RELACIÓN 6ª DE EJERCICIOS.
MATEMÁTICAS 1. INGENIERÍA QUÍMICA.

1. Calcular las siguientes integrales:

   (a) $\int_{[0,2]\times[0,1]}(x^2+2y)d(x,y)$

   (b) $\int_{[3,4]\times[1,2]}\frac{d(x,y)}{(x+y)^2}$

   (c) $\int_{[0,1]\times[0,1]}\frac{x^2}{(1+y^2)}d(x,y)$

   (d) $\int_{[0,1]\times[0,1]}\frac{d(x,y)}{(1+x+y)^2}$

   (e) $\int_{[0,\pi/2]\times[0,\pi/2]}\sin(x+y)d(x,y)$

2. Calcular las siguientes integrales:

   (a) $\int_0^2\left[\int_1^2\frac{dy}{(x+y)^2}\right]dx$

   (b) $\int_1^2\left[\int_{1/x}^{x}\frac{x^2}{y^2}dy\right]dx$

   (c) $\int_{-3}^{3}\left[\int_{y^2-4}^{5}(x+2y)dx\right]dy$

   (d) $\int_0^{2\pi}\left[\int_{\sin\rho}^{1}r dr\right]d\rho$

   (e) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left[\int_0^{3\cos\rho}r^2\sin^2\rho dr\right]d\rho$

   (f) $\int\limits_0^4\left[\int_0^{10-y}x dx\right]dy$

3. Sea $f:A\to\mathbb{R}$, calcular su integral en los siguientes casos:

   (a) $f(x,y)=1$ siendo A la región limitada por $y^2=x^3,\quad y=x$.

   (b) $f(x,y)=x^2$ siendo A la región limitada por $xy=16, y=x, y=0, x=8$.

   (c) $f(x,y)=x$ siendo A el triángulo de vértices $(0,0),(1,1),(0,1)$.

   (d) $f(x,y)=x$ siendo A la región limitada por la recta que pasa por $(0,2)$ y $(2,0)$ y la circunferencia de centro $(0,1)$ y radio 1.

   (e) $f(x,y)=e^{\frac{x}{y}}$ siendo A la región limitada por $y^2=x, x=0, y=1$.

   (f) $f(x,y)=\frac{x}{x^2+y^2}$ siendo A la región limitada por $y=\frac{x^2}{2}, y=x$.

   (g) $f(x,y)=xy^2$ siendo A la región limitada por $y^2=2x, x=1$.

   (h) $f(x,y)=xy$ siendo A la región limitada por la semicircunferencia superior $(x-2)^2+y^2=1$ y el eje OX.

   (i) $f(x,y)=4-y^2$ siendo A la región limitada por $y^2=2x$ y $y^2=8-2x$

   (j) $f(x,y)=e^{x^2}$ siendo el conjunto A el triángulo formado por las rectas $2y=x$, $x=2$ y el eje x

4. Utilizar el cambio a coordenadas polares para calcular las integrales de las siguientes funciones en los recintos que se indican:

   (a) $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}, \quad A = \bar{B}((0,0),1)$

   (b) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}, \quad A = [0,1] \times [0,1]$

   (c) $f(x,y) = y, \quad A = \{(x,y) \in B((\frac{1}{2},0),\frac{1}{2}) : \quad y \geq 0\}$

   (d) $f(x,y) = x^2+y^2, \quad A = \bar{B}((1,0),1)$

   (e) $f(x,y) = x^2+y^2, \quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad 4 \leq x^2+y^2 \leq 9\}$

5. Hallar el volumen del sólido limitado superiormente por $z = x + y$ e inferiormente por el triángulo de vértices $(0,0), (0,1), (1,0)$.

6. Hallar el volumen del sólido limitado superiormente por $z = 2x+1$ e inferiormente por el conjunto $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad x^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$.

7. Hallar el volumen del sólido comprendido entre el paraboloide de ecuación $z = x^2 + y^2$ y el disco unidad.

8. Hallar el volumen del sólido limitado superiormente por $z = 4-y^2-\frac{1}{4}x^2$ e inferiormente por el disco $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad x^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$.