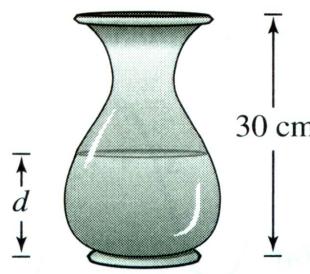


Ejercicios de Matemáticas I

Relación 1a: Funciones elementales

1. En una vasija de 30 cm de altura entra agua a ritmo constante. Se llena en 5 segundos. Usad esta información y la forma de la vasija para responder a las siguientes cuestiones:



a) Si d representa la profundidad del agua medida en centímetros y t el tiempo transcurrido en segundos, explicad por qué d es función de t .

b) Hallad el dominio y el recorrido de dicha función.

c) Esbozad una posible gráfica de la función.

2. Sean las leyes $f(x) = 1/x$ y $g(x) = 1/\sqrt{x}$ correspondientes a dos funciones reales de variable real f y g . ¿Cuáles son los dominios naturales de $f, g, f+g, fg, f \circ g$ y $g \circ f$?

3. Calcúlense los dominios naturales de las funciones correspondientes reales de variable real en cada uno de los casos siguientes:

- $x \mapsto 1/1+x$.
- $x \mapsto 1/1+x^2$.
- $x \mapsto 1/1+\sqrt{x}$.

4. ¿Qué se puede decir acerca de la gráfica de una función par? ¿y de una función impar? Dense ejemplos de funciones par, impar y no par ni impar.

5. Sea A un subconjunto de números reales y $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ una función real de variable real. Se dice que f está **acotada** (resp. **acotada superiormente / inferiormente**) si su conjunto imagen $f(A)$ es un subconjunto de números reales acotado (resp.

superiormente / inferiormente acotado). Pruébese que f está acotada si, y sólo si, existe $M \in \mathbb{R}$, tal que, para cada $x \in A$, se verifica que $|f(x)| \leq M$.

6. ¿Qué funciones componen la función $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ en cada uno de los siguientes casos?

$$1) f(x) = (\log^2 x)e^{x^2}, \quad 2) f(x) = (\sqrt{x+1})^{\log(x^3)}.$$

Dense otros ejemplos de composición de funciones.

7. Pruébese que en toda reunión de personas existen al menos dos que conocen exactamente el mismo número de asistentes.

8. Hállese la función inversa de

a) $\operatorname{senh} x$.

b) $\cosh x /_{\mathbb{R}_0^+}$.

9. Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow]-\pi, \pi[$ la función definida por $g(y) = 2\operatorname{arctg} y$. Hállese en función de y ,

a) $\operatorname{sen} g(y)$.

b) $\operatorname{cos} g(y)$.