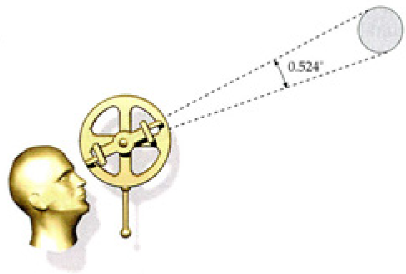
Sistemas de medida

We say two numbers have the same order of magnitude of a number if the big one divided by the little one is less than 10. For example, 23 and 82 have the same order of magnitude, but 23 and 820 do not.

Nota:

- un 1 seguido de seis ceros es «un millón»
- un 1 seguido de doce ceros es «un billón»
- un 1 seguido de dieciocho ceros es «un trillón»
- un 1 seguido de veinticuatro ceros es «un cuatrillón»
- un 1 seguido de treinta ceros es «un quintillón»

1 El ángulo sustentado por el diámetro de la Luna en un punto de la Tierra es aproximadamente 0,524º (véase Figura). Con este dato y sabiendo que la Luna dista 384 Mm de la Tierra hallar su diámetro. Pista: El ángulo sustentado por la Luna es aproximadamente igual a D/r_m, donde D es el diámetro de la Luna y r_m es la distancia a la misma.



A partir de simple trigonometría y con la aproximación de ángulos pequeños, podemos deducir la relación entre el tamaño de un objeto lejano y el ángulo que sustenta a una distancia conocida:

$$\left.\begin{array}{l} \tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{D}{2r_m} \\ \tan\alpha \approx \alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \theta \approx \frac{D}{r_m} \Rightarrow D \approx \theta r_m$$

Con lo que, expresando el ángulo en S.I. (radianes!):

$$\theta = 0.524^{\circ} \times \frac{2\pi}{360^{\circ}}\mathrm{rad} = 0.00915\mathrm{rad}$$

la distancia Tierra-Luna será:

$$D = (0.00915\mathrm{rad})(384\mathrm{Mm}) = 3.51\times10^{6}\,\mathrm{m} \approx 10^{6}\,\mathrm{m}$$

Si la estatura promedio mundial de un hombre es de 1.77m, $D \approx 2\,\text{millones}$ de hombres tumbados con sus manos y pies unidos.

2 El Sol posee una masa de 1.99e30 kg. Fundamentalmente el Sol está compuesto de hidrógeno con sólo una pequeña cantidad de elementos más pesados. El átomo de hidrógeno tiene una masa de 1.67e-27 kg. Estimar el número de átomos de hidrógeno del Sol.

La masa del sol se puede aproximar al número de átomos de hidrógeno multiplicado por su masa atómica:

$$m_{sol} \approx n_H m_H$$

Y con ello se puede estimar el número de átomos de hidrógeno:

$$n_H \approx \frac{m_{sol}}{m_H} = \frac{1.99\times10^{30}}{1.67\times10^{-27}}\frac{kg}{kg} = 1.19\times10^{57} \approx 10^{57} \approx 46!$$

Se considera que, sin contar con la materia oscura, hay alrededor de 10^{72} hasta 10^{87} átomos en el universo.

3 Muchas bebidas refrescantes se venden utilizando como envase latas de aluminio. Una lata contiene aproximadamente unos 18 g de aluminio. (a) Estimar cuántas latas se consumen durante un año en España. (b) Calcular la masa total de aluminio atribuible al consumo de latas de bebidas refrescantes. (e) Si por cada kilogramo de aluminio en un centro de reciclaje se obtiene 1 euro, ¿en cuánto se estima el valor del aluminio acumulado durante un año de las latas usadas?

(a) Supongamos que en media cada persona bebe una lata de refresco por día:

$$n \approx rPt = \left(1\frac{lata}{persona\,dia}\right)(47000000 \quad personas)(365) = 17.155\times10^{9} \approx 10^{10} latas/año$$

(b) Si la masa de aluminio en una lata es aproximadamente 18 g, entonces la masa total de aluminio es: $M_{Al} \approx nm_{lata} = 17.155\times10^{9} latas \times 1.8\times10^{-2}\frac{kg}{lata} = 30.879\times10^{7} \approx 10^{8} kg/año$

(c) $C_{Al} = M_{Al}c_{Al} = 30.879\times10^{7} \approx 40\, millones\, de\, euros/año$

Con respecto a un salario mileurista (14 pagas al año), significa lo que cobrarían al año aprox. 2860 personas.

4 Richard Feynman en su ensayo "There's plenty of room at the bottom," ("Hay mucho sitio libre en todas partes") propuso escribir la Enciclopedia Británica completa en la cabeza de un alfiler. (a) Estimar el tamaño que deberían tener las letras si suponemos, al igual que Richard Feynman, que el diámetro de la cabeza del alfiler fuera 1,5875 mm. (b) Si en un metal el espacio entre átomos es de 0.5 nm. ¿Cuántos átomos abarcan el grosor de cada letra?

Empecemos por estimar el número de letras en la Enciclopedia Británica. Si contamos el número de volúmenes, el número promedio de páginas por volumen y el número promedio de palabras por página, llegamos a 200 millones de palabras y si el tamaño promedio de palabra es de 5 letras, llegamos a aproximadamente 10^9.

(a) Si el tamaño por letra es *a* y *N* es el número de letras en la Enciclopedia Británica que caben en el área de la cabeza del alfiler de diámetro d, $\pi d^2/4$, entonces el tamaño de letra será de:

$$Na^2 = \frac{\pi}{4}d^2 \Rightarrow a = d\sqrt{\frac{\pi}{4N}} \approx 10nm$$

(b) Los átomos distribuidos en una red de periodo d_{red} =0.5 nm que abarcan el grosor de cada letra serán: $n = \frac{a}{d_{red}} \approx 20$

5 (a) Estimar cuántos litros de gasolina consume cada automóvil cada día en España y el cuánto tardaría en consumir un automóvil su depósito lleno. (b) Si de un barril de crudo se obtienen 73.45 l de gasolina, calcular cuántos barriles de petróleo deben importarse en un año en España para fabricar la gasolina necesaria para la automoción. ¿Cuántos barriles por día supone esta cifra?

(a) El consumo anual (2011) de gasolina en España fue de 4.961×10^9 kg:

http://www.minetur.gob.es/energia/es-es/documents/energia_espana_2011_web.pdf

y por día fue: 13591780.8 kg/día. Si consideramos que la gasolina tiene una densidad de 680 g/l, los litros totales consumidos por día serán: 20×10^6 l. El parque de vehículos en España (2011) a gasolina es de 14018320:

http://www.dgt.es/portal/es/seguridad_vial/estadistica/parque_vehiculos/series_historicas_parque/

por lo que el número de litros consumidos por automóvil y día será: 1.4 l/día. Si el tamaño medio del depósito es de 50 l, el automóvil tardará 36 días en consumir todo el depósito.

(b) 4.961×10^9 (kg/año)/(73.45 (l/barril)/0.68 (kg/l))~ 46 millones de barriles/año, es decir 13×10^3 barriles/día.

6 Se ha debatido públicamente con frecuencia cuáles son las consecuencias ambientales de usar pañales desechables o pañales reutilizables de tela. (a) Supóngase que un bebé desde que nace y hasta los 2.5 años, usa tres pañales al día. Estimar cuántos pañales desechables se usan cada año en España. (b) Calcular el volumen de vertedero ocupado por los pañales, suponiendo que 1 T de estos residuos ocupan 1 m^3 (es decir 1 kg/l). (d) Calcular la superficie que ocuparían anualmente estos residuos si se supone que disponemos de una profundidad media en el vertedero de 10 m.

(a) De los 47 millones de españoles, la fracción de personas con 2.5 años con respecto a los que tienen una esperanza de vida media (85 años) será: 47×10^6 (personas)x(2.5/85) (niño/persona) ~1.4 x10^6 niños. Por lo que el número total de pañales por año será 1.4 x10^6 (niños)x3 (pañales/(día.niño))x365 (día/año)= 1.5x10^9 pañales/año

(b) Si consideramos que un pañal puede absorber hasta 0.5l (0.5kg), y multiplicamos el número de pañales totales en un año por el volumen ocupado por los residuos: 1.5x10^9 (pañales/año)x0.5 (l/pañal)x(10^{-3} m^3/kg)x(1 kg/l)= 8x10^5 m^3/año. Lo que cabría en un edificio cúbico de aprox. 45 m de arista (aprox. 8 plantas).

(d) Si dividimos la cantidad anterior por la profundidad del vertedero: 8x10^4 m^2/año. Es decir un cuadrado de 282 m de lado.

7 A cada dígito binario lo denominamos bit. Una serie de bits agrupados se denomina palabra y una palabra compuesta por ocho bits se denomina byte. Supongamos que el disco duro de un lector Ebook tiene una capacidad de 20 Gbytes. (a) ¿Cuántos bits pueden almacenarse en el disco? (b) Estimar cuántos libros típicos podrían almacenarse en el disco duro suponiendo que cada letra requiere un byte.

(a) 20 (10^9 bytes) x 8 (bits/byte)=16x10^{10} bits

(b) Supongamos en media 8 letras/palabra y sabemos que 8 bits/letra, lo que nos lleva a 8 bytes/palabra. Supongamos 10 palabras/línea, 60 líneas/página y 300 páginas/libro, dándonos: 8 (bytes/palabra)x10 (palabras/línea)x60 (líneas/página)x300 (páginas/libro)= 1.4x10^6 bytes/libro y si dividimos nuestra capacidad de disco por este número: 20 (10^9 bytes)/(1.4x10^6 bytes/libro)= 14000 libros. Esos son muchos libros.

8 Estimar cuánto se recauda anualmente en el peaje del puente George Washington en Nueva York. El peaje cuesta 6 dólares en el recorrido de Nueva York a Nueva Jersey y es gratis en el sentido contrario. Los vehículos circulan en un total de 14 carriles.

De media supongamos que pasan por cada punto de peaje 4 coches/min. La recaudación anual será: 4 (coches/(min.peaje)x14 (peajes)x6 (dólares/(coche))x60 (min/h)x24 (h/dia)x365 (dia/año)= 177 millones de dólares.