



**Métodos
Numéricos**

Básicos

con Octave

**Antonia M. Delgado
Juanjo Nieto
Aureliano M. Robles
Óscar Sánchez**

No está permitida la reproducción total o parcial de esta obra, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por ningún medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, u otros medios, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright.

Antonia M. Delgado Amaro
amdelgado@ugr.es
Dpto. de Matemática Aplicada
Universidad de Granada

Juanjo Nieto Muñoz
jjmnieto@ugr.es
Dpto. de Matemática Aplicada
Universidad de Granada

Aureliano M. Robles Pérez
arobles@ugr.es
Dpto. de Matemática Aplicada
Universidad de Granada

Óscar Sánchez Romero
ossanche@ugr.es
Dpto. de Matemática Aplicada
Universidad de Granada

Los autores de este libro renuncian expresamente a cualquier beneficio económico producto de su venta, quedando comprometidos con la Editorial a que este hecho repercuta únicamente en una reducción del precio final, que lo haga más asequible a los estudiantes (y resto de usuarios) interesados en el mismo.

Todos los códigos contenidos están disponibles en el sitio web:
<http://www.ugr.es/local/jjmnieto/MNBOctave.html>

© Los autores.

Edita: Editorial Técnica AVICAM

avicamediciones@gmail.com

ISBN: 978-84-16535-79-8

Depósito Legal: GR 1213-2016

Maquetación e Impresión: Editorial Técnica AVICAM

Impreso en España. Printed in Spain

A nuestras familias

Índice general

	Pág.
Prólogo	XI
Presentación	XIII
1 Primeros pasos con Octave	1
1.1 El entorno Octave, uso básico	1
1.1.1 Manejando datos: matrices, polinomios, cadenas, variables . . .	3
1.1.2 Aritmética básica	9
1.1.3 Cómo guardar nuestro trabajo	12
1.2 Creación de funciones y <i>scripts</i> en Octave	13
1.2.1 Primeros pasos en programación: condicionales y bucles	17
1.3 Algunos apuntes finales	24
1.3.1 Octave vs MatLab	26
1.3.2 Números de punto flotante vs números reales	27
2 Ecuaciones no lineales	29
2.1 Fundamentos teóricos	29
2.1.1 Existencia y unicidad de soluciones	29
2.1.2 Método de bisección	30
2.1.3 Métodos de regula-falsi y secante	31
2.1.4 Método de Newton-Raphson	34
2.2 Localización de raíces de funciones en Octave	35
2.3 Implementación de algunos métodos	37
2.3.1 Método de bisección	37
2.3.2 Método de la secante	41
2.3.3 Newton-Raphson	43
3 SEL I: métodos directos	45
3.1 Fundamentos teóricos	45
3.1.1 Resolución de sistemas triangulares	45
3.1.2 Método de Gauss	46

3.1.3	Factorización de matrices	48
3.1.4	Condicionamiento de una matriz	50
3.2	Implementación de algunos métodos	51
3.2.1	Sustitución regresiva y sustitución progresiva	52
3.2.2	Método de Gauss	53
3.2.3	Factorización LU	54
4	SEL II: métodos iterativos	57
4.1	Fundamentos teóricos	57
4.1.1	Métodos iterativos clásicos: Jacobi, Gauss-Seidel y relajación	57
4.1.2	Métodos de descenso: rápido y gradiente conjugado	60
4.2	Implementación de algunos métodos	62
4.2.1	Método de Gauss-Seidel	62
4.2.2	Método del gradiente conjugado	64
5	Valores y vectores propios	67
5.1	Fundamentos teóricos	67
5.1.1	Método de las potencias	71
5.1.2	El método QR	72
5.2	Implementación de algunos métodos	73
5.2.1	Los comandos <i>eig</i> , <i>poly</i> y <i>expm</i>	73
5.2.2	Método de las potencias	75
5.2.3	Método QR	76
6	Interpolación	79
6.1	Fundamentos teóricos	79
6.1.1	Problema general de interpolación de datos lagrangianos	80
6.1.2	Interpolación polinomial para datos de tipo Hermite	85
6.1.3	Error en la interpolación polinomial	87
6.1.4	Funciones polinómicas a trozos: <i>splines</i>	88
6.2	Implementación de algunos métodos	89
6.2.1	Interpolación polinomial	89
6.2.2	Interpolación <i>spline</i>	94
7	Mínimos cuadrados	101
7.1	Fundamentos teóricos	101
7.1.1	Ajuste por mínimos cuadrados discreto mediante polinomios	103
7.1.2	Solución generalizada de sistemas de ecuaciones lineales	106
7.1.3	Ajuste discreto mediante funciones cualesquiera	107
7.1.4	Ajuste de funciones por mínimos cuadrados continuo	109
7.2	Implementación de algunos métodos	110
7.2.1	Aproximación por mínimos cuadrados discreta	110
7.2.2	Aproximación por mínimos cuadrados continua	113

8	Derivación y cuadratura numérica	115
8.1	Fundamentos teóricos	115
8.1.1	Derivación numérica	116
8.1.2	Integración numérica	118
8.1.3	Reglas compuestas de integración numérica. Error de cuadratura	120
8.2	Implementación de algunos métodos	122
8.2.1	Fórmulas de derivación numérica	122
8.2.2	Fórmulas de cuadratura o integración numérica	125
8.2.3	Fórmulas compuestas	128
9	Ecuaciones diferenciales I: PVI	131
9.1	Fundamentos teóricos	131
9.1.1	Algunos métodos de integración numérica	133
9.2	Resolución numérica de PVI's	135
9.2.1	El comando <code>lsode</code>	137
9.2.2	Implementación del método Runge-Kutta de orden 4	140
10	Ecuaciones diferenciales II: PVF	145
10.1	Fundamentos teóricos	146
10.2	Resolución numérica de PVFs	147
10.2.1	Métodos en diferencias finitas para problemas lineales	147
10.2.2	Métodos de tiro simple	152
	Ejercicios	155
1	Uso básico de Octave	155
2	Resolución de ecuaciones no lineales	157
3	Métodos directos para SEL	160
4	Métodos iterativos para SEL	163
5	Valores y vectores propios	165
6	Interpolación	166
7	Mínimos cuadrados	168
8	Derivación y cuadratura numérica	170
9	Problemas de valores iniciales	171
10	Problemas de valores en la frontera	172
	Bibliografía	175
	Índice alfabético	177
	Lista de programas	181

Prólogo

Desde el último tercio del siglo pasado, la imperiosa y continuamente creciente necesidad de cálculo intensivo en múltiples ámbitos de la actividad humana ha impuesto el desarrollo de medios para llevarlo a cabo de forma eficiente y barata. Se fabrican nuevos procesadores cada vez más potentes, y se diseñan lenguajes de programación orientados al objeto. En cuanto a la resolución de problemas numéricos, el usuario típico, casi nunca un programador profesional, quiere resolver el suyo sin perder demasiado tiempo escribiendo largas rutinas, depurando errores, o tratando de entender qué significan los ininteligibles mensajes de error que casi nunca aclaran su verdadera causa. Lo ideal es que un lenguaje orientado al cálculo numérico y a la resolución de problemas mediante métodos numéricos se escriba yendo al grano, es decir, con la menor cantidad posible de lo que se podría calificar de “código farfolla” que, sin dejar de ser necesario, podría ser ocultado como parte interna del lenguaje, permitiendo de este modo la fácil lectura y visibilidad de lo que realmente importa. Lenguajes no específicamente orientados como `C++` necesitan, por lo general, 10 líneas de código farfolla por cada línea neta de método numérico. Por otro lado, un lenguaje interpretado permite una interacción mucho más ágil que uno compilado, y las diferencias en tiempos de ejecución que antes existían entre ambos tipos están en la actualidad prácticamente superadas.

Octave es un lenguaje orientado exclusivamente al cálculo numérico, con especial indicación en el tratamiento masivo de cantidades numéricas, principalmente vectores y matrices. La mayor parte de las funciones, operadores y órdenes, que suelen existir en todos los lenguajes para un argumento simple, admiten en Octave un argumento múltiple, vector o matriz, lo que permite ahorrar la escritura de estructuras de repetición y simplificar enormemente la lectura y la depuración. Además, Octave es parte del proyecto GNU, por lo que su uso es libre, y es compatible en gran medida con MatLab®.

Los autores de este libro son profesores de larga experiencia en la docencia de métodos numéricos en matemáticas y diversas ingenierías, en el empleo de dichas técnicas en su labor de investigación, así como en el uso de software de cálculo científico. En los contenidos de este libro, escogidos con gran acierto, se ofrece al lector todo lo necesario para iniciarse en Octave mediante las técnicas de métodos numéricos más comunmente empleadas, que suelen enseñarse en un primer o segundo curso de análisis numérico de cualquier carrera de ciencias o ingeniería. Para un aprendizaje inicial, esta obra no requiere del aporte de otros manuales o textos, ni de Octave ni de análisis numérico,

pues contiene todo lo necesario, desde los fundamentos teóricos hasta su implementación práctica mediante un programa en Octave, con ilustrativos ejemplos. Por supuesto, no pretende sustituir ni constituir un curso de métodos numéricos, pues no contiene profundos teoremas ni largas demostraciones, ni muchos otros aspectos de índole teórica, ni tampoco es un manual del lenguaje Octave, ya que no se usan más que las funciones necesarias para la resolución de los problemas planteados. Pero con toda seguridad es un texto autosuficiente para la iniciación y entrenamiento en la programación de métodos numéricos, y un valioso manual de consulta a la hora de “rescatar” del olvido una solución a un problema.

Granada, junio de 2016

José Martínez Aroza

Presentación

Este libro está dirigido a estudiantes (y profesores) de primeros cursos de carreras científicas que van a desarrollar e implementar métodos numéricos para resolver problemas matemáticos elementales. En él, pretendemos proporcionar las técnicas y herramientas básicas para la implementación de algoritmos numéricos usando el programa de cálculo científico Octave, lenguaje de libre distribución desarrollado por John W. Eaton y colaboradores [8]. Para ello, en cada capítulo nos centraremos en un determinado problema matemático cuya resolución requiera de herramientas numéricas, comenzando con una breve introducción a los fundamentos matemáticos inherentes al problema y pasando directamente a la implementación de los métodos que conduzcan a su resolución; cuando proceda, indicaremos los comandos directos que proporcionan la resolución del problema y, en algunos los casos, describiremos e implementaremos los algoritmos que usualmente el estudiante debe programar. Dado que pretendemos desarrollar un manual básico de implementación de métodos numéricos orientado a los estudiantes, hemos elegido los problemas matemáticos a estudiar en el orden en que normalmente aparecen en los temarios de las asignaturas, que suele ser en orden creciente de dificultad, proponiendo abundantes ejercicios de desarrollo cuya complejidad va en aumento, pero manteniendo, en la medida de lo posible, la consistencia de cada tema, de modo que pueda ser consultado de modo independiente. Además, debemos hacer notar que algunos de los ejemplos incluidos a lo largo del texto, así como varios de los ejercicios propuestos, provienen de problemas originados en otras áreas de la ciencia y la tecnología, de manera que a través de ellos podemos percibir la utilidad práctica de los contenidos aquí expuestos.

Por todo lo hasta aquí dicho, la introducción matemática de cada capítulo, pretende sólo establecer los resultados básicos necesarios para comprender y desarrollar los algoritmos numéricos propuestos, sin hacer una descripción exhaustiva del análisis matemático inherente que, en cada capítulo, se deja al lector interesado como bibliografía complementaria a desarrollar. Con ello, buscamos más sencillez en los contenidos de este libro, enfatizando en todo momento el contenido aplicado sobre el desarrollo de métodos numéricos. De igual modo, tampoco pretendemos desarrollar un manual completo de Octave, ya que existen numerosos disponibles [2, 5, 19]. No obstante, el libro dispone de un índice alfabético exhaustivo que incluye comandos de Octave referenciando las páginas donde han sido empleados. De esta forma el texto puede ser utilizado como

complemento a dichos manuales ya que contiene numerosos ejemplos de uso, muchas veces no trivial, de dichos comandos.

Por último, y como no podía ser de otro modo, animamos a los lectores a que nos remitan todas las correcciones y sugerencias que consideren oportunas para una mejora del presente manual.

Granada, septiembre de 2016

Los autores

Bibliografía

- [1] O. Axelsson, *Iterative Solution Methods*, Cambridge University Press, 1994.
- [2] G. Borrel, *Introducción a Matlab y Octave*, <http://iimyo.forja.rediris.es/>
- [3] E.A. Coddington, N. Levinson, *Theory of ordinary defferential equations*, Mac Graw-Hill, 1985.
- [4] J.W. Demmel, *Applied Numerical Linear Algebra*, SIAM Philadelphia, 1997.
- [5] J.W. Eaton, D. Bateman, S. Hauberg, R. Wehbring, *GNU Octave version 4.0.0 manual: a high-level interactive language for numerical computations*, 2015. URL <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/>
- [6] M. Gasca, *Cálculo numérico: Resolución de ecuaciones y sistemas*, Mira editores, Zaragoza, 1999.
- [7] W. Gautschi, *Numerical analysis*, Birkhäuser-Boston, 2012.
- [8] GNU Octave, página principal del proyecto, <http://www.octave.org>.
- [9] G.H. Golub and C.F. Van Loan, *Matrix computations*, third edition, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996.
- [10] S.I. Grossman, *Álgebra Lineal con aplicaciones*, cuarta edición, Mc. Graw-Hill, México, 1992.
- [11] S. Gutiérrez. *Álgebra lineal para la Economía*, Thomson-Editorial A.C., Madrid, 1986.
- [12] A.C. Hindmarsh, *ODEPACK, A systematized collection of ODE solvers*, in Scientific Computing, R.S. Stepleman *et al.* (eds.), North-Holland, Amsterdam, 1983.
- [13] M. Hirsch, S. Smale, *Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal*, Alianza Editorial, Madrid, 1983.
- [14] H.B. Keller, *Numerical Methods For Two-Point Boundary-Value Problems*, Dover, New York, 1992.

- [15] D. Kincaid and W. Cheney, *Análisis numérico. Las matemáticas del cálculo científico*, Editorial Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.
- [16] R. Kress, *Numerical Analysis*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 181, Springer-Verlag New York, 1998.
- [17] P.H. Leslie, *On the use of matrices in certain population mathematics*, *Biometrika*, **33**(3), 1945, 183–212.
- [18] R.J. Leveque, *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*, SIAM, Philadelphia, 2007.
- [19] P.J.G. Long, *Introduction to Octave*.
<http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/CD/engapps/octave/octavetut.pdf>.
- [20] L. Merino, E. Santos, *Álgebra lineal con métodos elementales*, Ed. Thomson-Paraninfo, Madrid, 2006.
- [21] Octave-Forge, repositorio de paquetes externos,
<http://octave.sourceforge.net/index.html>
- [22] Wikis donde se analizan las diferencias entre los lenguajes de Octave y MatLab.
https://en.wikibooks.org/wiki/MATLAB_Programming/
http://wiki.octave.org/FAQ#Porting_programs_from_Matlab_to_Octave
- [23] C.M. Pease, D.J. Mattson, *Demography of the Yellowstone Grizzly Bears*, *Ecology*, **80**(3), 1999, 957–975.
- [24] A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri, *Numerical Mathematics*, Springer-Verlag, New-York, 2000.
- [25] A. Quarteroni, F. Saleri, *Cálculo científico con MATLAB y Octave*, Springer-Verlag Italia, Milano, 2006.
D.O.I.: 10.1007/978-88-470-0504-4
- [26] E.D. Rainville, P.E. Bedient, R.E. Bedient, *Ecuaciones Diferenciales*, Prentice-Hall, México, 1998.
- [27] J.M. Sanz-Serna, *Diez lecciones de cálculo numérico (Segunda edición)*, Universidad de Valladolid (Secretariado de Publicaciones e Intercambio Editorial), 2010.
- [28] LL.N. Trefethen, D. Bau, *Numerical Linear Algebra*, SIAM, Philadelphia, 1997.
- [29] D.G. Zill, *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*, sexta edición, Thomson, 1997.

Índice alfabético

- abs, 9, 23, 40, 43, 44, 53, 76
- all, 18
- animación, 143
- ans, 9, 17, 19
- any, 18
- arg, 9
- array, 25
- asin, acos, atan, 9, 124
- áurea, razón, 22
- axis, 75, 113, 142, 143, 153

- break, 24, 38, 40
- bucles, 21

- cadena de caracteres, 7, 14, 36, 39, 75, 144
- ceil, 10, 38
- clear, 8, 16, 153, 155
- clf, 135, 143, 153
- comentario, 15
- compan, 11, 165
- cond, 51, 169
- condicional, sentencia, 18
- condicionamiento de una matriz, 50
- condiciones, 17
- conj, 9
- continue, 24
- conv, 7
- cos, 9, 123, 148
- cot, csc, sec, 9
- cputime, 158
- cumprod, 10
- cumsum, 10, 127
- cumtrapz, 127

- dblquad, 128

- deal, 8, 23, 48
- deconv, 7
- det, 11
- d'Hont, Ley electoral, 21
- diag, 5, 73, 77, 99, 162
- diary, 12
- diff, 97, 123, 170
- directorio de trabajo, 12, 15, 143
- división izquierda “\”, 10, 51, 107
- do-until, 23

- eig, 11, 73
- end, 6, 91, 122, 127, 139, 153
- eps, 27
- error, 20, 55, 158, 160, 161
- estadística, 10
- exit, 1
- exp, 9, 14
- expm, 74
- eye, 5, 55, 73

- factorización
 - de Cholesky, 49
 - LU, 49, 55
 - QR, 49, 52, 72
- feval, 14, 36, 37, 41, 128, 141
- ffmpeg, 144
- find, 18
- fix, 10
- flip, 170
- fliplr, 11
- flipud, 11
- floor, 10
- for, 21, 25, 38, 52

- format, 27, 44, 124
- fórmula de
 - rectángulos, 118, 121, 128
 - Simpson, 119, 121, 128
 - trapecios, 118, 121, 129
- fplot, 35
- fprintf, 38, 39, 74, 76, 77
- función, 13
 - valor por defecto, 24, 129
 - anónima, 14, 26, 36, 41, 44
 - function, 14, 26, 39–41
 - inline, 26
 - predefinida, 9
- function, 14, 24, 35
- fzero, 36
- global, 24, 143, 153
- grid, 36
- guardar
 - animación, 143
 - funciones, 13
 - gráficas, 13
 - sesiones, 12
 - variables, 12
- help, 10, 15, 41
- hilb, 169
- hipoteca, 158
- hold, 96, 99, 136, 142, 143, 153
- if, 18, 38, 43, 55, 76
- imag, 9
- Inf, 27, 126
- inline, 26
- interpolación
 - de Hermite, 85, 167
 - Lagrangiana, 80, 89
 - spline, 88, 94
- inv, 11, 73
- legend, 113, 136
- length, 4, 5, 22, 63, 64, 91, 96
- linspace, 4, 26, 74, 92, 113, 122, 128, 135, 137, 139, 141, 148, 151
- load, 13
- log, 38, 151
- ls, 1
- lsode, 137
- MatLab, 26
- matriz, 4
 - de Hilbert, 50, 169
 - de permutación, 48, 51, 162
 - de Vandermonde, 81, 105, 118
 - definida positiva, 49, 52, 59, 60
 - dispersa, 57, 148
 - estrictamente diagonal dominante, 59, 165
 - ortogonal, 48, 52, 70, 72
 - simétrica, 48, 59, 60, 70
 - triangular, 46, 48
 - tridiagonal, 55
- max, 11, 22, 53, 74
- mean, 10
- median, 10
- método
 - Adams, 134, 138
 - BDF, 134, 138
 - de bisección, 30, 37
 - de Crank-Nicolson, 134
 - de descenso rápido, 60
 - de diferencias finitas, 147
 - de Euler explícito, 133, 135
 - de Euler implícito, 134
 - de Euler mejorado, 134
 - de Gauss, 46, 47, 160
 - de Gauss-Seidel, 59, 62
 - de gradiente conjugado, 61, 64
 - de gradiente conjugado mejorado, 164
 - de Horner-Ruffini, 7, 85, 156
 - de Jacobi, 58, 163
 - de las potencias, 71, 75
 - de Montecarlo, 171
 - de Newton-Raphson, 34, 43
 - de regula-falsi, 32
 - de relajación, 59
 - de Runge-Kutta, 141, 152

- de secante, 32, 42, 118, 153
- de sustitución progresiva, 46, 53
- de sustitución regresiva, 46, 52
- de Taylor de orden 2, 134
- de Thomas, 163
- de tiro, 153
- QR–valores propios, 72, 76
- `min`, 11
- `mldivide`, 11, 51, 107
- `mode`, 10
- número, 3
 - complejo, 3, 155
 - de Euler, 9
 - de punto flotante, 27
 - entero, 10
 - pi, 9, 19, 126
 - real, 3, 27
- `NaN`, 160
- `norm`, 63, 64, 73, 76, 77
- `num2str`, 144
- `OdePkg`, 137, 147
- `ones`, 5, 17, 73, 148
- operadores lógicos, 17
- permutar filas, 6, 54
- pivoteo, 47, 53, 160
- `plot`, 13, 35, 37, 74, 91, 93, 94
- polinomios, 7
- `poly`, 7, 73, 91, 96, 99
- `polyderiv`, 7
- `polyfit`, 92, 111
- `polyint`, 7
- `polyout`, 7, 90, 91
- `polyval`, 7, 85, 91, 96, 111
- potencias truncadas, 95
- `prod`, 10
- `pwd`, 1, 12
- `qr`, 52
- `quad`, 14, 125
- `quadcc`, `quadl`, `quadgk`, 126
- `quadv`, 113, 114, 126
- radio espectral, 58, 69, 165
- `rand`, 5, 9, 23, 76
- rango, 4, 6, 135
- `real`, 9
- `realmax`, 27
- `realmin`, 27
- `rem`, 10, 17
- `reshape`, 11, 22
- `roots`, 7, 74
- `round`, 10
- `rref`, 51
- Runge, fenómeno de, 88, 92, 99, 119
- `save`, 13
- `saveas`, 13, 143
- `script`, 13, 16, 38
- `sec`, `csc`, `cot`, 9
- `semilogx`, 139
- `sin`, 9, 113, 122, 155
- sistemas triangulares, 45, 52
- `size`, 5, 52, 162
- `sort`, 11, 157
- `spdiags`, 149, 150
- `sprintf`, 75
- `sqrt`, 9, 23, 126
- `std`, 10
- `strcat`, 143
- `string`, 7
- `subplot`, 139
- `sum`, 10, 22, 127
- `switch`, 20
- symbolic, 115
- `tan`, 9, 143
- `tic-toc`, 24, 25
- `toeplitz`, 73
- `transpose`, 11
- `traspuesta-conjugada'`, 11
- `trapz`, 127, 129
- `tril`, 6, 55, 77, 161
- `triplequad`, 128
- `triu`, 6, 55
- `vander`, 90, 110

variable, 8

 global, 16, 24

 local, 16, 24

[vec](#), 11, 22

vector, 4

[warning](#), 20, 43, 44

[while](#), 22, 23, 43, 44, 63, 64

[who](#), 8

[xlabel](#), 74

[ylabel](#), 112

[zeros](#), 5, 52, 55, 74, 96, 113

Lista de programas

Programas disponibles en: <http://www.ugr.es/local/jjmnieto/MNBOctave.html>

1.1	nif.m : Programa para calcular la tetra del NIF	17
1.2	diasmes.m : Función que indica los días de cada mes del año	20
1.3	dhont.m : Reparto proporcional mediante la Ley d'Hont	22
2.4	<i>Script</i> del método de bisección	38
2.5	biseccion.m : Método de bisección	40
2.6	secante.m : Método de la secante	43
2.7	newton.m : Método de Newton-Raphson	44
3.8	sustreg.m : Método de sustituciones regresivas	52
3.9	sustprogr.m : Método de sustituciones progresivas	53
3.10	gausspiv.m : Método de Gauss con estrategia de pivote parcial	53
3.11	<i>Script</i> de factorización LU (Doolittle)	55
4.12	gaussseidel.m : Método de Gauss-Seidel	63
4.13	gradconj.m : Método del gradiente conjugado	64
5.14	<i>Script</i> deformación de una viga vertical	74
5.15	potencias.m : Método de las potencias	76
5.16	qrvm.m : Método QR para el cálculo de valores propios	77
6.17	difdiv.m : Cálculo del polinomio interpolador con diferencias divididas	91
6.18	<i>Script</i> para el fenómeno de Runge (limitaciones de la interpolación)	93
6.19	<i>Script</i> para interpolar con <i>spline</i> cuadrático	96
6.20	plotspline.m : Representa gráficamente funciones <i>spline</i>	96
7.21	<i>Script</i> del ajuste polinómico por mínimos cuadrados continuo	113
7.22	<i>Script</i> del ajuste trigonométrico por mínimos cuadrados continuo	114
8.23	derinum.m : Derivada numérica de una función con diferencias centradas	123
8.24	derinum2.m : Derivada segunda numérica mediante diferencias centradas	124
8.25	rectang.m : Fórmula compuesta de rectángulos	129
8.26	simpson.m : Fórmula compuesta de Simpson	129
8.27	trapecios.m : Fórmula compuesta de trapecios	129
9.28	rk4solver.m : Algoritmo de Runge-Kutta de orden 4	141
9.29	<i>Script</i> que simula, mediante Runge-Kutta, la trayectoria de una bola con distintas inclinaciones iniciales	142

9.30	<i>Script</i> que genera múltiples gráficos con distintas aproximaciones de las posiciones de una bola lanzada.	143
10.31	<i>Script</i> con la aproximación del PVF de la ecuación de Poisson	148
10.32	<i>Script</i> con diferencias finitas para resolver PVFs lineales	151
10.33	<i>Script</i> que aproxima, mediante un método de tiro, la trayectoria de una bola para que alcance un punto prescrito	153