Ondas viajeras

1. La voz humana normal posee un nivel de intensidad de 65 dB a una distancia de 1 m. Estímese la potencia de la voz humana.

La energía de una onda sonora es el producto de su intensidad con el área sobre la cual la energía se reparte:

$$P = IA. \tag{1.1}$$

En el caso que nos ocupa, la superficie en la que se reparte la energía acústica de la voz es aproximadamente la de una esfera, siendo el radio de la esfera, r, la distancia a la cual se encuentra un oyente:

$$P = I4\pi r^2. \tag{1.2}$$

El nivel de intensidad es, por definición

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0}, \tag{1.3}$$

donde $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 corresponde a la intensidad del umbral de audición. Usando las ecuaciones 1.1, 1.2 y 1.3 podemos despejar la potencia de la voz humana:

$$P = 4\pi r^2 I_0 10^{\beta/10}.$$

Sustituyendo y evaluando:

$$P = 4\pi(1\,\mathrm{m})^2(10^{-12}\ \mathrm{W/m^2})10^{6.5} \simeq 3.97\times10^{-5}\ \mathrm{W}$$

2. Un hombre suelta una piedra desde un puente elevado sobre un río, y oye cómo la piedra choca con el agua exactamente 4 s después de lanzarla. (a) Estímese la distancia al agua basándose en la suposición de que el tiempo que tarda en llegar el sonido es despreciable. (b) Mejore la estimación anterior teniendo incluyendo el tiempo que tarda en llegar el sonido desde el río hasta el hombre.

Sea h la altura del puente sobre el río. Asimismo, llamemos τ al tiempo transcurrido entre soltar la piedra y oír su choque con el agua.

(a) En este apartado se pide calcular h suponiendo que el tiempo que tarda en llegar la onda acústica, desde el agua hasta el puente, es despreciable. Por tanto, el único efecto a tener en cuenta es la caída de la piedra por acción de la gravedad.

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 .$$

Como la piedra es liberada desde el reposo a una altura inicial h y al chocar alcanza el agua (nivel de referencia)

$$0 = h - \frac{1}{2} g \tau^2 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{2} g \tau^2 . \qquad (2.1)$$

Sustituyendo los valores numéricos

$$h = \frac{1}{2}(9.81\,\mathrm{m/s^2})(4\,\mathrm{s})^2 \approx 78.5\,\mathrm{m} .$$

(b) En este caso al tiempo τ total que tarda el oyente en escuchar el choque de la piedra con el agua contribuyen dos cosas: el tiempo de caída de la piedra, t_p, y el tiempo que tarda la onda acústica en llegar arriba, Δt:

$$\tau = t_p + \Delta t .$$

Si aplicamos la ecuación 2.1, ahora debemos tener cuidado en incluir aquí sólo el tiempo que tarda la piedra en caer por efecto de la gravedad:

$$h = \frac{1}{2} g t_p^2 = \frac{1}{2} g (\tau - \Delta t)^2 . \qquad (2.2)$$

Por otro lado, la onda sonora se propaga a la velocidad del sonido, v_s, por lo que

$$v_s = \frac{h}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{h}{v_s} .$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación 2.2

$$h = \frac{1}{2} g t_p^2 = \frac{1}{2} g (\tau - \frac{h}{v_s})^2$$

Esta expresión puede rescribirse como la siguiente ecuación de segundo grado:

$$h^2 - 2 v_s (\tau + \frac{v_s}{g}) h + \tau^2 {v_s}^2 = 0 .$$

Reemplazando los valores numéricos, con $v_s = 340\,\mathrm{m/s}$, obtenemos

$$h^2 - 2.63 \times 10^4 h + 1.85 \times 10^6 = 0 ,$$

cuya solución con sentido físico es

$$h = 70.5\,\mathrm{m} .$$

Como puede comprobarse, si se desprecia el tiempo de llegada de la onda acústica, la altura del puente se sobrestima en un 11%.

3. Las nuevas aulas de un colegio local están en un edificio con forma semicircular. Para estimar la velocidad del sonido en el aire, un estudiante de física se colocó en el centro del semicírculo y aplaudió con sus manos rítmicamente a una frecuencia tal que no podría distinguir entre el aplauso y su eco. Esta frecuencia fue de 2.5 aplausos/s. Una vez establecida esta frecuencia, midió los pasos desde su posición hasta la fachada del edificio, en línea recta, siendo ésta de 60 pasos. Asumiendo que cada paso que da es aproximadamente igual a la mitad de su altura (de 1.80 cm), estime la velocidad del sonido a partir de estos datos. ¿Está esta cifra muy alejada del valor comúnmente aceptado?

Cuando la onda acústica se emite, se refleja y regresa, en total la onda ha recorrido una distancia igual al doble del radio de la circunferencia

$$v_s = \frac{2R}{t},$$

siendo R = (60 pasos)(0.9 m/paso) = 54 m. Además, sabemos que el tiempo t coincide con el período del aplauso.

$$t = T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.5\,\mathrm{s}^{-1}} = 0.4\,\mathrm{s}.$$

Por tanto,

$$v_s = \frac{2(54\,\mathrm{m})}{0.4\,\mathrm{s}} = 270\,\mathrm{m/s}$$

La desviación respecto del valor correcto es

$$\%\mathrm{error} = 100\frac{340-270}{340} \approx 20.6\%$$