Ingeniero Técnico en Informática de Gestión y de Sistemas

ANÁLISIS MATEMÁTICO. SEPTIEMBRE DE 2006

Problema 1. Demuéstrese que la desigualdad

$$1+x < e^x < \frac{1}{1-x}$$

se verifica para todo $x \in (0,1)$.

Problema 2. Usando un desarrollo de Taylor adecuado de la función $f(x) = \log(1+x)$, aproximar $\log(1{,}25)$ con un error menor que 10^{-3}.

Problema 3. Calcúlense los extremos absolutos y relativos de la función $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = x^2 + 4xy + y^2,$$

en el conjunto

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_0^+ :\ x^2 + y^2 \leqslant 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R} \times R^- :\ -2 \leqslant 2x + y,\ 2x - y \leqslant 2\}.$$

Problema 4. Calcular el volumen formado por la intersección de las esferas

$$S_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 1\}$$

$$S_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 2z\}.$$

Granada, 11 de septiembre de 2006.