Cálculo I
Desigualdad de las medias. Conjuntos finitos

Universidad de Granada
Departamento de Análisis Matemático

Si el producto de n números positivos es igual a 1, entonces su suma es mayor o igual que n. Y la suma es igual a n si, y sólo si, todos ellos son iguales a 1.

Si el producto de n números positivos es igual a 1, entonces su suma es mayor o igual que n. Y la suma es igual a n si, y sólo si, todos ellos son iguales a 1.

Desigualdad de las medias. Cualesquiera sean los números positivos $a_1, a_2, \cdots, a_n$ se verifica que:

$$\sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n} \leqslant \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

Si el producto de n números positivos es igual a 1, entonces su suma es mayor o igual que n. Y la suma es igual a n si, y sólo si, todos ellos son iguales a 1.

Desigualdad de las medias. Cualesquiera sean los números positivos $a_1, a_2, \cdots, a_n$ se verifica que:

$$\sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n} \leqslant \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

Y la igualdad se da si, y sólo si, $a_1 = a_2 = \cdots = a_n$.

Un conjunto A se dice que es *equipotente* a otro B, y escribimos $A \sim B$, si existe una aplicación biyectiva de A sobre B. Esta relación es una relación de equivalencia entre conjuntos pues tiene las propiedades reflexiva ($A \sim A$), simétrica (si $A \sim B$ entonces también $B \sim A$) y transitiva (si $A \sim B$ y $B \sim C$ entonces $A \sim C$).

Un conjunto A se dice que es *equipotente* a otro B, y escribimos $A \sim B$, si existe una aplicación biyectiva de A sobre B. Esta relación es una relación de equivalencia entre conjuntos pues tiene las propiedades reflexiva ($A \sim A$), simétrica (si $A \sim B$ entonces también $B \sim A$) y transitiva (si $A \sim B$ y $B \sim C$ entonces $A \sim C$).

Dado $n \in \mathbb{N}$, el conjunto $S(n) = \{k \in \mathbb{N} : k \leqslant n\}$ se llama *segmento de orden* n.

Un conjunto A se dice que es *equipotente* a otro B, y escribimos $A \sim B$, si existe una aplicación biyectiva de A sobre B. Esta relación es una relación de equivalencia entre conjuntos pues tiene las propiedades reflexiva ($A \sim A$), simétrica (si $A \sim B$ entonces también $B \sim A$) y transitiva (si $A \sim B$ y $B \sim C$ entonces $A \sim C$).

Dado $n \in \mathbb{N}$, el conjunto $S(n) = \{k \in \mathbb{N} : k \leqslant n\}$ se llama *segmento de orden* n.

Un conjunto A se llama *finito* si es vacío o si existe un número natural $n \in \mathbb{N}$ tal que A es equipotente a $S(n)$.

Un conjunto A se dice que es *equipotente* a otro B, y escribimos $A \sim B$, si existe una aplicación biyectiva de A sobre B. Esta relación es una relación de equivalencia entre conjuntos pues tiene las propiedades reflexiva ($A \sim A$), simétrica (si $A \sim B$ entonces también $B \sim A$) y transitiva (si $A \sim B$ y $B \sim C$ entonces $A \sim C$).

Dado $n \in \mathbb{N}$, el conjunto $S(n) = \{k \in \mathbb{N} : k \leqslant n\}$ se llama *segmento de orden* n.

Un conjunto A se llama *finito* si es vacío o si existe un número natural $n \in \mathbb{N}$ tal que A es equipotente a $S(n)$.

Sean n y m números naturales y supongamos que $S(n)$ y $S(m)$ son equipotentes. Entonces $n = m$.

Un conjunto A se dice que es *equipotente* a otro B, y escribimos $A \sim B$, si existe una aplicación biyectiva de A sobre B. Esta relación es una relación de equivalencia entre conjuntos pues tiene las propiedades reflexiva ($A \sim A$), simétrica (si $A \sim B$ entonces también $B \sim A$) y transitiva (si $A \sim B$ y $B \sim C$ entonces $A \sim C$).

Dado $n \in \mathbb{N}$, el conjunto $S(n) = \{k \in \mathbb{N} : k \leqslant n\}$ se llama *segmento de orden n*.

Un conjunto A se llama *finito* si es vacío o si existe un número natural $n \in \mathbb{N}$ tal que A es equipotente a $S(n)$.

Sean n y m números naturales y supongamos que $S(n)$ y $S(m)$ son equipotentes. Entonces $n = m$.

si A es un conjunto finito y no vacío hay un *único* $n \in \mathbb{N}$ tal que $A \sim S(n)$, dicho número n se llama *número de elementos* de A y escribimos $\sharp(A) = n$. Por convenio, se acepta que $\sharp(\emptyset) = 0$

Propiedades de los conjuntos finitos

- Todo subconjunto de un conjunto finito es finito. Dicho de otra forma, si B es un conjunto finito y $f : A \to B$ es una aplicación inyectiva entonces A es finito.

Propiedades de los conjuntos finitos

- Todo subconjunto de un conjunto finito es finito. Dicho de otra forma, si B es un conjunto finito y $f : A \to B$ es una aplicación inyectiva entonces A es finito.
- La imagen de un conjunto finito por una aplicación es un conjunto finito. Dicho de otra forma, si A es finito y $f : A \to B$ es una aplicación sobreyectiva, entonces B es finito.

Propiedades de los conjuntos finitos

- Todo subconjunto de un conjunto finito es finito. Dicho de otra forma, si B es un conjunto finito y $f : A \to B$ es una aplicación inyectiva entonces A es finito.
- La imagen de un conjunto finito por una aplicación es un conjunto finito. Dicho de otra forma, si A es finito y $f : A \to B$ es una aplicación sobreyectiva, entonces B es finito.
- Todo conjunto finito no vacío de números reales tiene máximo y mínimo.