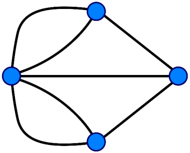

CONFERENCIA
¿Es la linea recta el camino más corto entre dos puntos?
Imparte: Miguel Martín Suárez
Profesor del Departamento de Análisis Matemático
Facultad de Ciencias. Universidad de Granada.
UNIVERSIDAD DE GRANADA
Vicerrectorado de Investigación y Transferencia
Miércoles 3 de Agosto, 2022
21:30 Parque del Majuelo
Almuñécar
GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACIÓN
FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA
culturALMUÑÉCAR


A
B
A
B



Organización de la conferencia

Las fotos y gráficos usados en este taller están sacadas de fuentes libres como:

- Wikipedia: https://www.wikipedia.org/
- MacTutor history of Mathematics: https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/
- Gráficos sencillos creados por el autor de la conferencia. . .

En otros casos, se incluirá referencia explícita a la fuente.

Presentación y esquema

- Miguel Martín Suárez
- Catedrático de *Análisis Matemático* de la *Universidad de Granada*
- Miembro del *Instituto de Matemáticas de la Universidad de Granada*

Presentación y esquema

- Miguel Martín Suárez
- Catedrático de *Análisis Matemático* de la *Universidad de Granada*
- Miembro del *Instituto de Matemáticas de la Universidad de Granada*
- Mi campo de estudio es el
  Análisis Funcional en espacios de dimensión infinita.
- Podríamos decir que estudio distintas formas de medir distancias en espacios de dimensión infinita y también las propiedades que no dependen de la distancia concreta.

Presentación y esquema

- Miguel Martín Suárez
- Catedrático de *Análisis Matemático* de la *Universidad de Granada*
- Miembro del *Instituto de Matemáticas de la Universidad de Granada*
- Mi campo de estudio es el
  Análisis Funcional en espacios de dimensión infinita.
- Podríamos decir que estudio distintas formas de medir distancias en espacios de dimensión infinita y también las propiedades que no dependen de la distancia concreta.
- **Ya vimos aquí hace un par de años lo de la dimensión infinita...**

Presentación y esquema

- Miguel Martín Suárez
- Catedrático de *Análisis Matemático* de la *Universidad de Granada*
- Miembro del *Instituto de Matemáticas de la Universidad de Granada*
- Mi campo de estudio es el
  Análisis Funcional en espacios de dimensión infinita.
- Podríamos decir que estudio distintas formas de medir distancias en espacios de dimensión infinita y también las propiedades que no dependen de la distancia concreta.
- **Ya vimos aquí hace un par de años lo de la dimensión infinita...**
- Aunque pueda parecer extraño, distintos problemas pueden necesitar distintas formas de medir distancias.

Presentación y esquema

- Miguel Martín Suárez
- Catedrático de *Análisis Matemático* de la *Universidad de Granada*
- Miembro del *Instituto de Matemáticas de la Universidad de Granada*
- Mi campo de estudio es el
  Análisis Funcional en espacios de dimensión infinita.
- Podríamos decir que estudio distintas formas de medir distancias en espacios de dimensión infinita y también las propiedades que no dependen de la distancia concreta.
- **Ya vimos aquí hace un par de años lo de la dimensión infinita. . .**
- Aunque pueda parecer extraño, distintos problemas pueden necesitar distintas formas de medir distancias.
- **Se darán ejemplos sencillos de distintas formas de medir distancias y sus posibles aplicaciones.**

Presentación y esquema

- Miguel Martín Suárez
- Catedrático de *Análisis Matemático* de la *Universidad de Granada*
- Miembro del *Instituto de Matemáticas de la Universidad de Granada*
- Mi campo de estudio es el
  Análisis Funcional en espacios de dimensión infinita.
- Podríamos decir que estudio distintas formas de medir distancias en espacios de dimensión infinita y también las propiedades que no dependen de la distancia concreta.
- **Ya vimos aquí hace un par de años lo de la dimensión infinita. . .**
- Aunque pueda parecer extraño, distintos problemas pueden necesitar distintas formas de medir distancias.
- **Se darán ejemplos sencillos de distintas formas de medir distancias y sus posibles aplicaciones**.
- **Finalmente hablaremos de cuándo la forma o la distancia concreta no es importante, esto es, hablaremos de "topología" o "geometría de la posición"**.

“Otras” formas de medir distancias

¿Por qué necesitamos otras formas de medir distancias?

¿Por qué necesitamos otras formas de medir distancias?

- Estamos acostumbrados a medir distancias con la medida Euclídea:

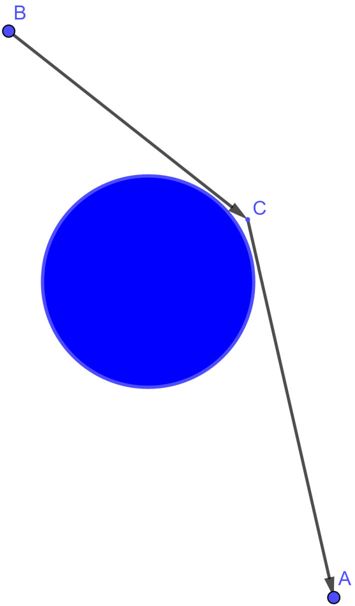
  la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta y, además, *sólo hay un camino con distancia mínima*.

¿Por qué necesitamos otras formas de medir distancias?

- Estamos acostumbrados a medir distancias con la medida Euclídea:

  la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta y, además, *sólo hay un camino con distancia mínima*.

- Eso, claro está, **si no hay obstáculos**.



¿Por qué necesitamos otras formas de medir distancias?

- Estamos acostumbrados a medir distancias con la medida Euclídea:

  la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta y, además, *sólo hay un camino con distancia mínima*.

- Eso, claro está,
  si no hay obstáculos.
- ¿Qué pasa en una ciudad?
- . . . pues que no siempre podemos ir en línea recta,
- luego tenemos que medir de otra forma.

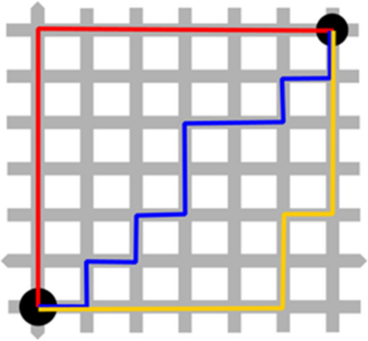
https://wikitravel.org/en/Manhattan/Theater_District

Distancia Manhattan

- En una ciudad cuadriculada, se miden los caminos usando la llamada

  distancia Manhattan o *distancia taxi*

- consiste en sumar lo que se anda en horizontal más lo que se anda en vertical.

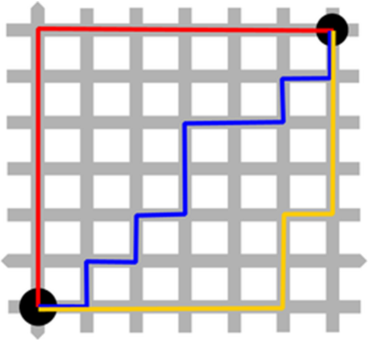


Distancia Manhattan

- En una ciudad cuadriculada, se miden los caminos usando la llamada

  distancia Manhattan o *distancia taxi*

- consiste en sumar lo que se anda en horizontal más lo que se anda en vertical.
- Aunque no lo parezca, los caminos amarillo, azul y rojo, MIDEN LO MISMO.
- CUALQUIER CAMINO mide lo mismo.

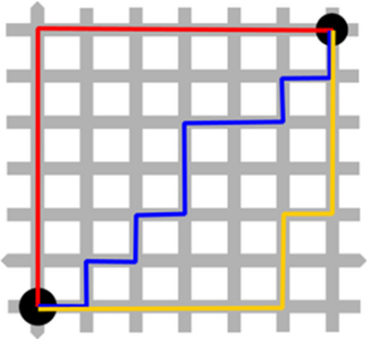


Distancia Manhattan

- En una ciudad cuadriculada, se miden los caminos usando la llamada

  distancia Manhattan o *distancia taxi*

- consiste en sumar lo que se anda en horizontal más lo que se anda en vertical.
- Aunque no lo parezca, los caminos amarillo, azul y rojo, MIDEN LO MISMO.
- CUALQUIER CAMINO mide lo mismo.
- Esta es la distancia más práctica cuando planificamos rutas.



Distancia Manhattan

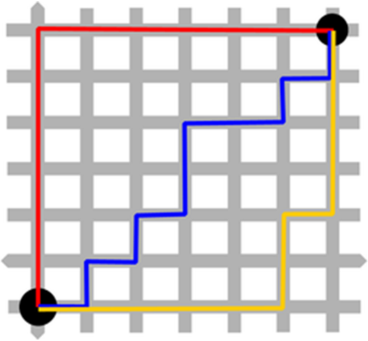
- En una ciudad cuadriculada, se miden los caminos usando la llamada

  distancia Manhattan o *distancia taxi*

- consiste en sumar lo que se anda en horizontal más lo que se anda en vertical.
- Aunque no lo parezca, los caminos amarillo, azul y rojo, MIDEN LO MISMO.
- CUALQUIER CAMINO mide lo mismo.
- Esta es la distancia más práctica cuando planificamos rutas.
- Otra forma de medir es la

  distancia Chebyshev o *del máximo*.

- Consiste en tomar **el número más grande** entre el movimiento horizontal y el movimiento vertical.

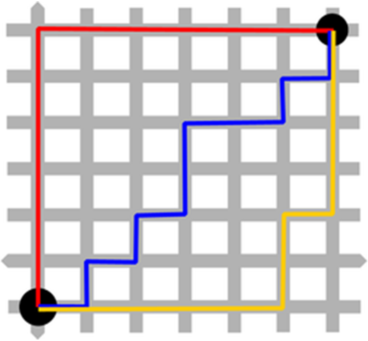


Distancia Manhattan

- En una ciudad cuadriculada, se miden los caminos usando la llamada

  distancia Manhattan o *distancia taxi*
- consiste en sumar lo que se anda en horizontal más lo que se anda en vertical.
- Aunque no lo parezca, los caminos amarillo, azul y rojo, MIDEN LO MISMO.
- CUALQUIER CAMINO mide lo mismo.
- Esta es la distancia más práctica cuando planificamos rutas.
- Otra forma de medir es la

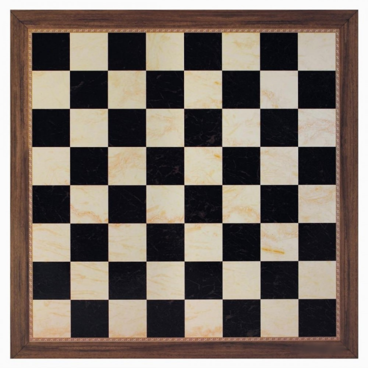
  distancia Chebyshev o *del máximo*.
- Consiste en tomar **el número más grande** entre el movimiento horizontal y el movimiento vertical.
- Y esto. . . ¿de dónde viene? ¿para qué puede servir?



Una explicación: las piezas del ajedrez

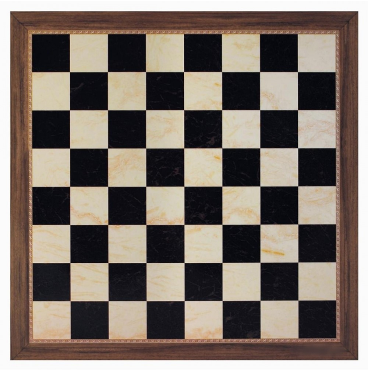
Una explicación: las piezas del ajedrez

- Consideremos una tablero de ajedrez



Una explicación: las piezas del ajedrez

- Consideremos una tablero de ajedrez
- y veamos los distintos movimientos de las piezas:

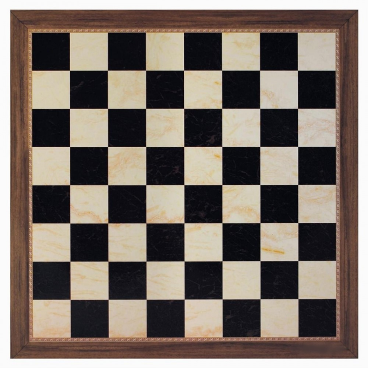


Una explicación: las piezas del ajedrez

- Consideremos una tablero de ajedrez
- y veamos los distintos movimientos de las piezas:
- si medimos cuántas casillas tiene que recorrer una torre para llegar de una casilla a otra. . .

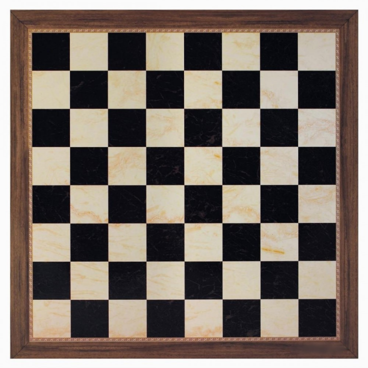
Una explicación: las piezas del ajedrez

- Consideremos una tablero de ajedrez
- y veamos los distintos movimientos de las piezas:
- si medimos cuántas casillas tiene que recorrer una torre para llegar de una casilla a otra...
- aparece la distancia Manhattan.



Una explicación: las piezas del ajedrez

- Consideremos una tablero de ajedrez
- y veamos los distintos movimientos de las piezas:
- si medimos cuántas casillas tiene que recorrer una torre para llegar de una casilla a otra. . .
- aparece la distancia Manhattan.
- si medimos cuántos movimientos (o cuántas casillas) necesita el rey para llegar de una casilla a otra. . .

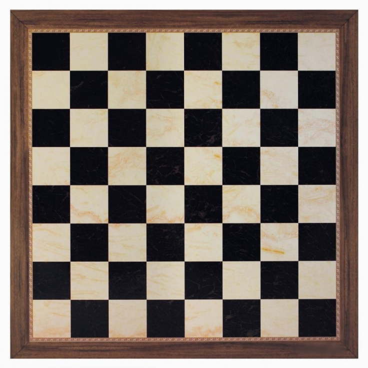


Una explicación: las piezas del ajedrez

- Consideremos una tablero de ajedrez
- y veamos los distintos movimientos de las piezas:
- si medimos cuántas casillas tiene que recorrer una torre para llegar de una casilla a otra...
- aparece la distancia Manhattan.
- si medimos cuántos movimientos (o cuántas casillas) necesita el rey para llegar de una casilla a otra...
- aparece la distancia del máximo.

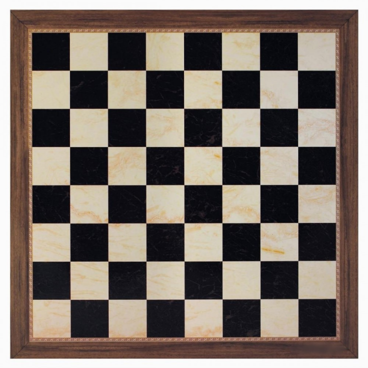
Una explicación: las piezas del ajedrez

- Consideremos una tablero de ajedrez
- y veamos los distintos movimientos de las piezas:
- si medimos cuántas casillas tiene que recorrer una torre para llegar de una casilla a otra. . .
- aparece la distancia Manhattan.
- si medimos cuántos movimientos (o cuántas casillas) necesita el rey para llegar de una casilla a otra. . .
- aparece la distancia del máximo.
- Un par de preguntas:



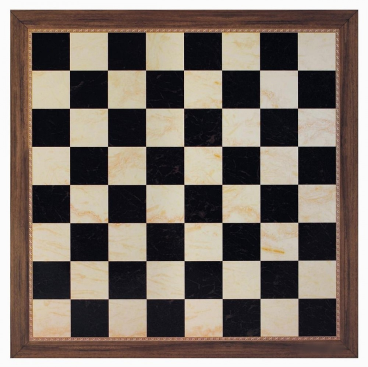
Una explicación: las piezas del ajedrez

- Consideremos una tablero de ajedrez
- y veamos los distintos movimientos de las piezas:
- si medimos cuántas casillas tiene que recorrer una torre para llegar de una casilla a otra. . .
- aparece la distancia Manhattan.
- si medimos cuántos movimientos (o cuántas casillas) necesita el rey para llegar de una casilla a otra. . .
- aparece la distancia del máximo.
- Un par de preguntas:
- ¿Qué pasa con el alfil?



Una explicación: las piezas del ajedrez

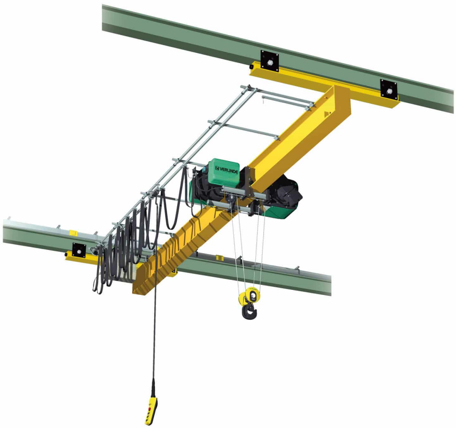
- Consideremos una tablero de ajedrez
- y veamos los distintos movimientos de las piezas:
- si medimos cuántas casillas tiene que recorrer una torre para llegar de una casilla a otra. . .
- aparece la distancia Manhattan.
- si medimos cuántos movimientos (o cuántas casillas) necesita el rey para llegar de una casilla a otra. . .
- aparece la distancia del máximo.
- Un par de preguntas:
- ¿Qué pasa con el alfil?
- ¿Cómo son las "circunferencias" para cada una de estas distancias?



Una grúa suspendida: optimizando el tiempo o la energía

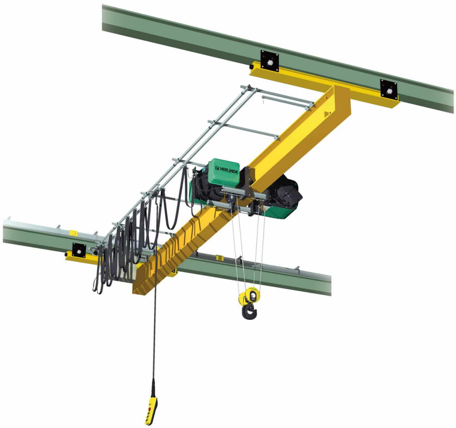
Una grúa suspendida: optimizando el tiempo o la energía

- Consideremos una grúa suspendida. . .



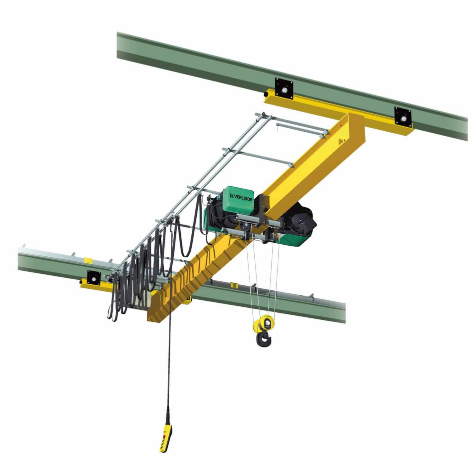
Una grúa suspendida: optimizando el tiempo o la energía

- Consideremos una grúa suspendida. . .
- tiene dos posibles movimientos en el plano del techo, **que pueden darse a la vez**.



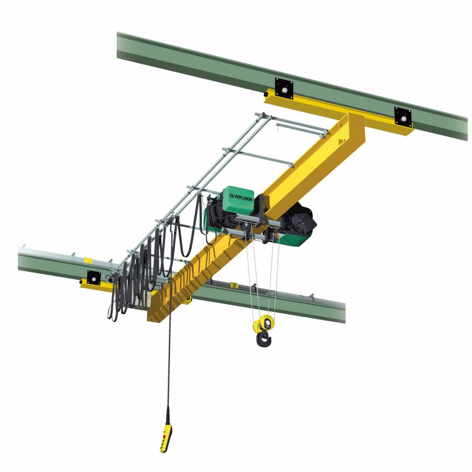
Una grúa suspendida: optimizando el tiempo o la energía

- Consideremos una grúa suspendida...
- tiene dos posibles movimientos en el plano del techo, **que pueden darse a la vez**.
- Si medimos el tiempo que se tarda en llegar de un punto a otro, aparece la distancia del máximo.



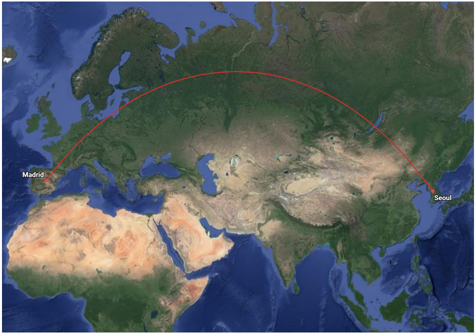
Una grúa suspendida: optimizando el tiempo o la energía

- Consideremos una grúa suspendida...
- tiene dos posibles movimientos en el plano del techo, **que pueden darse a la vez**.
- Si medimos el tiempo que se tarda en llegar de un punto a otro, aparece la distancia del máximo.
- Si medimos el gasto de energía (producido por el movimiento de los dos motores), aparece la distancia Manhattan.



Trayectorias de aviones: geodésicas en la esfera

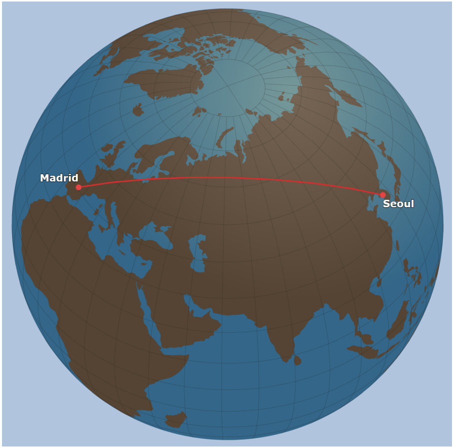
- Veamos la ruta que sigue un avión de Madrid a Seúl (Corea del Sur):
- no sigue la línea recta del plano (que sería casi un paralelo)
- ¿Por qué será esto?



https://www.greatcirclemap.com/

Trayectorias de aviones: geodésicas en la esfera

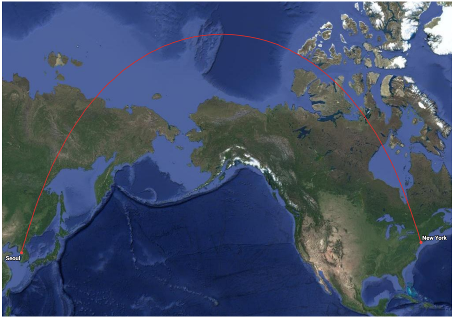
- Veamos la ruta que sigue un avión de Madrid a Seúl (Corea del Sur):
- no sigue la línea recta del plano (que sería casi un paralelo)
- ¿Por qué será esto?
- Si lo miramos en la esfera en lugar de mirarlo en el plano, obtenemos la respuesta.



https://www.greatcirclemap.com/

Trayectorias de aviones: geodésicas en la esfera

- Veamos la ruta que sigue un avión de Madrid a Seúl (Corea del Sur):
- no sigue la línea recta del plano (que sería casi un paralelo)
- ¿Por qué será esto?
- Si lo miramos en la esfera en lugar de mirarlo en el plano, obtenemos la respuesta.
- Otro ejemplo más extremo: de Seúl a Nueva York: plano



https://www.greatcirclemap.com/

Trayectorias de aviones: geodésicas en la esfera

- Veamos la ruta que sigue un avión de Madrid a Seúl (Corea del Sur):
- no sigue la línea recta del plano (que sería casi un paralelo)
- ¿Por qué será esto?
- Si lo miramos en la esfera en lugar de mirarlo en el plano, obtenemos la respuesta.
- Otro ejemplo más extremo: de Seúl a Nueva York: plano y esfera.

https://www.greatcirclemap.com/

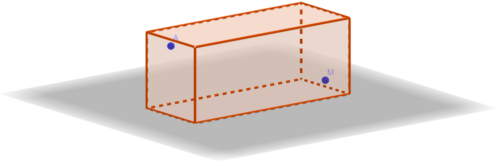
Trayectorias de aviones: geodésicas en la esfera

- Veamos la ruta que sigue un avión de Madrid a Seúl (Corea del Sur):
- no sigue la línea recta del plano (que sería casi un paralelo)
- ¿Por qué será esto?
- Si lo miramos en la esfera en lugar de mirarlo en el plano, obtenemos la respuesta.
- Otro ejemplo más extremo: de Seúl a Nueva York: plano y esfera.
- las curvas que hacen mínima la distancia en la esfera son los círculos máximos, que se llaman geodésicas.
- "Casi siempre" son únicas.

https://www.greatcirclemap.com/

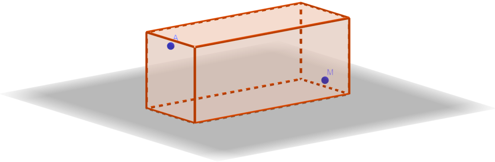
Un último problema sobre distancias

- Una araña intenta llegar a una mosca atrapada en su telaraña, ambas en una caja de $30 \times 12 \times 12$, y sólo puede andar por las paredes de la caja. La mosca está a 1cm del borde inferior y la araña a 1cm del borde superior, ambas en el medio de las respectivas caras laterales.



Un último problema sobre distancias

- Una araña intenta llegar a una mosca atrapada en su telaraña, ambas en una caja de $30 \times 12 \times 12$, y sólo puede andar por las paredes de la caja. La mosca está a 1cm del borde inferior y la araña a 1cm del borde superior, ambas en el medio de las respectivas caras laterales.
- ¿Cuál es el camino más rápido para cazar a la mosca?



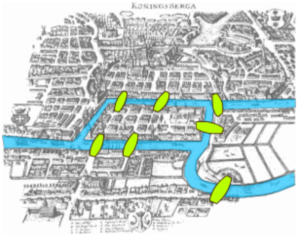
Topología: cuando la forma no importa

Euler y los puentes de Königsberg

Problema

¿Se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente?

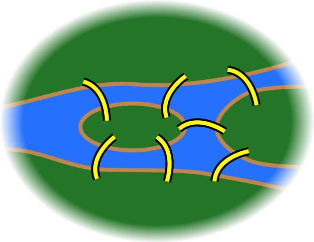
- Era un problema de entretenimiento en la corte de Federico el grande de Prusia, que resolvió Leonhard Euler en 1736.



Euler y los puentes de Königsberg

Problema

¿Se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente?



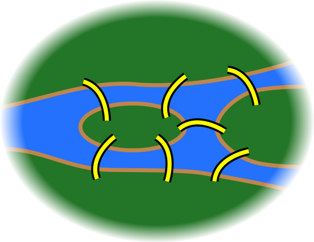
- Era un problema de entretenimiento en la corte de Federico el grande de Prusia, que resolvió Leonhard Euler en 1736.

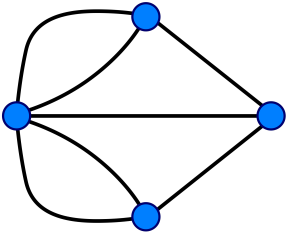
Euler y los puentes de Königsberg

Problema

¿Se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente?

- Era un problema de entretenimiento en la corte de Federico el grande de Prusia, que resolvió Leonhard Euler en 1736.
- Su primera observación fue que el problema no depende en absoluto de la forma de las islas o del río o de la tierra, que puede simplificarse a nodos y arcos.
- Queda entonces el siguiente gráfico:

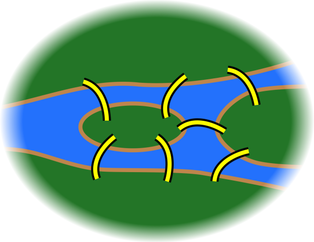




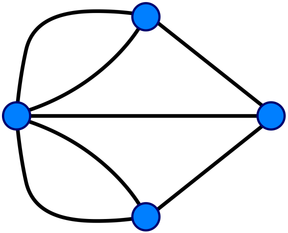
Euler y los puentes de Königsberg

Problema

¿Se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente?



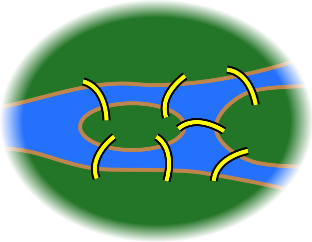
- Era un problema de entretenimiento en la corte de Federico el grande de Prusia, que resolvió Leonhard Euler en 1736.
- Su primera observación fue que el problema no depende en absoluto de la forma de las islas o del río o de la tierra, que puede simplificarse a nodos y arcos.
- Queda entonces el siguiente gráfico:
- Y la pregunta es si se puede recorrer este "grafo" pasando por todas las aristas o "arcos" una sola vez (y, por tanto, pasando por todos los vértices o "nodos", aunque necesariamente más de una vez por cada uno, eso no importa).

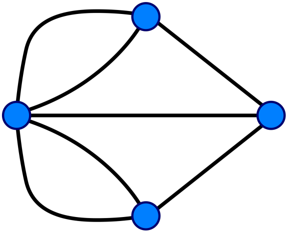


Euler y los puentes de Königsberg. II

Solución (Teorema) (Euler, 1736)

NO se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente.



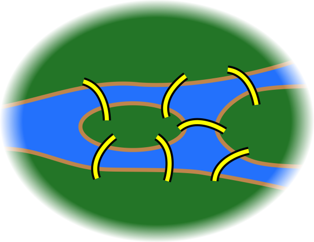


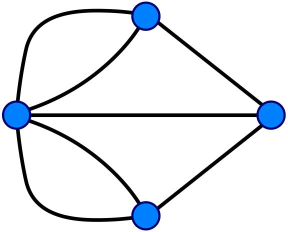
Euler y los puentes de Königsberg. II

Solución (Teorema) (Euler, 1736)

NO se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente.

Explicación (Demostración):





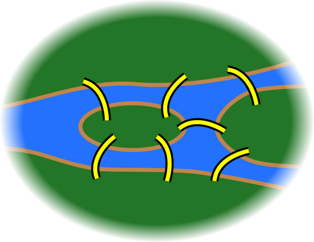
Euler y los puentes de Königsberg. II

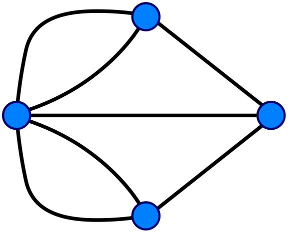
Solución (Teorema) **(Euler, 1736)**

NO se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente.

Explicación (Demostración):

- Imaginemos un camino que recorre todos los puentes una sola vez.
- Salvo en el punto inicial y en el final, en los demás nodos tiene que haber tantos caminos que entran como caminos que salen, distintos.
- Por lo tanto, salvo posiblemente en dos puntos, en los demás nodos el número de arcos que llegan tiene que ser par.
- Eso **NO pasa** en los puentes de Königsberg.

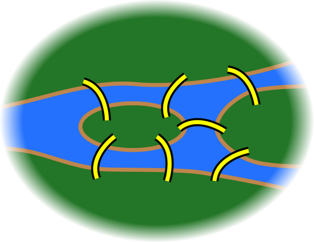




Euler y los puentes de Königsberg. II

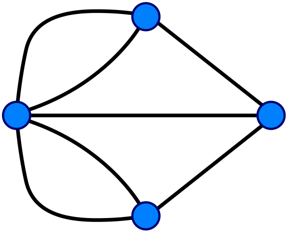
Solución (Teorema) (Euler, 1736)

NO se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente.



Explicación (**Demostración**):

- Imaginemos un camino que recorre todos los puentes una sola vez.
- Salvo en el punto inicial y en el final, en los demás nodos tiene que haber tantos caminos que entran como caminos que salen, distintos.
- Por lo tanto, salvo posiblemente en dos puntos, en los demás nodos el número de arcos que llegan tiene que ser par.
- Eso **NO pasa** en los puentes de Königsberg.



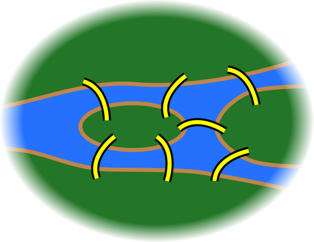
Euler y los puentes de Königsberg. II

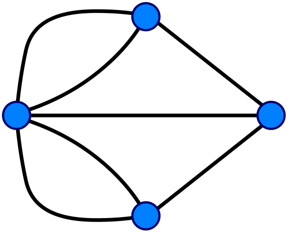
Solución (Teorema) **(Euler, 1736)**

NO se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente.

Explicación (Demostración):

- Imaginemos un camino que recorre todos los puentes una sola vez.
- Salvo en el punto inicial y en el final, en los demás nodos tiene que haber tantos caminos que entran como caminos que salen, distintos.
- Por lo tanto, salvo posiblemente en dos puntos, en los demás nodos el número de arcos que llegan tiene que ser par.
- Eso **NO pasa** en los puentes de Königsberg.





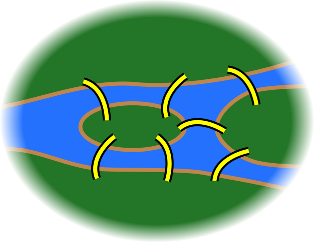
Euler y los puentes de Königsberg. II

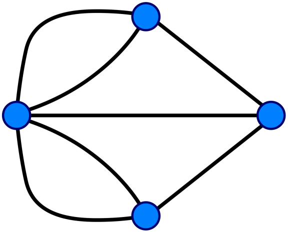
Solución (Teorema) (Euler, 1736)

NO se pueden atravesar todos los puentes de Königsberg pasando sólo una vez por cada puente.

Explicación (Demostración):

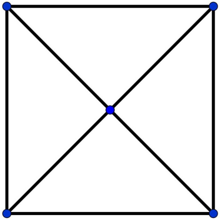
- Imaginemos un camino que recorre todos los puentes una sola vez.
- Salvo en el punto inicial y en el final, en los demás nodos tiene que haber tantos caminos que entran como caminos que salen, distintos.
- Por lo tanto, salvo posiblemente en dos puntos, en los demás nodos el número de arcos que llegan tiene que ser par.
- Eso **NO pasa** en los puentes de Königsberg.

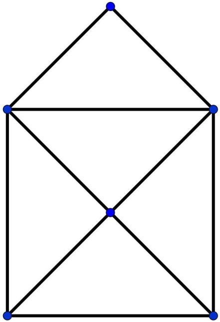




Dibujando caminos

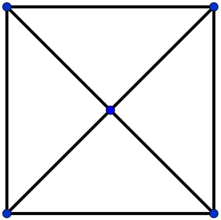
- Se trata de ver cuándo podemos recorrer completamente un grafo pasando por cada arista una sola vez,
- esto es, "dibujando" sin levantar el lápiz, pasando una sola vez por cada arista.
- ¿Se puede o no se puede en estos dos?

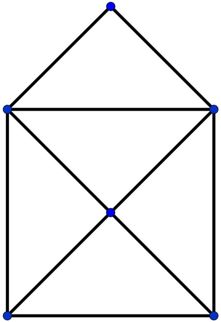




Dibujando caminos

- Se trata de ver cuándo podemos recorrer completamente un grafo pasando por cada arista una sola vez,
- esto es, "dibujando" sin levantar el lápiz, pasando una sola vez por cada arista.
- ¿Se puede o no se puede en estos dos?





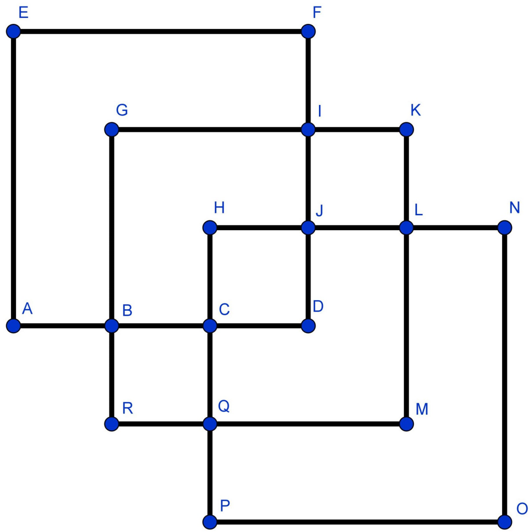
Criterio general

Puede hacerse cuando

- o bien a todos los nodos llegan un número par de aristas,
- o bien a dos nodos llegan un número impar de aristas y a los demás un número par.

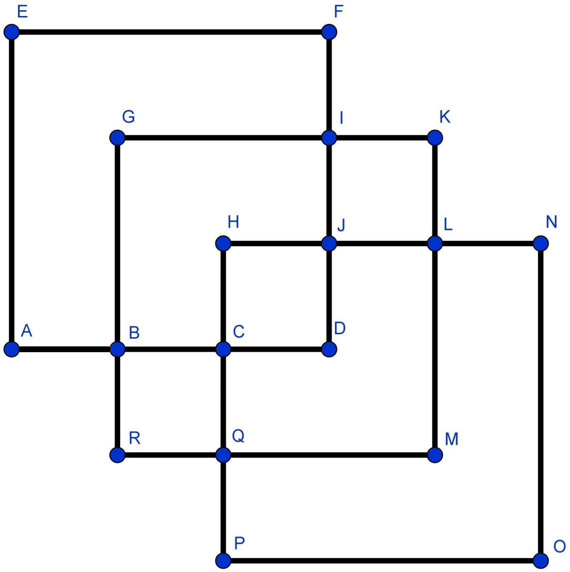
- En el primer caso podemos empezar donde queramos y acabaremos en el mismo sitio,
- En el segundo caso tenemos que empezar en un nodo al que lleguen un número impar de aristas y terminar en el otro.

Dibujando caminos: un ejemplo



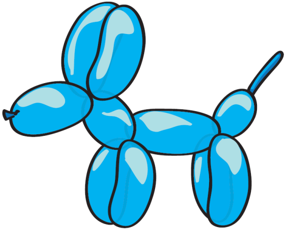
https://elpais.com/elpais/2017/02/15/el_aleph/1487155663_012915.html

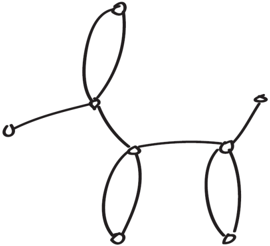
Dibujando caminos: el ejemplo resuelto



Haciendo figuras con globos

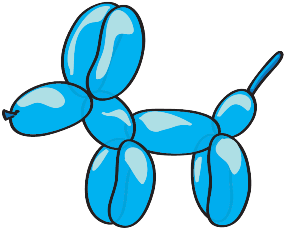
- Es muy sencillo asociar un grafo a cada figura formada con globos:
- ¿Qué figuras podemos hacer con un solo globo?



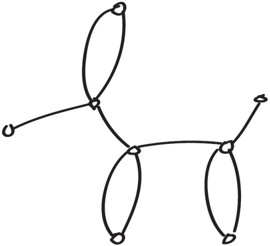


E.D. Demaine, M.L. Demaine, V. Hart, Computational Balloon Twisting: The Theory of Balloon Polyhedra, *CCCG* (2008).

Haciendo figuras con globos



- Es muy sencillo asociar un grafo a cada figura formada con globos:
- ¿Qué figuras podemos hacer con un solo globo?
- Podremos hacer aquéllas figuras cuyo grafo asociado pueda recorrerse sin repetir aristas, es decir,



Criterio general

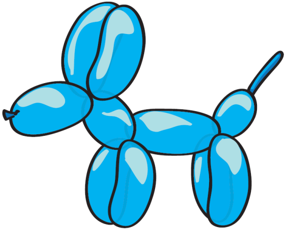
Puede hacerse cuando

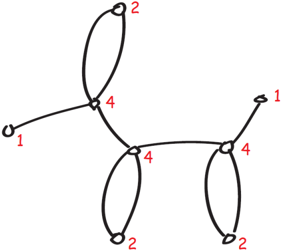
- o bien a todos los vértices llegan un número par de aristas,
- o bien a dos vértices llegan un número impar de aristas y a los demás un número par.

E.D. Demaine, M.L. Demaine, V. Hart, Computational Balloon Twisting: The Theory of Balloon Polyhedra, *CCCG* (2008).

Haciendo figuras con globos

- Es muy sencillo asociar un grafo a cada figura formada con globos:
- ¿Qué figuras podemos hacer con un solo globo?
- Podremos hacer aquéllas figuras cuyo grafo asociado pueda recorrerse sin repetir aristas, es decir,





Criterio general

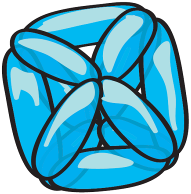
Puede hacerse cuando

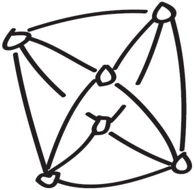
- o bien a todos los vértices llegan un número par de aristas,
- o bien a dos vértices llegan un número impar de aristas y a los demás un número par.

E.D. Demaine, M.L. Demaine, V. Hart, Computational Balloon Twisting: The Theory of Balloon Polyhedra, *CCCG* (2008).

Haciendo figuras con globos

- Es muy sencillo asociar un grafo a cada figura formada con globos:
- ¿Qué figuras podemos hacer con un solo globo?
- Podremos hacer aquéllas figuras cuyo grafo asociado pueda recorrerse sin repetir aristas, es decir,





Criterio general

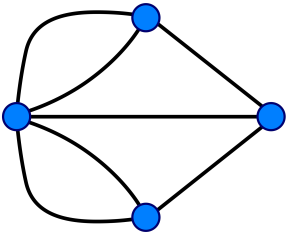
Puede hacerse cuando

- o bien a todos los vértices llegan un número par de aristas,
- o bien a dos vértices llegan un número impar de aristas y a los demás un número par.

E.D. Demaine, M.L. Demaine, V. Hart, Computational Balloon Twisting: The Theory of Balloon Polyhedra, *CCCG* (2008).

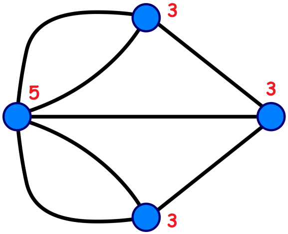
Haciendo figuras con globos II

- Y si una figura NO se puede hacer con un único globo, ¿cuántos globos se necesitarían?



Haciendo figuras con globos II

- Y si una figura NO se puede hacer con un único globo, ¿cuántos globos se necesitarían?
- La respuesta se obtiene contando los vértices con un número impar de aristas.

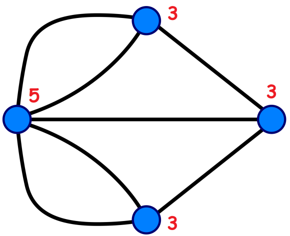


Respuesta

El número de globos necesarios para hacer una figura será la mitad del número de vértices con aristas impares.

Haciendo figuras con globos II

- Y si una figura NO se puede hacer con un único globo, ¿cuántos globos se necesitarían?
- La respuesta se obtiene contando los vértices con un número impar de aristas.



Respuesta

El número de globos necesarios para hacer una figura será la mitad del número de vértices con aristas impares.

- ¿Cuántos globos se necesitan para construir el grafo de los puentes de Königsberg?

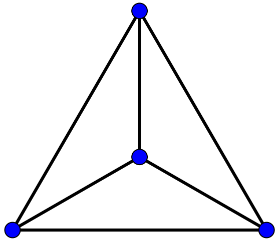
Haciendo figuras con globos II

- Y si una figura NO se puede hacer con un único globo, ¿cuántos globos se necesitarían?
- La respuesta se obtiene contando los vértices con un número impar de aristas.

Respuesta

El número de globos necesarios para hacer una figura será la mitad del número de vértices con aristas impares.

- ¿Cuántos globos se necesitan para construir el grafo de los puentes de Königsberg?
- ¿Y un tetraedro?



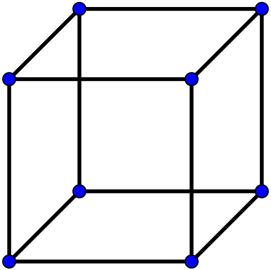
Haciendo figuras con globos II

- Y si una figura NO se puede hacer con un único globo, ¿cuántos globos se necesitarían?
- La respuesta se obtiene contando los vértices con un número impar de aristas.

Respuesta

El número de globos necesarios para hacer una figura será la mitad del número de vértices con aristas impares.

- ¿Cuántos globos se necesitan para construir el grafo de los puentes de Königsberg?
- ¿Y un tetraedro?
- ¿Y un cubo?



Topología

- Estas ideas de Euler dieron lugar a una nueva forma de entender algunos problemas de matemáticas,

Topología

- Estas ideas de Euler dieron lugar a una nueva forma de entender algunos problemas de matemáticas,
- puesto que, **no siempre**, la forma concreta (la "geometría", la forma de medir distancias) es relevante.

Topología

- Estas ideas de Euler dieron lugar a una nueva forma de entender algunos problemas de matemáticas,
- puesto que, **no siempre**, la forma concreta (la "geometría", la forma de medir distancias) es relevante.

- Esto es el comienzo de la topología, que Euler llamó geometría de la posición.

Topología

- Estas ideas de Euler dieron lugar a una nueva forma de entender algunos problemas de matemáticas,
- puesto que, **no siempre**, la forma concreta (la “geometría”, la forma de medir distancias) es relevante.
- Esto es el comienzo de la topología, que Euler llamó geometría de la posición.
- La topología estudia las propiedades de los cuerpos geométricos que no dependen de la forma concreta, si no que se conservan si doblamos, estiramos, encogemos, retorcemos. . . siempre que no rompamos ni separemos el objeto.

Topología en nuestro día a día

- La idea de que ciertos problemas o cierta información no dependen de la forma concreta de los objetos la usamos constantemente. . .

Topología en nuestro día a día

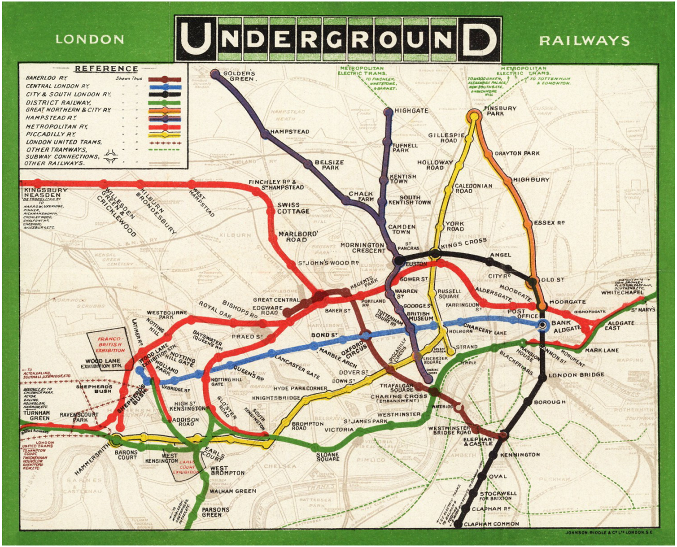
- La idea de que ciertos problemas o cierta información no dependen de la forma concreta de los objetos la usamos constantemente. . .
- ¿Dónde? ¿Cuándo? ¿Cómo?

Topología en nuestro día a día II

https://planometromadrid.com.es/

Topología en nuestro día a día II

Topología en nuestro día a día II

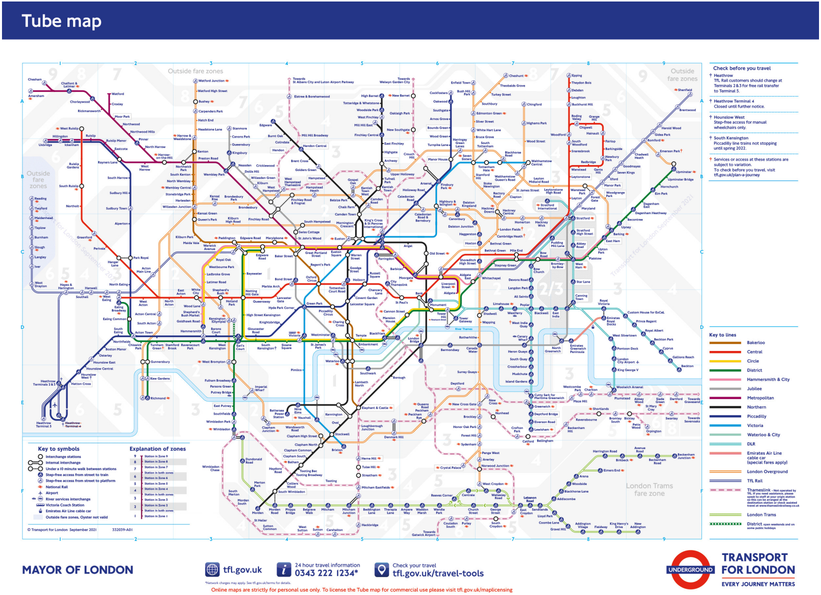


A.J. Kent, When Topology Trumped Topography: Celebrating 90 Years of Beck's Underground Map, *The Cartographic Journal* (2021)

Topología en nuestro día a día II

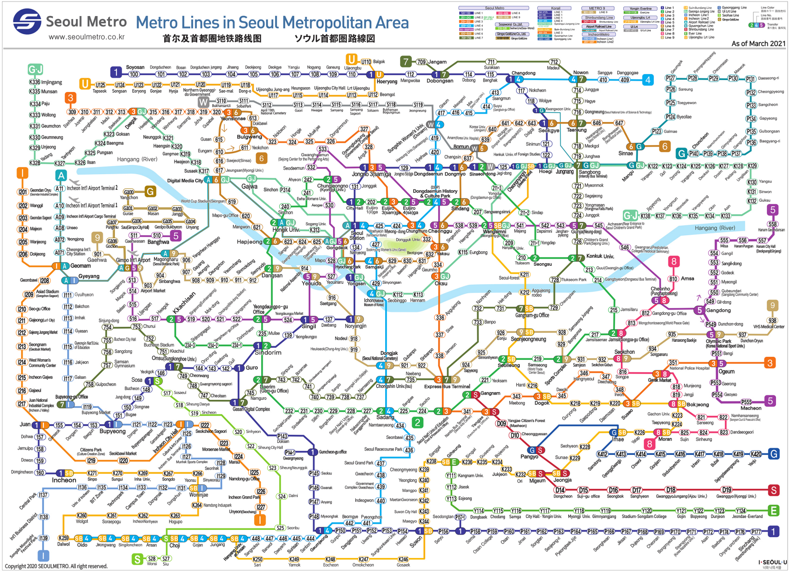
A.J. Kent, When Topology Trumped Topography: Celebrating 90 Years of Beck's Underground Map, *The Cartographic Journal* (2021)

Topología en nuestro día a día II



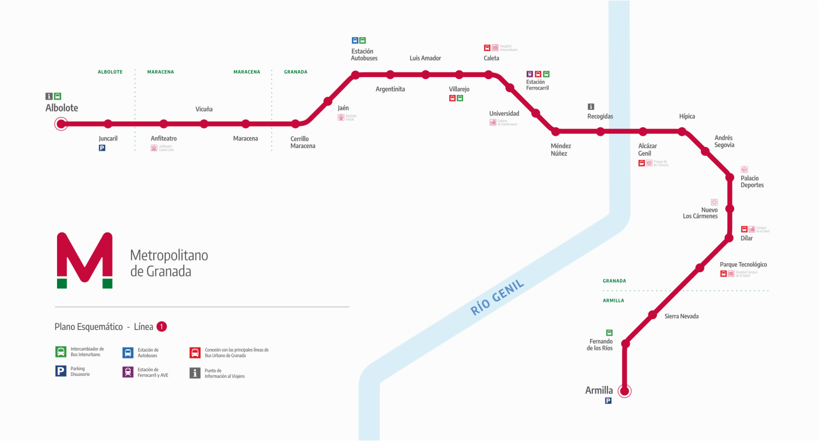
https://tfl.gov.uk/maps/track/tube

Topología en nuestro día a día II



https://english.visitkorea.or.kr/enu/TRP/TP_ENG_6.jsp

Topología en nuestro día a día II

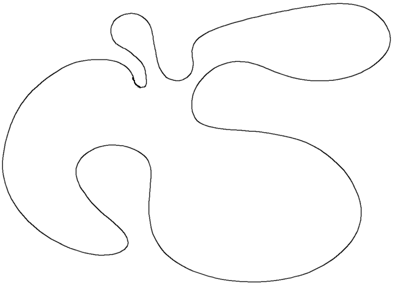


https://ecomovilidad.net/granada/plano-metro-de-granada/

El Teorema de la curva de Jordan

Teorema de la curva de Jordan (Veblen, 1905)

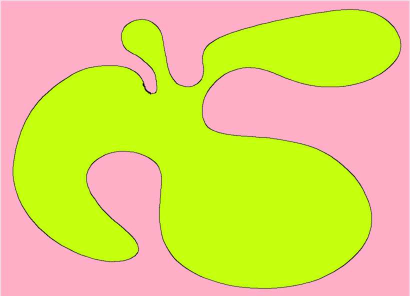
Si dibujamos una curva cerrada sin que se corte a si misma y sin levantar el lápiz del papel,



El Teorema de la curva de Jordan

Teorema de la curva de Jordan (Veblen, 1905)

Si dibujamos una curva cerrada sin que se corte a si misma y sin levantar el lápiz del papel, entonces dividimos el plano en dos regiones: la de dentro y la de fuera.

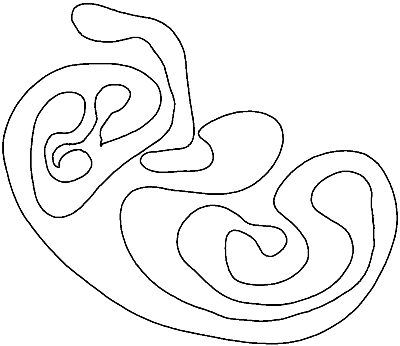


El Teorema de la curva de Jordan

Teorema de la curva de Jordan (Veblen, 1905)

Si dibujamos una curva cerrada sin que se corte a si misma y sin levantar el lápiz del papel, entonces dividimos el plano en dos regiones: la de dentro y la de fuera.

- No siempre es tan fácil de ver...

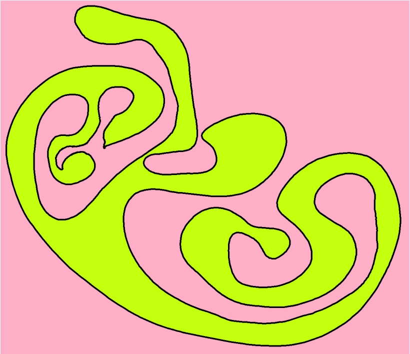


El Teorema de la curva de Jordan

Teorema de la curva de Jordan (Veblen, 1905)

Si dibujamos una curva cerrada sin que se corte a si misma y sin levantar el lápiz del papel, entonces dividimos el plano en dos regiones: la de dentro y la de fuera.

- No siempre es tan fácil de ver...

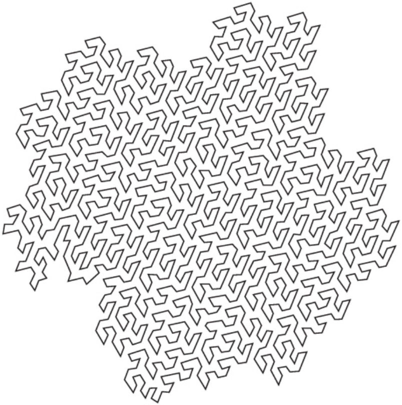


El Teorema de la curva de Jordan

Teorema de la curva de Jordan (Veblen, 1905)

Si dibujamos una curva cerrada sin que se corte a si misma y sin levantar el lápiz del papel, entonces dividimos el plano en dos regiones: la de dentro y la de fuera.

- No siempre es tan fácil de ver. . .
- E incluso parece que podría ser mentira. . .

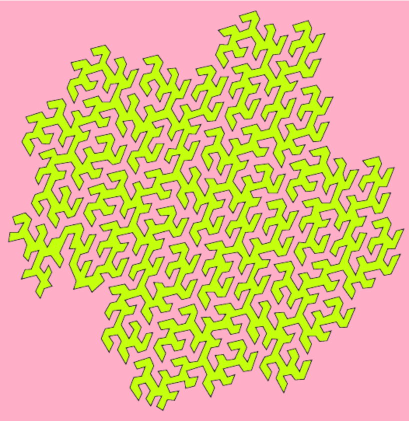


El Teorema de la curva de Jordan

Teorema de la curva de Jordan (Veblen, 1905)

Si dibujamos una curva cerrada sin que se corte a si misma y sin levantar el lápiz del papel, entonces dividimos el plano en dos regiones: la de dentro y la de fuera.

- No siempre es tan fácil de ver. . .
- E incluso parece que podría ser mentira. . . pero no



El Teorema de la curva de Jordan

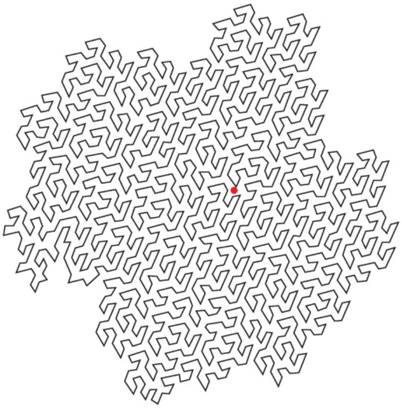
Teorema de la curva de Jordan (Veblen, 1905)

Si dibujamos una curva cerrada sin que se corte a si misma y sin levantar el lápiz del papel, entonces dividimos el plano en dos regiones: la de dentro y la de fuera.

- No siempre es tan fácil de ver...
- E incluso parece que podría ser mentira... pero no

Pregunta

¿Cómo se puede saber si un punto está dentro o está fuera?



El Teorema de la curva de Jordan

Teorema de la curva de Jordan (Veblen, 1905)

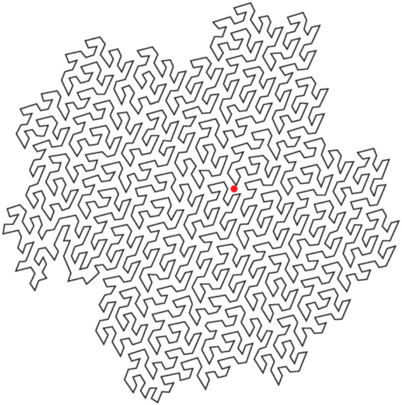
Si dibujamos una curva cerrada sin que se corte a si misma y sin levantar el lápiz del papel, entonces dividimos el plano en dos regiones: la de dentro y la de fuera.

- No siempre es tan fácil de ver. . .
- E incluso parece que podría ser mentira. . . pero no

Pregunta

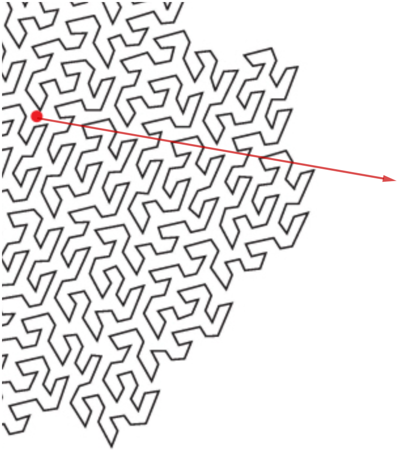
¿Cómo se puede saber si un punto está dentro o está fuera?

- **¡Contando!**



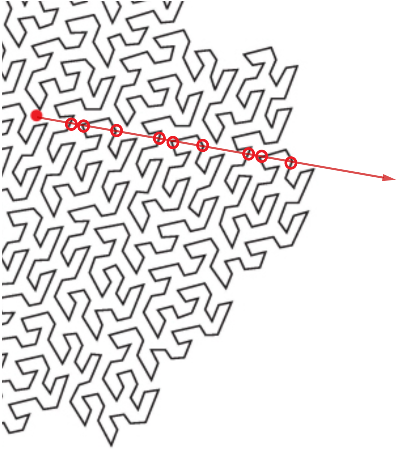
El Teorema de la curva de Jordan. II

Trazamos una semirrecta que salga del punto y **contamos** cuantas veces corta a la curva



El Teorema de la curva de Jordan. II

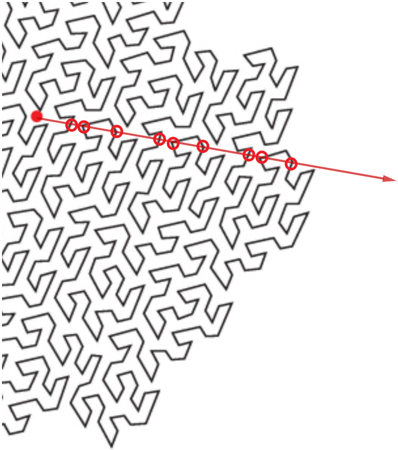
Trazamos una semirrecta que salga del punto y **contamos** cuantas veces corta a la curva

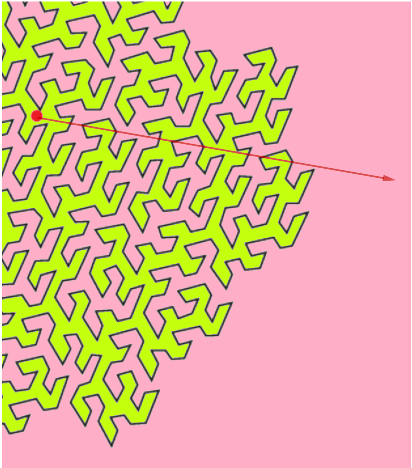


Si sale **impar**, **dentro**; si sale **par**, **fuera**.

El Teorema de la curva de Jordan. II

Trazamos una semirrecta que salga del punto y **contamos** cuantas veces corta a la curva





Si sale **impar**, **dentro**; si sale **par**, **fuera**.

Un sitio en el que se mezcla todo

Google Maps

- En Google Maps© se mezcla todo lo que hemos contado:

https://www.google.es/maps

Google Maps

- En Google Maps© se mezcla todo lo que hemos contado:
- Se mide usando distintas distancias, porque cada trayecto (y cada medio de transporte) necesita una forma de medir,

https://www.google.es/maps

Google Maps

- En Google Maps© se mezcla todo lo que hemos contado:
- Se mide usando distintas distancias, porque cada trayecto (y cada medio de transporte) necesita una forma de medir,
- algunas veces las representaciones son geométricas, respetan la forma de la realidad, porque necesitamos orientarnos,
- pero, otras veces da igual y se representa como un camino dentro de un grafo.

https://www.google.es/maps

Google Maps

- En Google Maps© se mezcla todo lo que hemos contado:
- Se mide usando distintas distancias, porque cada trayecto (y cada medio de transporte) necesita una forma de medir,
- algunas veces las representaciones son geométricas, respetan la forma de la realidad, porque necesitamos orientarnos,
- pero, otras veces da igual y se representa como un camino dentro de un grafo.
- De hecho, si pensamos en cómo funciona Google Maps© por dentro, parece claro que el motor de búsqueda no mira mapas, más bien convierte todas las posibles rutas en un grafo,
- y luego calcula la mejor ruta.

https://www.google.es/maps

Google Maps

- En Google Maps© se mezcla todo lo que hemos contado:
- Se mide usando distintas distancias, porque cada trayecto (y cada medio de transporte) necesita una forma de medir,
- algunas veces las representaciones son geométricas, respetan la forma de la realidad, porque necesitamos orientarnos,
- pero, otras veces da igual y se representa como un camino dentro de un grafo.
- De hecho, si pensamos en cómo funciona Google Maps© por dentro, parece claro que el motor de búsqueda no mira mapas, más bien convierte todas las posibles rutas en un grafo,
- y luego calcula la mejor ruta.
- ¡Pero esto no se hace por fuerza bruta!
- Se usan algoritmos de búsqueda del camino más corto.

https://www.google.es/maps

Google Maps

- En Google Maps© se mezcla todo lo que hemos contado:
- Se mide usando distintas distancias, porque cada trayecto (y cada medio de transporte) necesita una forma de medir,
- algunas veces las representaciones son geométricas, respetan la forma de la realidad, porque necesitamos orientarnos,
- pero, otras veces da igual y se representa como un camino dentro de un grafo.
- De hecho, si pensamos en cómo funciona Google Maps© por dentro, parece claro que el motor de búsqueda no mira mapas, más bien convierte todas las posibles rutas en un grafo,
- y luego calcula la mejor ruta.
- ¡Pero esto no se hace por fuerza bruta!
- Se usan algoritmos de búsqueda del camino más corto.
- ¡Hay muuuuuuucha matemática detrás!

https://www.google.es/maps

Colofón

Para saber más...

Gaussianos
http://gaussianos.com/

Tocamates *matemáticas y creatividad*
http://www.tocamates.com/

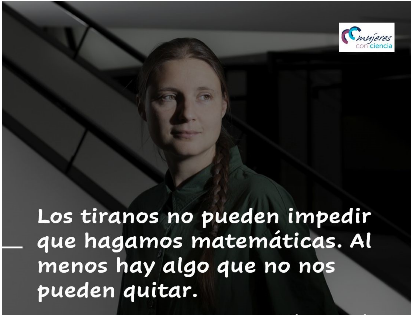
Hans Enzensberger
El diablo de los números
Ediciones Siruela, 1998

Santi García Cremades
Un número perfecto
Anaya Multimedia, 2017

José Ángel Murcia
Y me llevo una
Nórdica, 2019

Adrián Paenza
Matemática... ¿Estás ahí?
Siglo veintiuno editores, 2005
Muchos libros gratis en http://cms.dm.uba.ar/material/paenza/

Dos citas de *Maryna Viazovska*, medalla Fields 2022



Mi sueño es que el hecho de que las mujeres obtengan premios importantes sea un acontecimiento rutinario...
Este premio podría tener un efecto positivo en las mujeres jóvenes, pero lo que es mucho más importante es lo que ocurre desde el principio en la escuela: el trabajo duro y cotidiano que realizan los padres, los maestros, los profesores universitarios.

Maryna Viazovska, matemática ucraniana, ha obtenido una de las cuatro medallas Fields que la IMU ha entregado durante el ICM 2022

https://www.nature.com/articles/d41586-022-01920-8 https://mujeresconciencia.com