UNIVERSIDAD
DE GRANADA

Dpto. de Geometría y Topología

GEOMETRIA III. RELACION DE PROBLEMAS. GRUPO 2º B DEL GRADO EN MATEMÁTICAS.

(1) Sea A un espacio afín euclídeo de dimensión 2 y sean r_1 y r_2 dos rectas paralelas dentro de A. Demostrar que la composición de las simetrías respecto a ambas rectas es una traslación. Determinar el vector de traslación. ¿Qué ocurre si A tiene dimensión $n > 2$?

(2) Sea A un espacio afín euclídeo de dimensión 2 y sean r_1 y r_2 dos rectas que se cortan en un punto P_0. Demostrar que la composición de las simetrías respecto a ambas rectas es un giro en torno al punto P_0. Determinar el ángulo de giro. ¿Qué ocurre si A tiene dimensión $n > 2$?

(3) Se considera la aplicación $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(x, y) = \left(\frac{1 - x - y}{2}, \frac{x + y + 3}{3} \right).$$

Demostrar que f es una afinidad. Calcular $\vec{f}$ ¿Es f una equivalencia afín? Calcular $\mathrm{Fix}(f)$.

(4) Sea r la recta en R^4 que pasa por $(1, 0, 1, 0)$ y $(2, -1, \frac{3}{5}, \frac{2}{5})$. Calcular expresión de la proyección ortogonal sobre r.

(5) Encontrar la matriz en el sistema de referencia usual de $\mathbb{R}^2$ de la afinidad cuya matriz es

$$M(f; \mathcal{R}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

siendo $\mathcal{R} = \{(0, 0); ((1/2, \sqrt{3}/2), (\sqrt{3}/2, -1/2))\}$. ¿Es f un movimiento rígido? ¿Por qué?

(6) Consideramos los subespacios de $\mathbb{R}^3$ dados por $\Pi \equiv -x + 2y + z = 2$ y

$$r \equiv \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{2}.$$

Calcular la recta r' simétrica de r respecto alp plano Π. Calcular el plano Π' simétrico de Π respecto a r.