

Series. Series de potencias

1 Series numéricas

Ejercicio 1

Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------|
| a) $\sum \frac{1}{n2^n}$ | d) $\sum \frac{1}{2n-1}$ |
| b) $\sum \frac{\ln(n)}{n}$ | e) $\sum \frac{1}{2^n-n}$ |
| c) $\sum \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$ | |

Ejercicio 2

Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- | | |
|--|--|
| a) $\sum \left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^n$ | d) $\sum \frac{1}{n} \left(\frac{2}{5}\right)^n$ |
| b) $\sum \frac{1}{(2n-1)2n}$ | e) $\sum \frac{2^n}{n}$ |
| c) $\sum \left(\frac{n}{3n-2}\right)^{2n-1}$ | |

Ejercicio 3

Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- | | |
|------------------------------|---------------------------------|
| a) $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$ | d) $\sum \frac{1}{n \ln(n)}$ |
| b) $\sum \frac{n+1}{2n+1}$ | e) $\sum \frac{1}{n(\ln(n))^2}$ |
| c) $\sum \frac{1}{10n+1}$ | |

Ejercicio 4

Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- | | |
|---|---|
| a) $\sum \frac{1}{n^2 \ln(n)}$ | d) $\sum \frac{3n-1}{(\sqrt{2})^n}$ |
| b) $\sum \frac{n^2}{(3n-1)^2}$ | e) $\sum \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}$ |
| c) $\sum \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$ | |

Ejercicio 5

Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| a) $\sum \frac{1}{n!}$ | d) $\sum \left(\frac{3n}{3n+1}\right)^n$ |
| b) $\sum \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ | e) $\sum \frac{n^2}{4^{(n-1)}}$ |
| c) $\sum \frac{2n+1}{(n+1)^2(n+2)^2}$ | |

Ejercicio 6

Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- | | |
|--|-----------------------------------|
| a) $\sum \frac{n^3}{e^n}$ | d) $\sum \frac{n^n}{e^{(n^2+1)}}$ |
| b) $\sum \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$ | e) $\sum \frac{2^n n!}{n^n}$ |
| c) $\sum \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-n^2}$ | |

Ejercicio 7

Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

a) $\sum \frac{\ln\left(\frac{n+1}{e-1}\right)^n}{(e-1)^n}$

c) $\sum \frac{3^{-\sqrt{n}}}{n}$

b) $\sum \frac{1}{2n+1} \binom{2n}{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$

Ejercicio 16

Sea a un número positivo. Estudiar la convergencia de la serie $\sum \left(\ln\left(a + \frac{1}{n}\right)\right)^n$.

Ejercicio 17

Estudiar la convergencia de las series

a) $\sum \left(n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^{n^2}$,

b) $\sum \ln\left(n \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)\right)$,

c) $\sum \left(n \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n^3}$,

d) $\sum \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} e^{-n}$.

2 Suma de series

Ejercicio 18

Sumar la serie de números reales $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$

Ejercicio 19

Sumar la serie de números reales: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{\ln\left((n+1)^{\ln(n)}\right)}$

Ejercicio 20

Calcular la suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2n}$

Ejercicio 21

Sumar la serie de números reales $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(n+3)!}$

Ejercicio 22

Sumar la serie de números reales $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+n+1}{n!}$

3 Series de potencias

Ejercicio 23

Calcular el radio de convergencia de las siguientes series de potencias y estudiar el comportamiento en los extremos.

a) $\sum \frac{1}{2^n(2n+1)} x^n$

b) $\sum \frac{1}{\ln(n+2)} x^n$

Ejercicio 24

Calcular el radio de convergencia de las siguientes series de potencias y estudiar el comportamiento en los extremos.

a) $\sum \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)} x^n$

b) $\sum \frac{n - \sqrt{n}}{n^2 + n + 1} x^n$

Ejercicio 25

Calcular la serie de potencias centrada en cero de la función $f(x) = \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$.

Ejercicio 26

Calcular la serie de potencias de la función $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ definida en el intervalo $] - 1, 1[$. Utilizar dicho desarrollo para calcular $\ln(2)$ con ocho cifras decimales exactas.