

Análisis Matemático

1º de Informática. Granada, 13 de Febrero de 2003

1.) Responder razonadamente si son ciertas las siguientes afirmaciones:

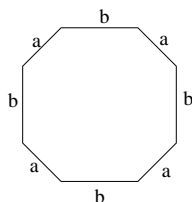
a) Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función estrictamente creciente con $f(a) f(b) < 0$. Entonces $\exists c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.

b) Toda función continua en un punto es derivable en dicho punto.

c)
$$\int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2} = \left[\frac{-1}{x-1} \right]_0^3 = \frac{-1}{2} - 1 = \frac{-3}{2}.$$

d)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \frac{\operatorname{sen} t}{t} dt}{x^2} = 1.$$

2.) Consideremos un octógono en el que todos los ángulos interiores son iguales (y por tanto iguales a 135°) y las longitudes de los lados alternados son iguales (ver figura). De entre todos los octógonos de este tipo de perímetro 8, calcular el que tenga mayor superficie.



3.) Sea $f : K \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = (2x^2 + y^2) e^{-(x^2 + y^2)},$$

donde $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$. Calcular los extremos absolutos de f en A .

4.) Calcular

$$\int_A (x^2 + y) dx dy,$$

siendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.