

Departamento de Análisis Matemático
ETSII Septiembre 2001. Análisis Matemático.

Problema 1. (4 puntos) Calcular:

(a) $\int_1^e \frac{\log(\log x)}{x} dx$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2001/x} - 1}{\log\left(\frac{x+1}{x}\right)}$

(d) Volumen del sólido de revolución obtenido al hacer girar al rededor del eje OX la región limitada por $x = y^3$, $x = 0$, $x = 8$.

Problema 2. (2 puntos) Se debe construir un canalón para lluvia a partir de una lámina metálica que tiene 30cm de ancho, doblando la tercera parte de la lámina de cada lado hasta que forme un ángulo θ (ver figura abajo). ¿Cómo debe elegirse θ para que el canalón lleve la cantidad máxima de agua?

Problema 3. (2 puntos) Consideremos la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3.$$

a) Calcular los extremos relativos y puntos de silla de f en \mathbb{R}^2 .

b) Calcular los extremos absolutos de f en el conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3\}$$

(triángulo de vértices $(0, 0)$, $(3, 0)$ y $(0, 3)$).

Granada 20 de septiembre de 2001.