

Análisis Matemático

1º de Informática. Granada, 29 de Enero de 2004

1. Contestar razonadamente a los siguientes enunciados:

a) Justifíquese cuáles de los siguientes conjuntos son compactos y cuáles no:

1) $\{x, y\} \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 = 2\}$.

2) $\{x, y\} \in [0, 1] \times [0, 1]; 0 \leq x < y \leq 1\}$

3) $\{x, y\} \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \geq 2\}$.

b) Justifíquese si el punto $(0, 0)$ es un extremo de la función $f(x, y) = |x| + y$ y $A = [-1, 1] \times [-1, 1]$

c) Justifíquese si el punto $(0, 0)$ es un extremo de la función $f(x, y) = |x| + |y|$ y $A = [-1, 1] \times [-1, 1]$

d) Sea F la función definida mediante la expresión $F(x) = \int_0^{1+x^2} \frac{\operatorname{sen}(t)}{t} dt$.
Calcular $F'(x)$ en los puntos donde sea posible.

2. Calcular el área máxima de un trapecio, inscrito en una circunferencia de radio 1, cuya base coincide con el diámetro de dicha circunferencia.

3. Calcúlense los extremos de la función

$$f(x, y) = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 3y^2,$$

en el conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$$

4. Calcúlese el volumen de madera desprendido al taladrar por el centro una bola de madera de 9cm de radio con una broca de 1 cm de radio.