectivo, $X\widehat{\otimes}_\pi Y$, satisface la propiedad DPP, entonces X e Y tienen dicha propiedad. Sin embargo, la propiedad DPP en X e Y no siempre es condición suficiente para garantizar que $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ tenga la mencionada propiedad. Por

Investigación parcialmente subvencionada por la D.G.I. proyecto no. BFM2002-01529, y el grupo de investigación FQM 0199 de la Junta de Andalucía.

ejemplo, en [23] M. Talagrand encontró un espacio de Banach X verificando que X^* satisface la propiedad de Schur (es decir, toda sucesión débil convergente en X es norma convergente) y que $L^1[0,1]\widehat{\otimes}_\pi X^*$ no satisface la propiedad DPP.

La pregunta en cuestión puede simplificarse en el siguiente enunciado: Sean X e Y dos espacios de Banach verificando la propiedad DPP. *¿Cuándo podemos asegurar que $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ tiene la propiedad DPP?*

En 1987, R. Ryan demostró el siguiente resultado que arroja un poco más de luz al problema considerando la hipótesis adicional de que X e Y no contengan a ℓ_1.

Teorema 0.1. [22, R. Ryan] *Sean X e Y dos espacios de Banach. Las siguientes afirmaciones son equivalentes*

a) *$X\widehat{\otimes}_\pi Y$ satisface la propiedad DPP y no contiene copias de ℓ_1.*
b) *X e Y satisfacen DPP y no contienen copias de ℓ_1.* □

El resultado anterior nos proporciona una caracterización completa de cuando $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ verifica la propiedad DPP y no contiene a ℓ_1. Lo que resulta sorprendente es que en algunos casos la propiedad DPP en $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ puede ser suficiente para asegurar que X e Y (y por tanto $X\widehat{\otimes}_\pi Y$) no contienen copias de ℓ_1. En esta linea aparece la aportación de F. Bombal e I. Villanueva ([4]). Estos autores demostraron que si K_1 y K_2 son dos espacios topológicos compactos Hausdorff e infinitos, entonces el producto tensorial proyectivo $C(K_1)\widehat{\otimes}_\pi C(K_2)$ satisface la propiedad DPP si, y solo si, K_1 y K_2 son “dispersos” o “scattered”, lo que equivale a que $C(K_1)$ y $C(K_2)$ no contienen copias de ℓ_1 (ver [19]). Este resultado nos puede servir como punto de partida para motivar los resultados que presentaremos en este trabajo.

Vamos a comenzar por reinterpretar el resultado de Bombal y Villanueva en el ambiente de las C*-álgebras. El famoso Teorema de Gelfand-Naimark nos asegura que toda C*-álgebra abeliana y unital es isométricamente isomorfa a un $C(K)$, para cierto espacio topológico compacto Hausdorff K. En este sentido, el resultado obtenido por Bombal y Villanueva puede ser reescrito en la siguiente forma:

Teorema 0.2. [4, F. Bombal e I. Villanueva] *Sean A y B dos C*-álgebras abelianas unitales. Entonces, el producto tensorial proyectivo $A\widehat{\otimes}_\pi B$ satisface la propiedad de Dunford-Pettis, si y solo si, A y B no contienen subespacios isomorfos a ℓ_1.* □

La idea de este trabajo es presentar una visión del estudio de la propiedad DPP en el producto de tensorial proyectivo de dos espacios de Banach que verifican la propiedad DPP y a los que añadiremos la hipótesis de verificar la propiedad (V) de Pelczyński. Expondremos aquí parte de los resultados obtenidos en [1] en colaboración con J. Becerra Guerrero (Universidad de Granada).

Recordamos que una serie $\sum x_n$ en un espacio de Banach X es llamada *débilmente incondicionalmente Cauchy (w.u.C.)* si existe una constante $C > 0$ tal que para cualquier subconjunto finito $F \subset \mathbb{N}$ y $\varepsilon_n = \pm 1$ se tiene que $\| \sum_{n \in F} \varepsilon_n x_n \| \leq C$. Se dice que $\sum x_n$ es *incondicionalmente convergente* si cualquier subserie suya es norma convergente. Si Y es otro espacio de Banach, recordamos que un operador lineal y acotado $T : X \to Y$ se llama *incondicionalmente convergente* si aplica serie w.u.C. en series incondicionalmente convergentes. Se dice que X satisface la *propiedad (V)* de Pelczyński si todo operador incondicionalmente convergente de X en cualquier espacio de Banach es débilmente compacto [18].

Las novedades aportas en el trabajo [1] residen en el estudio de la interacción de la propiedad DPP con la propiedad (V) de Pelczyński. En este caso particular, veremos que las propiedades DPP y (V) en $X \widehat{\otimes}_\pi Y$ implican que este espacio no contiene a ℓ_1. El Teorema 1.5 nos muestra que esta interacción de las propiedades DPP y (V) es, en cierto sentido, todo lo óptima que puede ser en el ambiente general de los espacios de Banach. Concretamente, $X \widehat{\otimes}_\pi Y$ satisface DPP y (V) si, y solo si, X e Y satisfacen DPP, (V) y no contienen copias de ℓ_1.

Ciertas clases de espacios de Banach complejos (entre las que se encuentran las C*-álgebras y los JB*-triples) están contenidas en el conjunto de los espacios de Banach que verifican la propiedad (V) y por tanto el resultado obtenido en el ambiente general de los espacios de Banach particulariza de una mejor forma en estas clases de espacios (ver Corolario 1.7).

Notación: Si X e Y son dos espacios de Banach, a lo largo de todo este trabajo, $L(X, Y)$ denotará al espacio de los operadores lineales y acotados de X en Y.

1. Propiedad de Dundford-Pettis en productos tensoriales proyectivos

Hemos comentado en la introducción que el problema de ver cuando el producto tensorial proyectivo de dos espacios de Banach verificando la propiedad DPP continua verificando dicha propiedad ha centrado la atención de una gran cantidad de investigadores en los últimos veinte años. Es cierto que el resultado de R. Ryan en [22] limita mucho las posibles respuestas, sin embargo, al considerar la interacción de la propiedad DPP con la propiedad (V) de Pelczyński descubrimos un nuevo método de estudio de la propiedad DPP en productos tensoriales proyectivos de espacios de Banach. El siguiente lema es un primer ejemplo de la ventaja de aplicar las propiedades DPP y (V) de forma combinada.

Lema 1.1. *Sean X e Y dos espacios de Banach verificando la propiedad (V). Entonces todo operador T en $L(X, Y^*)$ es débilmente compacto. En particular, si X satisface también la propiedad DPP, tenemos que todo operador T en $L(X, Y^*)$ es completamente continuo.*

Demostración. Sea T un operador en $L(X, Y^*)$. Como Y satisface la propiedad (V) entonces Y no puede contener copias complementadas de ℓ_1 y por tanto Y^* no puede contener a c_0. Por otro lado, es conocido que un operador $T : X \to Y^*$ no es incondicionalmente convergente si, y solo si, T fija una copia de c_0 (ver [11, Exercise V.8]). En consecuencia, cualquier $T \in L(X, Y^*)$ es incondicionalmente convergente. Como X también verifica la propiedad (V), tenemos que cualquier $T \in L(X, Y^*)$ es débilmente compacto.

La segunda afirmación se sigue de la aplicación literal de la propiedad DPP en X. □

Sean X e Y dos espacios de Banach. La identificación del dual de $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ con $L(X, Y^*)$ permite a F. Bombal e I. Villanueva obtener un resultado que asegura la convergencia débil de ciertas sucesiones en $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ (ver [4, Lemma 2.1] y [15, Lemma 2]). La combinación de las propiedades DPP y (V) nos permite, con la ayuda del lemma anterior, generalizar las técnicas de Bombal y Villanueva.

Lema 1.2. *Sea X un espacio de Banach verificando las propiedades DPP y (V) y sea Y un espacio de Banach con la propiedad (V). Supongamos que (x_n) es una sucesión débil nula en X e (y_n) una sucesión acotada en Y. Entonces $(x_n \otimes y_n)$ es una sucesión débil nula en $X\widehat{\otimes}_\pi Y$.*

Demostración. Sea (x_n) una sucesión débil nula en X y sea (y_n) una sucesión acotada en Y. Tomemos $\Phi \in \left(X\widehat{\otimes}_\pi Y\right)^*$. La identificación $\left(X\widehat{\otimes}_\pi Y\right)^* = L(X, Y^*)$, nos asegura la existencia de un único T en $L(X, Y^*)$ verificando que

$$\Phi(x \otimes y) = T(x)(y) \quad (x, y) \in X \times Y.$$

Se sigue del Lemma 1.1 que T es completamente continuo. En particular $(T(x_n)) \to 0$ en norma. Finalmente, como (y_n) es una sucesión acotada en Y, la desigualdad

$$|\Phi(x_n \otimes y_n)| \leq \|T(x_n)\| \|y_n\|,$$

implica que $\Phi(x_n \otimes y_n) \to 0$. $\square$

El resultado anterior nos permite encontrar algunos casos en los que el producto tensorial proyectivo de dos espacios de Banach con la propiedad DPP no verifica dicha propiedad. La técnica usada en la demostración vuelve a utilizar la interacción de las propiedades DPP y (V), así como una adaptación de las ideas expuestas en [4, 15].

Teorema 1.3. [1, Theorem 2.3] *Sean X e Y dos espacios de Banach de dimensión infinita verificando las propiedades DPP y (V). Si X ó Y contiene una copia de ℓ_1, entonces $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ no verifica la propiedad DPP.*

Demostración. Supongamos que Y contiene una copia de ℓ_1. Veamos que X debe contener una copia de c_0. Supongamos, por el contrario que X no contiene copias de c_0. En consecuencia, el operador identidad en X, $Id_X : X \to X$, no preserva copia alguna de c_0 y por tanto Id_X es un operador incondicionalmente convergente (ver [11, Exercise V.8]). Las propiedades DPP y (V) en X nos permiten concluir que $Id_X^2 = Id_X$ es un operador compacto, lo cual es imposible ya que X es infinito dimensional.

Como $X \supseteq c_0$, entonces existe una sucesión débil nula $(x_n) \subseteq S_X$ y una sucesión $(\mu_n) \subseteq B_{X^*}$, verificando que $\mu_n(x_m) = \delta_{n,m}$ para cualesquiera $n, m \in \mathbb{N}$. Si aplicamos ahora que $Y \supseteq \ell_1$, entonces podemos asegurar que existe un operador lineal acotado y sobreyectivo $T : Y \to \ell_2$ (ver por ejemplo [17, Proposition 3]). Para cada natural n tomamos un elemento $y_n \in Y$ tal que $T(y_n) = e_n$, donde (e_n) es la base canónica de ℓ_2. La continuidad de T nos permite concluir que (y_n) está acotada. En este momento definimos

$$\Phi : X \times Y \to \ell_2,$$
$$\Phi(x, y) := (\mu_n(x)\ (T(y), e_n))_{n\in\mathbb{N}}$$

Como Φ es una aplicación bilineal y continua, entonces puede ser extendida como un operador lienal y acotado $\widehat{\Phi} : X\widehat{\otimes}_\pi Y \to \ell_2$. Es claro que $\widehat{\Phi}$ es débilmente compacto. El Lemma 1.2 implica que $(x_n \otimes y_n) \to 0$ débilmente en $X\widehat{\otimes}_\pi Y$. Finalmente, como para cada natural n se verifica que $\widehat{\Phi}(x_n \otimes y_n) = e_n$, concluimos que $\left(\widehat{\Phi}(x_n \otimes y_n)\right)$ no converge a 0 en la topología de la norma de ℓ_2. Esto muestra que $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ no verifica la propiedad DPP. $\square$

Sean X e Y dos espacios de Banach. Como la propiedad (V) es heredada por subespacios complementados, entonces la propiedad (V) en X e Y es condición necesaria para asegurar que $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ verifica la mencionada propiedad. En 1992, G. Emmanuele y W. Hense demostraron que bajo alguna hipótesis adicional podemos conseguir que esta condición sea también suficiente.

Teorema 1.4. [14, G. Emmanuele y W. Hense] *Sean X e Y dos espacios de Banach verificando la propiedad (V) tales que $L(X,Y^*) = K(X,Y^*)$. Entonces $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ satisface la propiedad (V).* □

El anterior resultado de Emmanuele y Hense nos permite reformular el Teorema 1.3 en la forma que exponemos a continuación.

Teorema 1.5. [1, Theorem 2.4] *Sean X, Y dos espacios de Banach de dimensión infinita. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

- *a) $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ verifica las propiedades DPP y (V).*
- *a') $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ verifica las propiedades DPP y (V) y no contiene copias de ℓ_1.*
- *b) X e Y verifican las propiedades DPP y (V) y no contienen copias de ℓ_1.*

Demostración. $a) \Rightarrow b)$ Como las propiedades DPP y (V) son heredadas por subespacios complementados, podemos concluir que X e Y verifican DPP y (V). El Teorema 1.3 prueba que tanto X como Y no pueden contener copias de ℓ_1.

$b) \Rightarrow a')$ Como X e Y verifican DPP y no contienen copias de ℓ_1, se sigue del Teorema 0.1 que $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ verifica DPP y no contiene copias de ℓ_1. Las propiedades DPP y (V) en X e Y nos permiten concluir, gracias al Lema 1.1, que todo operador $T \in L(X,Y^*)$ es completamente continuo. Finalmente, el Teorema de contención de ℓ_1 de Rosenthal (ver [11, Chap. XI]) unido a la hipótesis de que X no contiene copias de ℓ_1, permite afirmar que $L(X,Y^*) = K(X,Y^*)$. El Teorema 1.4 asegura que $X\widehat{\otimes}_\pi Y$ satisface la propiedad (V).

La implicación $a') \Rightarrow a)$ es trivial. □

Existe una clase de espacios de Banach complejos cuya naturaleza geométrica los hace idóneos para aplicarles el teorema que acabamos de presentar. Nos referimos a los espacios de Banach conocidos como JB*-triples. Un *JB*-triple* es un espacio de Banach complejo E equipado con un producto triple continuo

$$\{.,.,.\} : E \otimes E \otimes E \to E$$

$$(x, y, z) \mapsto \{x, y, z\}$$

que es bilineal y simétrico en (x, z) y conjugado lineal en y y además verifica que (*a*) (*Identidad de Jordan*)

$$L(x,y)L(a,b) = \{L, (, L\}\,(x,y)a,b) - L(a, L(y,x)b) + L(a,b)L(x,y),$$

para cualesquiera $x, y, a, b \in E$, donde $L(x,y) : E \to E$ es el operador lineal definido mediante la expresión

$$L(x,y)z = \{x,y,z\}\,;$$

(*b*) Para cada $x \in E$, el operador $L(x,x)$ es hermitiano con espectro no negativo;
(*c*) $\| \{x,x,x\} \| = \|x\|^3$ para todo $x \in E$.

Los JB*-triples fueron introducidos por W. Kaup en el estudio de los dominios simétricos acotados en espacios de Banach complejos de dimensión infinita (ver [16]). Toda C*-álgebra es un JB*-triple con respecto del producto triple $\{x,y,z\} = 2^{-1}(xy^*z + zy^*x)$. Toda JB*-algebra es un JB*-triple con producto dado por $\{a,b,c\} = (a \circ b^*) \circ c + (c \circ b^*) \circ a - (a \circ c) \circ b^*$, el espacio de Banach $L(H,K)$ de todos los operadores lineales y acotados entre dos espacios de Hilbert complejos es también un ejemplo de JB*-triple con producto $\{R,S,T\} = 2^{-1}(RS^*T + TS^*R)$. Los trabajos [20, 21] presentan un buen resumen introductorio a la teoría de los JB*-triples.

Los JB*-triples presentan ciertas propiedades que los hacen muy interesantes para el punto de vista que estamos tratando en este trabajo. Por ejemplo, las propiedad DPP ha sido ampliamente estudiada en la subclase de las C*-álgebras [6, 7] y en los propios JB*-triples [8]. Sin embargo, no es cierto que toda C*-álgebra ni todo JB*-triple satisfaga la propiedad DPP.

En cuanto a la propiedad (V), si podemos decir que es una propiedad automáticamente ligada a la estructura de los JB*-triples.

Teorema 1.6. [9, Ch.-H. Chu y P. Mellon] *Todo JB*-triple satisface la propiedad (V) de Pelczyński.* □

El siguiente corolario se deduce ahora de manera directa del resultado anterior y del Teorema 1.5.

Corolario 1.7. *Sean E y F dos JB*-triples o dos C*-álgebras infinito dimensionales. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

(*a*) $E\widehat{\otimes}_\pi F$ *satisface la propiedad DPP.*
(*b*) E *y* F *satisfacen la propiedad DPP y no contienen copias de* ℓ_1. □

Como toda C*-álgebra abeliana y unital, es decir todo $C(K)$, verifica la propiedad DPP. En el caso de C*-álgebras abelianas y unitales, el anterior corolario es exactamente el Teorema 0.2 obtenido por F. Bombal e I. Villanueva.

El Corolario 1.7 admite también la siguiente aplicación.

Corolario 1.8. *Sean E y F dos JB*-triples de dimensión infinita. Entonces $\left(E\widehat{\otimes}_\pi F\right)^{**}$ nunca satisface la propiedad DPP.*

Demostración. Podemos asumir que E y F satisfacen la propiedad DPP y no contienen copias de ℓ_1, ya que en otro caso, el Corolario 1.7, implicaría que $E\widehat{\otimes}_\pi F$ (y por tanto $\left(E\widehat{\otimes}_\pi F\right)^{**}$) no satisface la propiedad DPP. Como E^{**} y F^{**} son subespacios complementados de $\left(E\widehat{\otimes}_\pi F\right)^{**}$, podemos asumir que E^{**} y F^{**} verifican la propiedad DPP.

Como E es infinito dimensional entonces E^{**} no satisface la propiedad de Schur. Si F^{**} no contiene copia de ℓ_1, entonces F^* tampoco contiene subespacios isomorfos a ℓ_1 (ver [11, §XI, Exercise 2.(iv)]) y en consecuencia F es reflexivo (ver [2]), lo cual es imposible. Por tanto F^{**} contiene a ℓ_1.

Como E^{**} satisface la propiedad DPP y todo operador lineal y acotado de E^{**} en F^{***} es débilmente compacto, concluimos que todo operador lineal y acotado de E^{**} en F^{***} es completamente continuo (Lemma 1.1). Se sigue de [15, Theorem 10] que $\left(E^*\widehat{\otimes}_\varepsilon F^*\right)^*$ no satisface la propiedad DPP.

Como E no contiene a ℓ_1, entonces E^* tiene la propiedad de aproximación (ver [5, Lemma 3.3 and Theorem 3.4]). Por tanto, se sigue de [10, Corollary 5.3] y los argumentos dados en la prueba del Teorema 1.5, $(b) \Rightarrow (a')$), que

$$\left(E\widehat{\otimes}_\pi F\right)^* = L(E,F^*) = K(E,F^*) = E^*\widehat{\otimes}_\varepsilon F^*.$$

En particular $\left(E\widehat{\otimes}_\pi F\right)^{**} = \left(E^*\widehat{\otimes}_\varepsilon F^*\right)^*$ no satisface la propiedad DPP. □

Vamos a terminar esta exposición presentando un ejemplo de un espacio de Banach X verificando que X^* tiene la propiedad de Schur pero X^* no satisface la propiedad DPP. Sean E y F dos JB*-triples verificando la propiedad DPP y no conteniendo a ℓ_1. Se sigue del Corolario 1.7 que $E\widehat{\otimes}_\pi F$ verifica la propiedad DPP. Un análisis similar al efectuado en la demostración del Teorema 1.5 ($(b) \Rightarrow a')$) muestra que $L(E,F^*) = K(E,F^*)$ y por tanto, por [13], $E\widehat{\otimes}_\pi F$ no contiene a ℓ_1. En consecuencia, concluimos, via [12, Theorem 3], que $\left(E\widehat{\otimes}_\pi F\right)^*$

tiene la propiedad de Schur. Sin embargo, el Corolario 1.8 muestra que $\left(E\widehat{\otimes}_\pi F\right)^{**}$ no satisface la propiedad DPP.

Referencias

[1] Becerra Guerrero, J. and Peralta, A. M., The Dunford-Pettis and the Kadec-Klee properties on tensor products of JB*-triples, to appear in Math. Z.

[2] Becerra Guerrero J. and Rodríguez-Palacios, A., Big points in C*-algebras and JB*-triples, to appear in *Quart. J. Math. Oxford.*

[3] Bombal, F., Fernández, M. and Villanueva, I., Some classes of multilinear operators on $C(K)$ spaces, *Studia Math.* **148**, no. 3, 259-273 (2001).

[4] Bombal, F. and Villanueva, I., On the Dunford-Pettis property of the tensor product of $C(K)$ spaces, *Proc. Amer. Math. Soc.* **129**, no. 5, 1359-1363 (2001).

[5] Bunce, L. J. and Chu, C.-H., Dual spaces of JB*-triples and the Radon-Nikodým property, *Math. Z.* **208**, no. 2, 327-334 (1991).

[6] Chu, C.-H., and Iochum, B., The Dunford-Pettis property in C*-algebras, *S*tudia Math. **97**, 59-64 (1990).

[7] Chu, C.-H., Iochum, B. and Watanabe, S., C*-algebras with the Dunford-Pettis property, *F*unction spaces (ed. K. Jarosz; Marcel Decker, New York, 1992) 67-70.

[8] Chu, Ch.-H. and Mellon, P., The Dunford-Pettis property in JB*-triples, *J. London Math. Soc.* (2) **55**, no. 3, 515-526 (1997).

[9] Chu, Ch.-H. and Mellon, P., JB*-triples have Pelczynski's Property V, *Manuscripta Math.* **93**, no. 3, 337-347 (1997).

[10] Defant, A. and Floret, K., *Tensor norms and operator ideals*, North-Holland Mathematics Studies, 176. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1993.

[11] Diestel, J., *Sequences and series in Banach spaces*, Graduate Texts in Mathematics, 92. Springer-Verlag, New York, 1984.

[12] Diestel, J., A survey of results related to the Dunford-Pettis property. Proceedings of the Conference on Integration, Topology, and Geometry in Linear Spaces (Univ. North Carolina, Chapel Hill, N.C., 1979), pp. 15–60, *Contemp. Math.*, **2**, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1980.

[13] Emmanuele, G., Banach spaces in which Dunford-Pettis sets are relatively compact, *Arch. Math. (Basel)* **58**, no. 5, 477-485 (1992).

[14] Emmanuele, G., Hense, W., Property (V) of Pelczyński in projective tensor products, *Proc. Roy. Irish Acad. Sect. A* **95**, no. 2, 227-231 (1995).

[15] González, M. and Gutiérrez, J., The Dunford-Pettis property on tensor products, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* **131**, no. 1, 185-192 (2001).

[16] Kaup, W., A Riemann mapping theorem for bounded symmetric domains in complex Banach spaces, *Math. Z.* **183**, 503-529 (1983).

[17] Ovsepian, R. I. and Pelczyński, A, On the existence of a fundamental total and bounded biorthogonal sequence in every separable Banach space, and related constructions of uniformly bounded orthonormal systems in L^2, *Studia Math.* **54**, 149-159 (1975).

[18] Pelczyński, A., Banach spaces on which every unconditionally converging operator is weakly compact, *Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys.* **10**, 641-648 (1962).

[19] Pelczyński, A., Semadeni, Z., Spaces of continuous functions. III. Spaces $C(\Omega)$ for Ω without perfect subsets, *Studia Math.* **18** 211-222 (1959).

[20] Rodríguez A.: Jordan structures in Analysis. In *Jordan algebras: Proc. Oberwolfach Conf., August 9-15, 1992* (ed. by W. Kaup, K. McCrimmon and H. Petersson), 97-186. Walter de Gruyter, Berlin, 1994.
[21] Russo, B., Structure of JB*-triples. In *Jordan algebras: Proc. Oberwolfach Conf., August 9-15, 1992* (ed. by W. Kaup, K. McCrimmon and H. Petersson), 209-280, de Gruyter, Berlin, 1994.
[22] Ryan, R. A., The Dunford-Pettis property and projective tensor products, *Bull. Polish Acad. Sci. Math.* **35**, no. 11-12, 785-792 (1987).
[23] Talagrand, M., La propriété de Dunford-Pettis dans $\mathcal{C}(K, E)$ et $L^1(E)$, *Israel J. Math.* **44**, no. 4, 317-321 (1983).

Departamento de Análisis Matemático, Facultad de Ciencias, Universidad de Granada 18071 Granada, Spain.