

Análisis Matemático

1º de Informática. Granada, 20 de Septiembre de 2004

1. Contestar razonadamente a los siguientes enunciados:

a) Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función derivable en el intervalo abierto (a, b) . Entonces existe un punto $c \in (a, b)$ verificando que $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

b) El límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin(x)} \frac{\sin(t)}{t} dt}{x}$$

existe y vale $\frac{1}{3}$.

2. Hallar la longitud de la catenaria. Ecuación :

$$f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R} \quad : \quad f(x) = \frac{1}{2}a(e^{x/a} + e^{-x/a})$$

3. Consideremos la parábola de ecuación $y = f(x) = 4 - x^2$. Sea $(a, f(a))$ un punto en la gráfica de la mencionada parábola. Calcular a para que el triángulo que determina la recta tangente a la parábola en el punto $(a, f(a))$ con los semiejes positivos tenga área mínima.

4. Sea $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 0, 4x^2 + y^2 \leq 4\}$. Calcular los extremos absolutos de la función $f : K \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = 4x^2 + y^2 - 16y - 3, \quad (x, y) \in K.$$